

Міністерство освіти і науки України  
Івано-Франківський Національний технічний університет  
нафти і газу

Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису

**Кондур Тарас Ігорович**

УДК 622.24.001.57

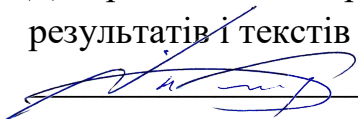
**ДИСЕРТАЦІЯ**  
**ОЦІНКА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ**  
**НИЗУ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ У СКЕРОВАНОМУ БУРІННІ**

133 – Галузеве машинобудування

13 – Механічна інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 Тарас КОНДУР

Науковий керівник: **Гриджук Ярослав Степанович**, доктор  
технічних наук, професор

Івано-Франківськ 2026

## АНОТАЦІЯ

*Тарас КОНДУР.* “Оцінка напружено-деформованого стану низу бурильної колони у скерованому бурінні” – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 133 – Галузеве машинобудування; Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ, 2026.

На основі дослідження специфіки застосування прогресивних роторних керованих систем, гвинтових вибійних двигунів та гідравлічних осциляторів коливань обґрунтовано характер їхньої динамічної взаємодії в просторово-викривленому стовбурі свердловини. Систематизація типових експлуатаційних пошкоджень інструменту, зокрема втомних руйнувань замкових різьбових з'єднань та автоколивань типу stick-slip, дозволила чітко окреслити наявні науково-практичні прогалини. На завершення розділу сформульовано 6 основних завдань дисертаційного дослідження та обрано комплексний метод їх вирішення, що базується на сумісному використанні аналітичного апарату та чисельно-імітаційного моделювання.

У роботі вперше побудовано математичні моделі, які дозволяють аналітично оцінити площу лобового опору та фактичну поверхню втискання деформованих ділянок бурильних і обважених труб у викривлений стовбур. Автор удосконалив розрахункові схеми навантаженості інструменту за рахунок інтеграції нелінійних просторових сил взаємодії та ефектів поздовжнього згинання колони під час роботи вибійних двигунів і роторних систем. На основі запропонованих аналітичних залежностей у середовищах Maple та Python створено алгоритми та програмні коди для точного числового визначення сил тертя та гідравлічного опору. Отримані за результатами імітаційного моделювання графічні закономірності дозволили об'єктивно оцінити вплив просторових контактних сил на напружено-деформований стан нижньої частини колони.

Обґрунтовано побудову розрахункової схеми та вибір диференціального хвильового рівняння в частинних похідних та склад рівняння руху перерізів із урахуванням сил сухого і в'язкого тертя інструменту об стінки стовбура. У роботі сформульовано складні граничні умови на стику ступенів колони та визначено аналітичні межі зон виникнення небезпечного поздовжнього резонансу. Шляхом створення чисельно-імітаційної моделі у часовій області досліджено динамічну поведінку компоновки низу бурильної колони, спорядженої гідравлічним осцилятором коливань. Отримані амплітудно-частотні характеристики дозволили обґрунтувати оптимальне місце розташування генератора осьових коливань для мінімізації сил тертя та стабілізації навантаження на долото.

Розроблено та практично реалізовано комплексну методику оцінки параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК у реальному часі). Дослідником побудовано три аналітичні субмоделі для розрахунку внутрішніх зусиль в металі при поздовжньо-поперечних вигинах, крутильних та поздовжніх коливаннях інструменту. Створений покроковий алгоритм інтегрує ці моделі в єдину систему, яка забезпечує безперервний непрямий контроль еквівалентних напружень за даними трьох координатних датчиків вібрації телесистеми MWD. Промислову апробацію розробленої експрес-методики успішно проведено шляхом аналізу реальних записів забійних параметрів коливань на діючих нафтогазових родовищах. Отримані результати дозволили сформулювати практичні рекомендації щодо оперативного коригування режимів буріння для запобігання втомним руйнуванням замкових різьбових з'єднань

**Ключові слова:** бурильна колона; в'язко-пружне контактування; гідравлічний осцилятор коливань, гвинтовий вибійний двигун, динамічна модель; компоновка низу бурильної колони; коливання; математична модель, напружено-деформований стан; похило-скерована свердловина; роторно-керована система.

## ANNOTATION

*Taras KONDUR.* “Evaluation of the stress-strain state of the bottom of the drill string in directional drilling” – work in the form of a manuscript

Dissertation for obtaining an academic degree of sciences doctor of philosophy in major 133 – Industrial mechanical engineering; Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk, 2026.

Based on the study of the specifics of the application of progressive rotary steerable systems, downhole mud motors and hydraulic oscillators, the nature of their dynamic interaction in a spatially curved wellbore is substantiated.

Systematization of typical operational damage to the downhole equipment, in particular fatigue fractures of threaded connections and self-oscillations (stick-slip type), allowed to clearly outline the existing scientific and practical gaps.

At the end of the section, 6 main tasks of the dissertation research are formulated and a comprehensive method for their solution is selected, which is based on the combined use of analytical equipment and numerical simulation modeling.

In the work, mathematical models are first constructed that allow analytically estimating the area of frontal resistance and the actual surface of compression of deformed sections of drill and weighted pipes into a curved shaft. The author improved the calculation schemes of tool loading by integrating nonlinear spatial interaction forces and the effects of longitudinal bending of the string during the operation of downhole motors and rotary systems. Based on the proposed analytical dependencies, algorithms and program codes were created in Maple and Python environments for accurate numerical determination of friction forces and hydraulic resistance. The graphical patterns obtained from the simulation results allowed us to objectively assess the influence of spatial contact forces on the stress-strain state of the lower part of the drill string.

The construction of the calculation scheme and the choice of the partial differential wave equation were justified and the equations of motion of the

sections were formulated taking into account the forces of dry and viscous friction of the tool against the walls of the shaft. The work formulated complex boundary conditions at the junction of the drill string and determined the analytical boundaries of the zones of occurrence of dangerous longitudinal resonance. By creating a numerical simulation model in the time domain, the dynamic behavior of the bottom of the drill string equipped with a hydraulic oscillator was investigated. The obtained amplitude-frequency characteristics allowed us to justify the optimal location of the axial oscillation generator to minimize friction forces and stabilize the load on the bit.

A comprehensive methodology for estimating the parameters of the stress-strain state of BHA elements in real time has been developed and practically implemented. The researcher has built three analytical submodels for calculating internal forces in the metal during longitudinal-transverse bending, torsional and longitudinal oscillations of the tool. The created step-by-step algorithm integrates these models into a single system that provides continuous indirect control of equivalent stresses according to the data of three coordinate vibration sensors of the MWD system. Industrial testing of the developed express methodology was successfully carried out by analyzing real records of downhole vibration parameters in operating oil and gas fields. The results obtained allowed to formulate practical recommendations for prompt adjustment of drilling modes to prevent fatigue failure of threaded lock joints.

**Keywords:** drill string; dynamic model; bottom hole assembly; oscillation; mathematical model, inclined well; visco-elastic contacting; stressed-deformed state; operational efficiency; technical condition; locking threaded connection; semi-elliptical crack; stress intensity factor.

## Перелік наукових публікацій здобувача

### Статті у фахових виданнях

1. Гриджук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі, Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Дослідження деформованого стану бурильної колони, що обертається на ділянці похилої свердловини. Нафтогазова енергетика 2023. № 2. С. 38-52. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-2\(40\)-38-52](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-2(40)-38-52) **(Фахове видання України).**
2. Слабий О.О., Гриджук Я.С., Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Імітаційна модель бурильної колони з установленим генератором осьових коливань. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ 2023. № 3(88). С. 49-60. ISSN 1993-9973. e-ISSN 2415-332X. <https://doi.org/10.69628/pdogf/3.2023.49> **(Фахове видання України).**
3. Слабий О.О., Гриджук Я.С., Кондур Т.І., Мохній І.Ю., Царук В.Ф., Михайлів А.Б. Визначення оптимального місця розташування генератора осьових коливань в бурильній колоні. Нафтогазова енергетика. Нафтогазова енергетика. 2024 №1 (41) С. 86-95. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1\(41\)-86-95](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1(41)-86-95) **(Фахове видання України).**
4. Гриджук Я.С., Мохній І.Ю., Кондур Т.І., Слабий О.О., Царук В.Ф. Модель взаємодії орієнтованої компоновки низу бурильної колони із стінками свердловини. Нафтогазова енергетика 2024. № 2(42). С. 61-70. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2\(42\)-61-70](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2(42)-61-70) **(Фахове видання України).**
5. Слабий, О. О., Гриджук, Я. С. & Кондур, Т. І. Дослідження впливу форми коливань на ефективність роботи генератора осьових коливань. Нафтогазова енергетика, 2(44), 2025, С. 136-147. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2025-2\(44\)-136-147](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2025-2(44)-136-147) **(Фахове видання України).**
6. Гриджук Я. С., Кондур О. С., Слабий О. О., Кондур Т. І., Мохній І. Ю. Модель оцінки площі мідельного перерізу і поверхні втискання деформованої ділянки бурильної колони в стінку свердловини. Нафтогазова

енергетика, 2026, № 1(45). С. 72 – 91. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2026-1\(45\)-72-91](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2026-1(45)-72-91) . (Фахове видання України).

7. Гриджук Я.С., Чудик І.І., Слабий О.О., Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Математична модель оцінки поздовжнього резонансу бурильної колони для буріння скерованих ділянок свердловин. Вісник східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля № 3 (301) 2026. С. 50-64. <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2026-301-3-50-64> (Фахове видання України).

#### Тези наукових конференцій

8. Гриджук Я.С., Чудик І.І., Слабий О.О. , Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Про аналітичне визначення площі зони контактування прогнутної ділянки бурильної колони із стінкою свердловини. III Міжнародна науково-технічна конференція “Перспективи розвитку машинобудування та транспорту – 2023”, Вінниця. 1-3 червня 2023р. С. 63-65. (Тези конференції).

9. Pashechko Mykhailo, Гриджук Я.С., Михайлів А.Б., Кондур Т.І., Аль Танакчі Ахмед. Деякі особливості застосування давачів для вимірювання параметрів коливань нафтогазового обладнання. X Міжнародна науково-технічна конференція «Датчики, прилади та системи – 2023». 12 - 14 вересня 2023 року Черкаси. (Тези конференції).

10. T. Kondur, J. Grydzhuk, A. Dzhus, A. Livinskyi, V. Mykhailiuk, A. Yurch. Modern trends in improving drilling efficiency of oil and gas wells. XVII International Scientific Conference “Monitoring of Geological Processes and Ecological Condition of the Environment” 7–10 November 2023, Kyiv, Ukraine. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.2023520114> (Тези конференції, Scopus).

11. Гриджук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі, Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Сучасні тенденції комп’ютерного моделювання для дослідження роботи бурильної колони. XII Міжнародна науково-технічна конференція “Прогресивні технології в машинобудуванні”. 5-9 лютого 2024 р. Івано-Франківськ – Яремче. (Тези конференції).

12. Y.Grydzhuk, O. Slabyi, T. Kondur. Assessment of dynamic contact of the bent part of the drill string with the wall of the directed well. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції «Моделювання, керування та інформаційні технології» - 2024». 7-9 листопада 2024 року Рівне. С. 241-242. <https://doi.org/10.31713/MCIT.2024.074> (Тези конференції).

13. O. Slabyi, Y. Grydzhuk, T. Kondur, I Mokhniy. Features of the drill string model construction with axial vibration oscillator. XIV Міжнародна науково-технічна конференція “Прогресивні технології в машинобудуванні АТМЕ 2026”. 9-13 лютого 2026 р. Івано-Франківськ – Яремче. С. 58-59. (Тези конференції).

## ЗМІСТ

|                                                                                                                                             |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ВСТУП.....</b>                                                                                                                           | <b>12</b> |
| <b>РОЗДІЛ 1</b>                                                                                                                             |           |
| <b>ОГЛЯД І АНАЛІЗ ОПУБЛІКОВАНИХ РОБІТ ТА</b>                                                                                                |           |
| <b>ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ</b>                                                                                                      |           |
|                                                                                                                                             | <b>18</b> |
| 1.1 Огляд і аналіз публікацій за обраною тематикою.....                                                                                     | 18        |
| 1.2 Аналіз конструкцій сучасних КНБК для буріння скерованих свердловини .....                                                               | 33        |
| 1.3 Сучасні методи і засоби дослідження динаміки напружено-деформованого стану низу бурильної колони при бурінні скерованих свердловин..... | 51        |
| 1.4 Аналіз пошкоджень, що виникають під час роботи низу бурильної колони при бурінні скерованих свердловин .....                            | 63        |
| 1.5 Висновки до розділу 1, постановка завдань дослідження та вибір методів їх вирішення .....                                               | 66        |
| <b>РОЗДІЛ 2</b>                                                                                                                             |           |
| <b>ДОСЛІДЖЕННЯ НАВАНТАЖЕНОСТІ ДЕФОРМОВАНОЇ</b>                                                                                              |           |
| <b>ДІЛЯНКИ КНБК У СКЕРОВАНІЙ СВЕРДЛОВИНІ</b>                                                                                                |           |
|                                                                                                                                             | <b>69</b> |
| 2.1 Особливості деформування БК і КНБК та аналіз форм поверхонь їх контактування із стінками свердловини.....                               | 69        |
| 2.2 Моделювання контактуючих поверхонь КНБК і стінки прямолінійної ділянки скерованої свердловини .....                                     | 71        |
| 2.3 Моделювання поверхні контакту деформованої ділянки КНБК зі стінкою ділянки скерованої свердловини .....                                 | 74        |
| 2.4 Удосконалення розрахункової схеми дослідження навантаженості КНБК, деформованої на ділянці скерованої свердловини.....                  | 92        |

|     |                                                                                                                       |     |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.5 | Удосконалення математичної моделі дослідження навантаженості деформованої ділянки КНБК у скерованій свердловині ..... | 96  |
| 2.6 | Розроблення імітаційної моделі та числове моделювання.....                                                            | 107 |
| 2.7 | Висновки до розділу 2.....                                                                                            | 124 |

### **РОЗДІЛ 3**

#### **РОЗРОБЛЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ОРІЄНТОВАНОЇ КНБК, ОСНАЩЕНОЇ ГОК, У ПОХИЛО-СКЕРОВАНИЙ СВЕРДЛОВИНІ**

|     |                                                                                                                       |     |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1 | Оцінка динаміки двоступеневих БК у скерованих свердловинах та вибір хвильового рівняння для розроблення моделі.....   | 126 |
| 3.2 | Схематизація та складання рівнянь руху перерізів двоступеневої БК у скерованій свердловині .....                      | 135 |
| 3.3 | Оцінка зони поздовжнього резонансу двоступеневої БК .....                                                             | 138 |
| 3.4 | Оцінка частот власних коливань двоступеневої БК та побудова АЧХ для роботи КНБК із ГОК .....                          | 145 |
| 3.5 | Чисельно-імітаційне моделювання КНБК, оснащеної ГОК.....                                                              | 150 |
| 3.6 | Результати реалізації чисельно-імітаційної моделі КНБК, оснащеної ГОК та оцінка зміни осьового навантаження на долоті | 154 |
| 3.7 | Висновки до розділу 3.....                                                                                            | 167 |

### **РОЗДІЛ 4**

#### **МЕТОДИКА ОЦІНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КНБК У СКЕРОВАНИХ СВЕРДЛОВИНАХ**

|     |                                                                                                                |     |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1 | Особливості визначення параметрів напружено-деформованого стану в елементах КНБК за параметрами коливань ..... | 170 |
| 4.2 | Розрахункова схема оцінки навантаженості орієнтованої КНБК у                                                   |     |

|                                                                                                                                     |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| стовбурі скерованої свердловини.....                                                                                                | 180        |
| 4.3 Модель оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при поздовжньо-поперечних коливаннях.....                    | 185        |
| 4.4 Модель оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при крутильних коливаннях .....                              | 190        |
| 4.5 Модель оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при поздовжніх коливаннях .....                              | 193        |
| 4.6 Послідовність реалізації методики оцінки параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК у скерованих свердловинах..... | 210        |
| 4.7 Висновки до розділу 4.....                                                                                                      | 213        |
| <b>ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....</b>                                                                                                       | <b>215</b> |
| <b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>                                                                                              | <b>217</b> |
| <b>ДОДАТКИ.....</b>                                                                                                                 | <b>232</b> |

## ВСТУП

### Актуальність теми

На сьогодні досягнення енергетичної незалежності є одним із життєво важливих завдань для нашої держави. Одним із шляхів його вирішення є збільшення обсягів видобутку вуглеводневої сировини за рахунок буріння глибоких, похило-скерованих та горизонтальних свердловин як на нових родовищах, так і на тих, що вже перебувають в експлуатації. Стовбури таких свердловин у багатьох випадках мають непросту форму та геометричні недосконалості, що особливо негативно впливають на елементи низу бурильної колони (БК), які у процесі буріння впродовж інтенсивних коливань зазнають дії широкого спектру циклічних навантажень. Цим зумовлені труднощі із вибором ефективних режимів експлуатації БК в широкому діапазоні навантажень, амплітуд і частот вимушених коливань. Питаннями роботи БК та вивчення її динамічних характеристик займалося чимало вітчизняних та зарубіжних дослідників, таких, як: М.М. Александров, В.М. Алексєєв, П.В. Балицький, Ю.С. Васильєв, В.І. Векерик, В.Г. Григулецький, О.М. Динник, Р.М. Ейгелес, Є.І. Ішемгужин, З.Г. Керімов, В.Ю. Копилов, К.Г. Левчук, М.Ф. Лебедев, А.Х. Мірзаджанзаде, В.М. Мойсишин, М.Ю. Мочернюк, П.І. Огородніков, Р.Х. Сотніков, А.Е. Сароян, В.С. Федоров, Е.К. Юнін, М.В. Якубовський, А.Ш. Янтурін, В.Г. Ясов, Ф. Віллерс, Г. Вудс, Е. Галле, В. Гаррет, Ф. Дейлі, Д.В. Дерінг, Р. Каннінгхем, Т. Хуань та інші вчені

Оцінка фактичного рівня навантаженості та напружено-деформованого стану компоновок низу бурильної колони на даний час здійснюється в режимі “постфактуму”, оскільки інформація з доступних для підрядника глибинних пристроїв динамометрії отримується після їх підняття на поверхню через тривалий час. Такий спосіб оцінки навантаженості не дає можливості оперативно оцінити ситуацію в потрібний момент і не задовольняє сучасним вимогам буріння скерованих свердловин, особливо із

застосуванням у компоновках низу бурильної колони (КНБК) роторних керованих систем (РКС) та гвинтових вибійних двигунів (ГВД). За два останні десятиріччя провідні нафто-газовидобувні компанії світу все частіше звертаються до складних траєкторій скерованих свердловин з метою більшого проникнення в глибину продуктивного пласта. Хоча такі свердловини бурити набагато складніше, проте ефективність вилучення із них вуглеводнів є вищою завдяки збільшенню площі контакту ствола свердловини з продуктивним пластом. Тому є необхідність оперативної оцінки силових факторів та параметрів напружено-деформованого стану, що діють у елементах низу бурильної колони за складних техніко-технологічних та гірничо-геологічних умов буріння скерованих свердловин. Питанням навантаженості елементів БК, дослідженню їх напруженого стану та довговічності присвячені наукові праці вітчизняних і зарубіжних вчених: В.І. Артима, О.Ю. Витязя, Ю.І. Газанчана, Я.С. Гриджука, С.М. Данелянца, Ю.В. Дубленича, А.Ф. Дубровського, А.П. Джуса, В.М. Івасіва, А.Л. Ільського, Є.І. Крижанівського, Б.В. Копея, І.В. Кудрявцева, М.В. Лисканича, К.Г. Левчук, Д.Ю. Мочернюка, Р.В. Рачкевича, Г.М. Саркісова, А.Е. Сарояна, Н.Д. Щербюка, Є.Ф. Гормлі, Т. Альтмана, А. Брайнгера, Т. Трішмана, В. Хаука, Х. Коллера та інші.

Сама ж наявність такої наукової концепції має важливе народногосподарське та стратегічне значення для вітчизняної нафтогазовидобувної галузі. Тому оцінка напружено-деформованого стану елементів низу бурильної колони є актуальною проблемою. Її вирішення дасть змогу в значній мірі підвищити ефективність процесу буріння свердловин, знизити аварійність і підвищити техніко-економічні показники буріння.

### **Мета роботи**

Розроблення науково-практичних рішень щодо оцінки напружено-деформованого стану низу бурильної колони для його безаварійного доведення до проектних глибин.

### **Основні завдання дослідження**

1. Удосконалити математичну модель визначення площі контактування ділянок КНБК із стінкою скерованої свердловини для об'єктивної оцінки складових динамічного осьового навантаження.
2. Удосконалити математичну модель взаємодії деформованих ділянок низу бурильної колони зі стінками скерованої свердловини.
3. Розробити модель оцінки поздовжнього резонансу двоступеневої БК, оснащеної орієнтованою КНБК із ГОК у скерованій свердловині.
4. Розробити математичну та імітаційну моделі динамічної поведінки орієнтованої КНБК, спорядженої ГОК у скерованій свердловині.
5. Розробити математичну модель та методику оцінки параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК у скерованій свердловині в режимі реального часу.
6. Провести апробацію розробленої методики за результатами вимірювання коливань КНБК у промислових умовах.

**Об'єкт дослідження** – процеси динамічного навантажування та пружного деформування низу бурильної колони у стовбурі скерованої свердловини.

**Предмет дослідження** – навантаженість та напружено-деформований стан низу бурильної колони під час проводки скерованої свердловини за складних гірничо-геологічних і техніко-технологічних умов буріння.

**Методи дослідження.** Дослідження проводились за допомогою комплексного методу, що полягає у сумісному використанні математичного та імітаційного моделювання об'єкта досліджень із застосуванням сучасного програмного забезпечення.

### **Наукова новизна**

1. Вперше розроблено математичну модель оцінки площі області контактування деформованих ділянок БТ і ОБТ із стінкою скерованої свердловини.

2. Отримала подальший науковий розвиток математична модель дослідження стійкості деформованої КНБК із ГОК у скерованій свердловині з урахуванням нелінійних просторових сил контактної взаємодії, що спричиняють її складний, просторовий напружено-деформований стан.

3. Вперше розроблено математичну та імітаційну модель для оцінки процесів динамічного навантажування двоступеневої БК, оснащеної орієнтованою КНБК із ГОК у скерованій свердловині.

4. Вперше розроблено аналітично-числову модель оцінки напружено-деформованого стану елементів КНБК у скерованій свердловині з використанням параметрів коливань.

5. Обґрунтовано метод оцінки напружено-деформованого стану елементів КНБК у скерованих свердловинах за параметрами коливань в режимі реального часу.

#### **Положення, що виносяться на захист**

1. Оцінювання параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК за параметрами коливань в режимі реального часу.

2. Комплексна побудова та реалізація динамічної моделі оцінювання напружено-деформованого стану елементів КНБК, оснащеними джерелами вимушених коливань.

#### **Практичне значення**

1. Отримано числові значення площ контактування деформованих ділянок БТ і ОБТ і стінками скерованої свердловини та розроблено програмні коди для їх визначення у середовищах Maple та Python.

2. Створено бібліотечну базу для чисельних досліджень динаміки КНБК з РКС і ГВД, спорядженими ГОК та їх напружено-деформованого стану із застосуванням програмних середовищ Dymola, Maple та Python.

3. Практичні результати дисертаційного дослідження відображені в керівних документах: “Методика розрахунку сил гідравлічного опору та адгезійного прилипання при взаємодії трубних колон зі стінками скерованої свердловини” (впроваджена в Філії “УГВ-Сервіс”) та «Методика оцінки параметрів напружено-деформованого стану в елементах КНБК у скерованих

свердловинах в режимі реального часу» (впроваджена в “Сміт Сервісез Україна”).

### **Особистий внесок здобувача**

Математичні моделі, аналітичні залежності і результати розрахунків, а також положення й висновки, що виносяться на захист належать особисто авторові. Із наукових праць, які опубліковані у співавторстві, на захист винесено їх основні частини, розроблені особисто здобувачем. Зокрема: [1] – проведено верифікацію і перевірку результатів моделювання; [2] – забезпечено методологічну підтримку при моделюванні коливальних систем; [3] – розроблено алгоритм та написано програмні коди на мові Python для автоматизації серії розрахунків і паралельного оброблення даних, проведено візуалізацію результатів, побудовано графіки залежностей; [4] – побудовано механіко-математичну модель взаємодії компоновки зі стінками свердловини із використанням рівнянь Лагранжа другого роду; [5] – прийнято участь у створенні числових баз для побудови чисельно-імітаційних моделей та проведенні чисельних досліджень роботи генератора осьових коливань; [6] – розроблено математичну модель визначення площі мідельного перерізу; [7] – розроблення математичних моделей та алгоритмів розрахунку амплітудно-частотних характеристик для різних типів компоновок (зокрема зі сталевими та титановими секціями); [8] – розроблено розрахункові алгоритми, проведення числового оцінювання параметрів контакту та візуалізовано графічний матеріал; [9] – виконано основну частину експериментальних досліджень, розроблено методику тестування давачів та проведено аналіз отриманих первинних даних.; [10] – сформульовано концепцію дослідження та координування процесу збору і систематизації даних щодо ефективності буріння нафтогазових свердловин; виконано переклад тексту та доповідь тези англійською мовою.; [11] – виконано валідацію аналітичних даних, візуалізацію (підготовка схем та діаграм і редагування тексту; [12] – аналітичне виведення математичних залежностей та рівнянь рівноваги, візуалізація графічного матеріалу; [13] – проаналізовано існуючі публікації,

виконано збір первинних даних, візуалізація (побудова графіків та схем), написано первісний текст доповіді, виконано його переклад.

### **Апробація результатів роботи**

Основні положення дисертації доповідалися і обговорювалися на наукових семінарах кафедри нафтогазових машин та обладнання ІФНТУНГ, а також на міжнародних науково-технічних конференціях: “Перспективи розвитку машинобудування та транспорту”, 2023; “Monitoring of Geological Processes and Ecological Condition of the Environment”, 2022; “Датчики, прилади та системи”, 2023, “Monitoring of Geological Processes and Ecological Condition of the Environment”, 2023; “Прогресивні технології в машинобудуванні”, 2024; “Моделювання, керування та інформаційні технології”, 2024; “Прогресивні технології в машинобудуванні АТМЕ 2026”.

**Публікації.** На даний момент за темою дисертації опубліковано 13 наукових праць, з яких 7 статей у фахових виданнях України, 6 тез наукових конференцій.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, та додатку. Вона викладена на 231 сторінці машинописного тексту, містить 66 рисунків, 25 таблиць.

Автор висловлює щиру подяку науковому керівнику, докт. техн. наук, проф. Гриджуку Я.С. за цінні поради при виконанні наукової роботи, а також ТОВ “Шлюмберже Сервісез Україна” та ТОВ Філії “УГВ-Сервіс” за надану промислову інформацію і технічну підтримку.

## РОЗДІЛ 1

### ОГЛЯД І АНАЛІЗ ОПУБЛІКОВАНИХ РОБІТ ТА ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

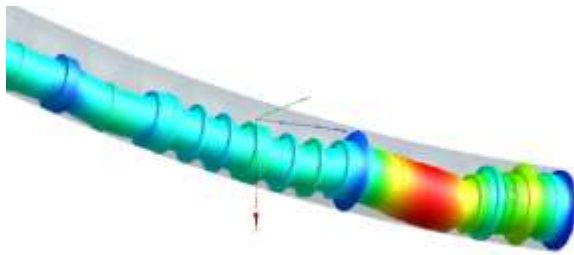
#### 1.1 Огляд і аналіз публікацій за обраною тематикою

Характерною особливістю нафтових і газових родовищ України є суттєва виснаженість основних та наявність великої кількості залишкових запасів вуглеводнів у слабо дренованих важкодоступних зонах. Для їх розробки необхідним є спорудження похило-скерованих (ПСС) і горизонтальних свердловин (ГС) із застосуванням у складі бурильної колони (БК) високоефективного техніко-технологічного забезпечення – компоновок низу бурильної колони (КНБК). На даний час буріння ПСС і ГС охоплює надзвичайно широке коло питань, всебічно вирішити які з урахуванням специфіки кожного геологічного регіону практично неможливо. Вивченню і вирішенню проблем буріння нафтогазових свердловин, а також розробці та удосконаленню низки методик по проектуванню та експлуатації КНБК присвячено багато досліджень вітчизняних та зарубіжних вчених [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 та ін.]. Також частина досліджень лягла в основу розробок технологій та технічних засобів для забезпечення параметрів проектного профілю похило-скерованих і горизонтальних свердловин з використанням різноманітних систем управління їх траєкторією [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 та ін.]. Як показує практика, дані технології і технічні засоби часто не задовольняють проектним вимогам процесу спорудження свердловин і потребують постійного вдосконалення і розроблення ефективних науково-обґрунтованих рішень для їх використання в конкретних гірничо-геологічних умовах. Саме до таких технічних засобів відносять КНБК. Аналіз опублікованих наукових праць за даним напрямком [2, 3, 4, 8, 9, 11, 12, 13, 14 та ін.] свідчить, що існуючі конструкції КНБК орієнтованого і неорієнтованого управління параметрами проектного профілю знаходять використання в умовах як роторного, так і турбінного способів буріння.

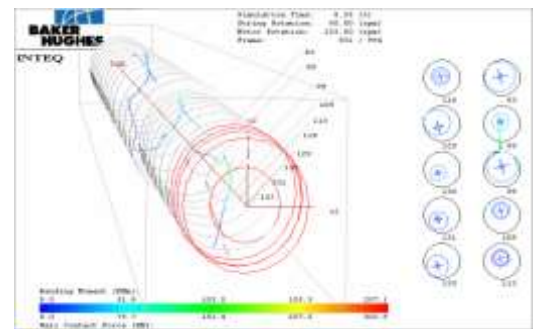
Ефективна робота КНБК досягається завдяки: оцінці параметрів статичного і динамічного навантаження, напружено-деформованого стану; своєчасною й доцільною заміною зношеного обладнання; усуненням небажаних вібрацій; попередженням передчасних відмов та прогнозуванню довговічності її елементів. Вагомий внесок у вивчення питань оцінки роботоздатності, підвищення експлуатаційної надійності, забезпечення працездатності та прогнозування довговічності вибійного бурового обладнання внесли роботи багатьох науковців [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 та ін.]. Для оцінки технічного стану та забезпечення безаварійної роботи глибинного бурового обладнання низкою вітчизняних та зарубіжних вчених [29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, та ін.] запропоновані нові наукові підходи, технічні засоби, методи та критерії. Сучасні наукові підходи полягають у переході від планових ремонтів до предиктивного обслуговування за фактичним станом, безперервного телеметричного MWD/LWD моніторингу та динамічного аналізу параметрів буріння в реальному часі. Практично це проявляється в інтеграції високоточних датчиків та вибійних систем, які безперервно вимірюють віброакустичні коливання, крутні моменти, осьове навантаження, гідродинамічний тиск без безпосереднього підйому інструменту на поверхню [12, 13, 14, 29, 35, та ін.]. Оцінка надійності здійснюється за новими енергетичними, гідродинамічними та деформаційними критеріями граничних станів, які точно визначають накопичену втомну пошкоджувальність і залишковий ресурс кожного вузла КНБК. У результаті це дозволяє системі коригувати технологічні режими буріння при перших ознаках зародження дефектів, що повністю виключає раптові обриви або заклинювання інструменту та радикально зменшує час на ліквідацію аварій.

Зазначені вище особливості досягаються завдяки застосуванню спеціалізованих програмних продуктів та програмних комплексів ANSYS, ABAQUS, BHASYS, Landmark, та ін. Так, використана авторами [36] програма BHASYS PRO реалізовує метод скінченних елементів для детального розрахунку згинальних та крутних моментів і визначення осьових

сил і сил взаємодії зі стінками свердловини. Практичне застосування комплексу на прикладі КНБК з 6  $\frac{3}{4}$ -дюймовим двигуном onshore Луїзіана виявило роботу обладнання поблизу небезпечної критичної частоти 10,8 Гц. Оптимізація конструкції шляхом додавання стабілізаторів дозволила суттєво знизити динамічні навантаження, утримуючи частоти збудження двигуна у безпечних межах нижче 13 Гц. Контрольні польові випробування системи CoPilot на тестовому майданчику ВЕТА підтвердили високу точність моделей, успішно відтворивши складні режими зворотного вихорового руху бурильної колони при 80 об/хв



а)



б)

Рисунок 1.1 – Імітаційна модель КНБК а) та форма траєкторій руху її перерізів б) [36]

Робота [37] присвячена дослідженню вібраційної втоми компоновки нижньої частини бурильної колони (КНБК) за допомогою нелінійної динамічної моделі, створеної у програмних комплексах ABAQUS та Design-Life. Дослідження охоплювало аналіз впливу параметрів керування інструментом, зокрема частоти коливань у діапазоні від 10 до 400 Гц та амплітуди навантаження від 4 до 12 кН. Результати динамічного аналізу виявили, що підвищення частоти до 100 Гц призводить до зростання пікового еквівалентного напруження до 109,5 МПа, що на 55,3% перевищує показник для режиму 40 Гц. Розрахунок втомного ресурсу показав, що мінімальний циклічний життєвий цикл колони становить  $6,472 \cdot 10^4$  циклів, причому

руйнування концентрується переважно у з'єднаннях бурових труб. Для оптимізації проходки та подовження терміну служби інструменту автори рекомендують підтримувати робочу частоту гідроударника в безпечному діапазоні від 60 до 100 Гц.

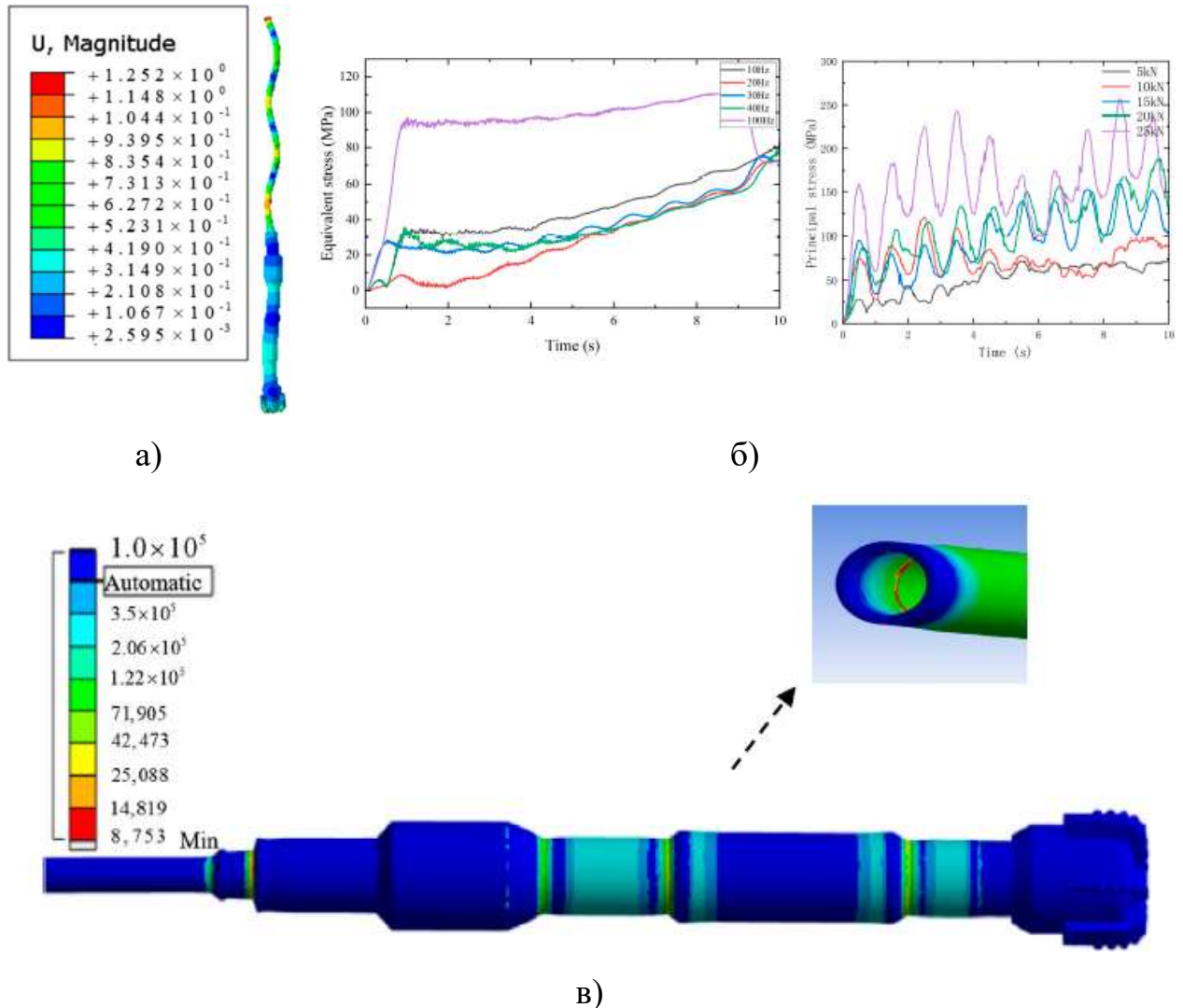


Рисунок 1.2 – Імітаційна модель КНБК а), зміна напружень у її перерізах б) та картина концентраторів напружень в) [37]

Дослідження критичних і закритичних станів бурової колони в похило-скерованих свердловинах за допомогою нелінійного динамічного моделювання у програмному комплексі Abaqus проведено у статті [38]. У чисельних експериментах оцінювали поведінку сталеві бурової труби діаметром 88,9 мм у горизонтальному стовбурі діаметром 152,4 мм під дією

зростаючого осьового навантаження до 500 кН та вібрацій із частотою 1–35 Гц. В експериментах без урахування сил тертя діапазон критичних навантажень поздовжнього згинання за наявності вібрацій становив від 85 до понад 500 кН порівняно з 268 кН у базовому статичному тесті. За наявності сил тертя (коефіцієнт 0,3) згин БК у статичних умовах до 500 кН не виникав взагалі, проте накладання вібраційних навантажень нівелювало цей стабілізуючий ефект, знижуючи критичну силу до меж 150–500 кН. Для практичного впровадження автори обґрунтували критерій автоматичного виявлення втрати стійкості в реальному часі шляхом безперервного моніторингу швидкості деформації колони з частотою реєстрації даних від 1 Гц.

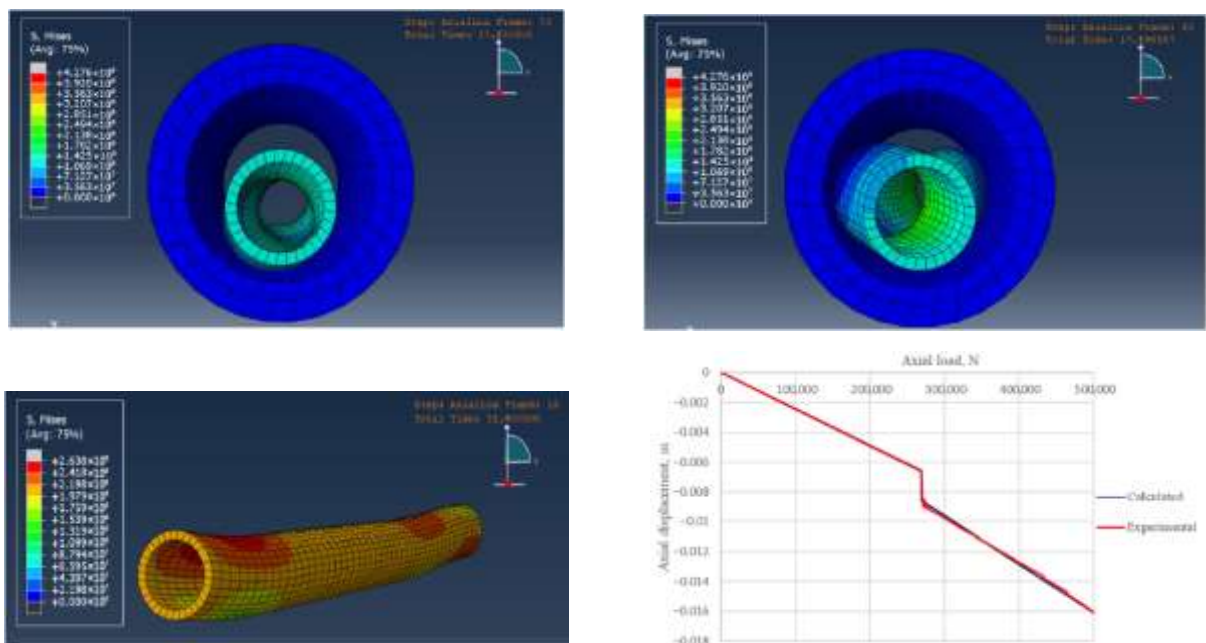


Рисунок 1.3 – Результати імітаційного моделювання згину ділянки буровийної колони [38]

У роботі [39] за допомогою тривимірного скінченно-елементного моделювання досліджено механічні характеристики замкових різьбових з'єднань ОБТ типу NC56 діаметром 203 мм. Встановлено, що при перевищенні еквівалентного свердловинного моменту понад 65 кН·м порушується баланс попереднього натягу та виникає явище вторинного

згинчування з'єднання. Авторами виведено емпіричне рівняння регресії для 23 розрахункових точок із коефіцієнтом кореляції 0,998, яке дозволяє прогнозувати величину ударного моменту на основі виміряного колового зсуву торців. Ефективність розробленої моделі успішно підтверджено промисловими випробуваннями на свердловині GT1 та SDK1 відповідно з глибиною 5180м та 10100м. Для запобігання руйнуванню інструменту та ліквідації мікротріщин, виявлених у 17 із 21 перевірених труб, рекомендовано використовувати двоступні з'єднання типу DS56 та оптимізувати режимні параметри буріння.

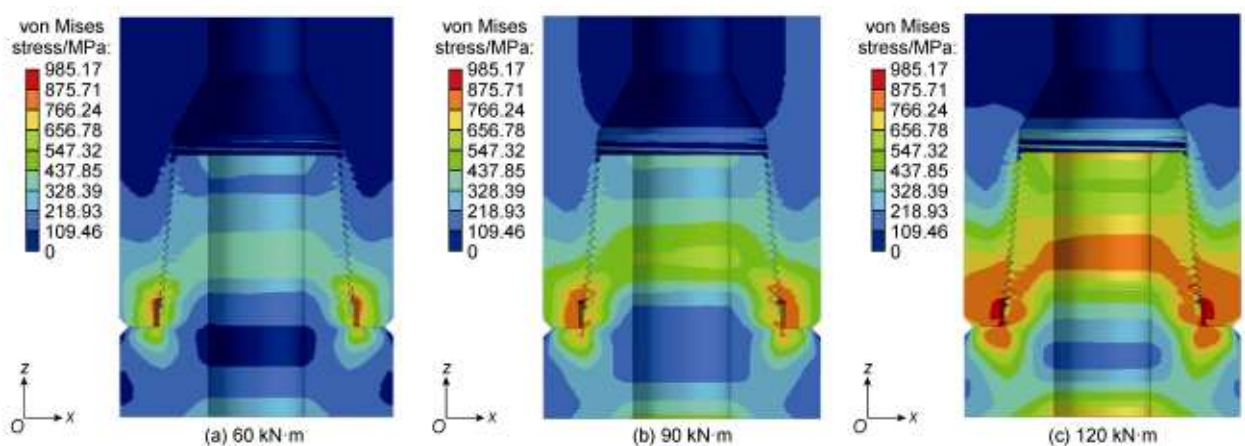


Рисунок 1.4 – Результати імітаційного моделювання НДС ЗРЗ ОБТ типу NC56 [39]

Авторами [40] проведено експериментальні втомні випробування замкових з'єднань товстостінних бурильних труб на спеціалізованому резонансному згинальному стенді. Об'єктами дослідження стали замкові з'єднання різних розмірів, виготовлені зі сталей марок AISI 4130, S135, Z140 та UD165. Зафіксовано, що втомна довговічність зразків за базової амплітуди напруження варіювалася у широкому діапазоні від  $47.9 \times 10^3$  до  $922.0 \times 10^3$  циклів. Фрактографічний аналіз показав, що руйнування стандартних з'єднань 5-1/2" та 6-5/8" починається з першої зачепленої різьби ніпеля, тоді як провідникові труби Wired Connection через збільшений момент опору згинання руйнуються по тілу труби. Методом тривимірного скінченно-

елементного моделювання автори довели, що наявність внутрішнього наскрізного отвору для кабелю не спричиняє концентрації напружень та не погіршує загальну міцність конструкції.

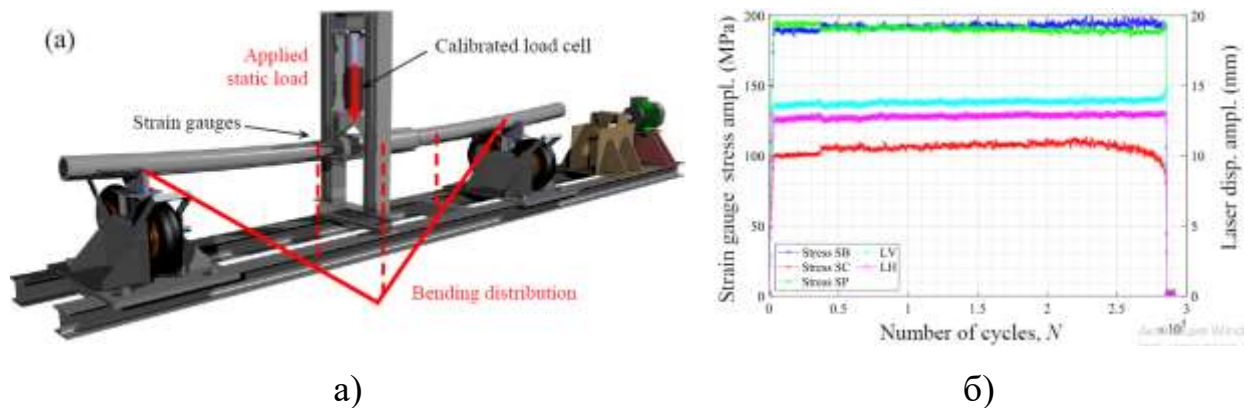
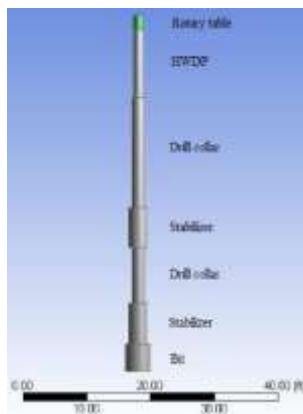
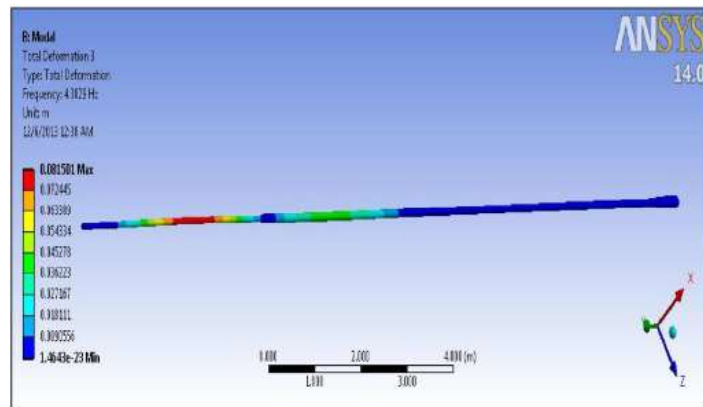


Рисунок 1.5 – Схема випробування а) та амплітуда напруження б) ТБТ [40]

У дослідженні [41] за допомогою методу скінченних елементів в системі ANSYS проаналізовано вплив дисбалансу мас, викликаного приладами MWD вагою 30 кг, на поперечні коливання та напружено-деформований стан КНБК. Моделювання базової колони довжиною 110 футів показало, що поява ексцентриситету призводить до зростання перших трьох критичних частот до 2,03 Гц, 2,23 Гц та 4,63 Гц відповідно. Внаслідок цього резонансні швидкості обертання зміщуються у робочий діапазон і становлять 121, 133 та 277 об/хв, створюючи загрозу руйнування інструменту. Для другої конфігурації за наявності дисбалансу критичні частоти склали 0,85 Гц, 0,90 Гц та 1,83 Гц, а для третьої – 0,44 Гц, 0,54 Гц та 1,06 Гц. Гармонічний аналіз підтвердив, що максимальні амплітуди поперечних зміщень виникають на ділянці ОБТ, розташованих вище стабілізаторів.



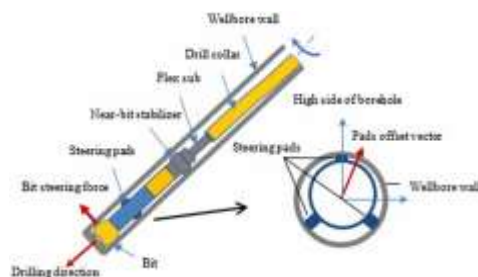
а)



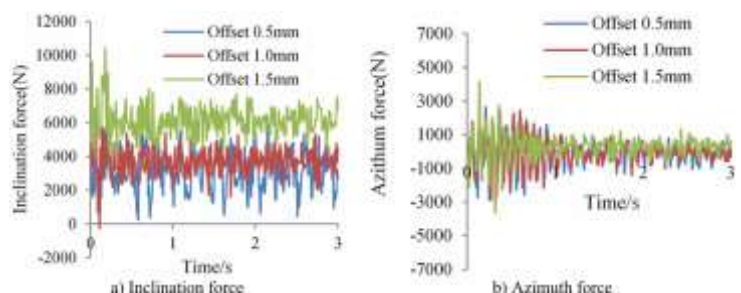
б)

Рисунок 1.6 – КНБК з MWD а) та результат моделювання її НДС б) [41]

У роботі [42] за допомогою динамічної скінченно-елементної моделі проаналізовано бічну відхиляючу силу долота для РКС КНБК при куті нахилу свердловини  $30^\circ$  та осьовому навантаженні 60 кН. Виявлено, що при збільшенні геометричного зсуву лопаток від 0.5 до 1.8 мм середнє за часом значення сили інклінації суттєво зростає з 3139,62 Н до 8364,09 Н. Азимутальна складова сили при цьому змінюється з -127.27 Н (при зсуві 0.5 мм) до 514.26 Н (при зсуві 1,8 мм), що безпосередньо змінює характер бічного відхилення інструменту. Дослідження швидкості обертання в діапазоні від 60 до 180 об/хв показало її слабкий вплив на середню відхиляючу силу (від 3718,43 Н до 3744,4 Н), проте виявило значне розширення амплітуди нестационарних коливань нижньої частини КНБК.



а)



б)

Рисунок 1.7 – Схема КНБК з РКС а) та зміна складових відхиляючої сили [42]

Авторами [43] запропоновано високоефективну обчислювальну модель для прогнозування керованості КНБК у складних гірничо-геологічних умовах. Метод базується на багатомасовій динаміці КНБК із використанням гвинтового двигуна діаметром 171,45 мм та загальною масою 860,76 кг. Моделювання взаємодії долота з вибоєм (коефіцієнт буримості  $k=3660000\text{Нс/м}$ ) проведено для умов Бохайської затоки. Алгоритм моделювання забезпечує швидкий розрахунок просторової траєкторії та інтенсивності викривлення свердловини в градусах на 30 метрів проходки. Підхід успішно реалізовано за допомогою методу скінченних елементів, задля підвищення точності прогнозування та оптимізації траєкторії руху і параметрів навантаження КНБК.

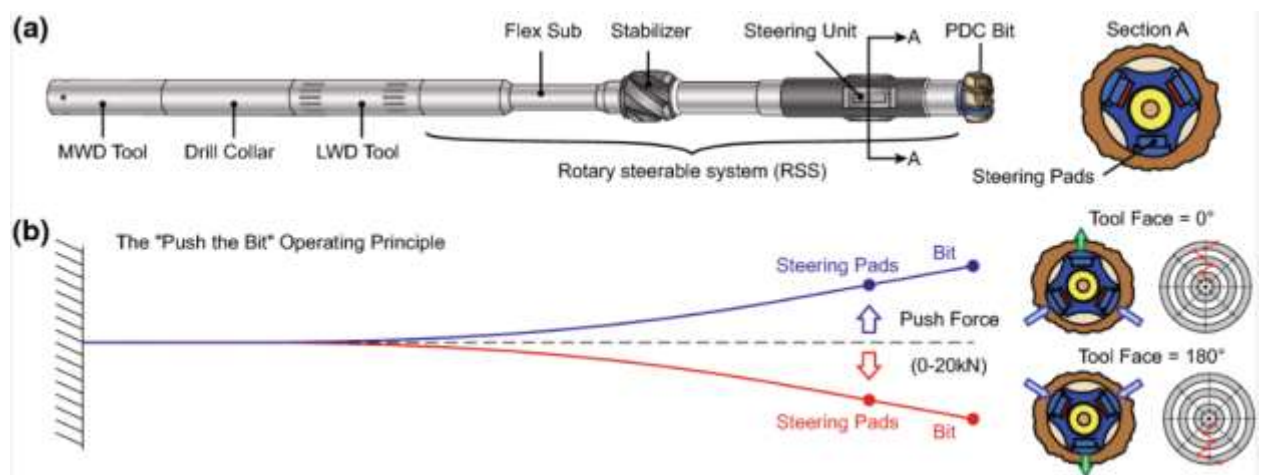


Рисунок 1.8 – Конструкція КНБК з РКС а) та зміна орієнтування елемента РКС б) [43]

У статті [44] представлено огляд розвитку технологій високочастотних вимірювань для дослідження нелінійної динаміки КНБК, де операційні збої через вібрацію та динамічні напруження зумовлюють понад 25% невиробничого часу буріння. Зазначено, що більшість основних режимів коливань мають частоту нижче 50 Гц, тоді як частота крутильного резонансу може досягати 560 Гц із амплітудою прискорення до 200g. Розглянуті інструменти збору даних мають здатність дискретизації від 50 до 5120 Гц та

працюють у глибоких свердловинах за температур до 180°C і тиску до 30 000 psi. Впровадження алгоритмів автоматизованої класифікації на основі високочастотних даних дозволяє точно ідентифікувати 90% випадків заклинювання-ковзання та 92% випадків вихрового руху. Практичне застосування оптимізованих конструкцій КНБК на основі отриманих результатів дозволило покращити механічну швидкість проходки на 30% та збільшити довжину рейсу на 26%.

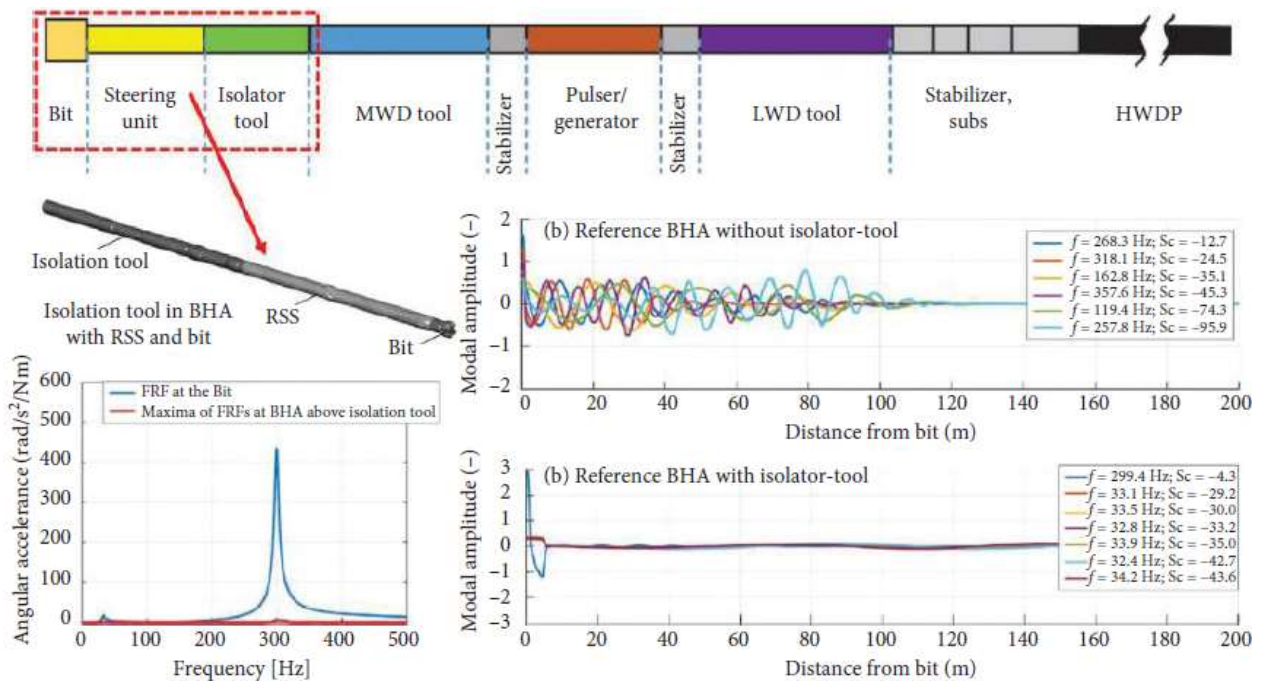


Рисунок 1.9 – Схема орієнтованої КНБК з амплітудо-частотними характеристиками [44]

У статті [45] розроблено нову тривимірну скінченно-елементну динамічну модель КНБК для прогнозування осьової вібрації та зниження сил тертя в горизонтальних свердловинах. Наукова новизна роботи полягає в інтеграції динамічної моделі тертя на основі еластопластичного контакту мікроопуклостей та врахуванні ефекту поздовжнього згинання труб. Достовірність створеної математичної моделі успішно підтверджено серією лабораторних експериментів на спеціально побудованій тестовій установці з використанням стрижнів з АБС-пластику та полікарбонатних труб. На основі

отриманих результатів ідентифіковано ключові чинники впливу на ефективність системи, серед яких амплітуда збуджуючої сили, густина промивальної рідини, коефіцієнт тертя та геометричні розміри БК і КНБК.

У дослідженні [46] запропоновано метод швидкої оцінки керованості орієнтованої КНБК для слайдингового буріння на основі багатомасової динамічної моделі в режимі реального часу.

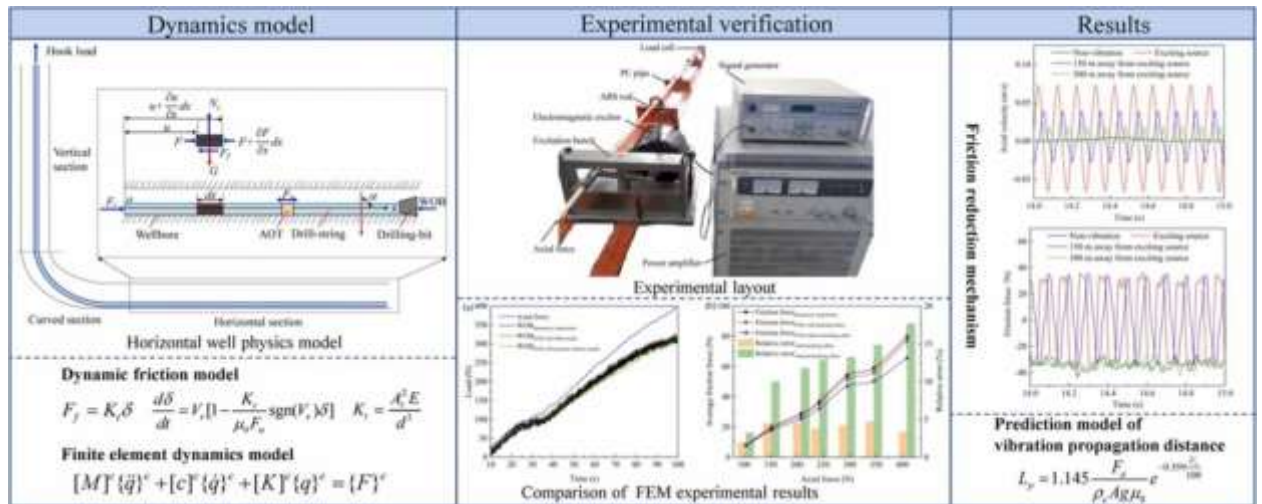


Рисунок 1.10 – Схема дії сил на одиничний елемент КНБК з часовими залежностями зміни сил опору [45]

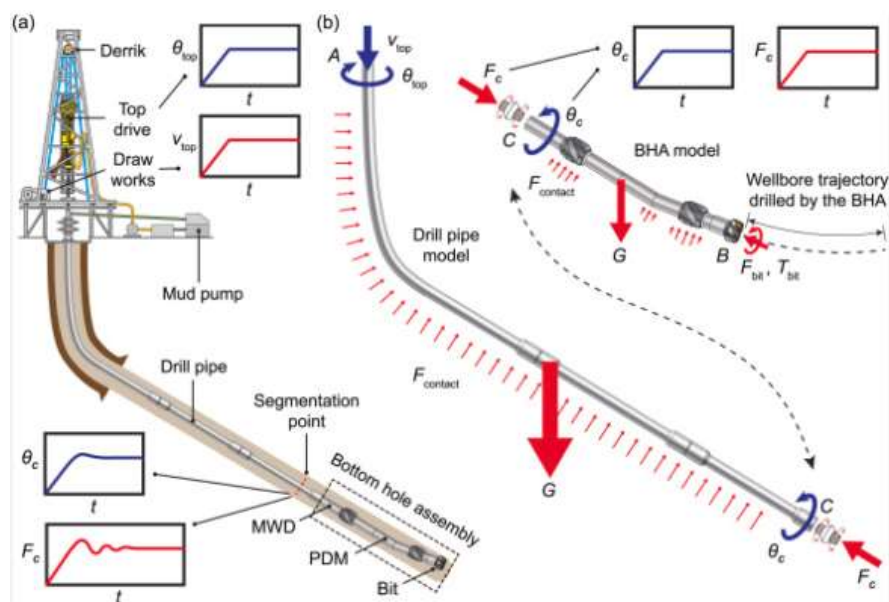


Рисунок 1.11 – БК з орієнтованою КНБК та схематизація дії активних і реактивних силових факторів [46]

Висока обчислювальна ефективність досягнута завдяки заміні шарнірного з'єднання між гвинтовим вибійним двигуном (ГВД) і долотом еквівалентною моделлю крутного моменту, а також застосуванню техніки сегментації для зменшення ступенів свободи системи. Точність запропонованого підходу успішно підтверджена авторами за допомогою трьох обчислювальних прикладів. Розроблений інструмент має високу практичну цінність для оптимізації параметрів КНБК на етапі проєктування та оперативного контролю траєкторії безпосередньо під час буріння свердловин.

У статті [47] розроблено нелінійну динамічну модель поперечно-торсійного зв'язку бурильної колони для похило-скерованих свердловин з використанням рівняння Лагранжа. На основі чисельного моделювання встановлено, що при зенітному куті понад  $25^\circ$  частота зіткнень компоновки низу бурильної колони (КНБК) з нижньою стінкою свердловини стає вищою порівняно з верхньою (рис.1.12). Доведено, що збільшення осьового навантаження до 160 кН провокує виражені автоколивання (stick-slip motion), які негативно впливають на стабільність стовбура. Автори визначили, що для глибини 5000м оптимальна швидкість обертання має становити 40-70 об/хв, а навантаження на долото – 20-40 кН. Отримані результати дозволяють мінімізувати втрати на тертя та запобігти аварійним вібраціям під час спорудження складних свердловин.

У дослідженні [48] представлено нелінійну динамічну модель горизонтальної свердловини для оптимізації роботи гідравлічного осцилятора коливань (ГОК) у похило-скерованому бурінні (рис.1.13). Результати моделювання показали, що використання пристрою дозволяє збільшити середнє динамічне навантаження на долото з 80 кН до 100 кН, значно знижуючи силу тертя. Встановлено, що оптимальне місце встановлення осцилятора діаметром 172 мм становить 200–300 м від долота. Найкраща ефективність проходки досягається при частоті вібрації 17 Гц та ударному навантаженні 100 кН. Промислові випробування підтвердили

зростання механічної швидкості буріння з 1,66 м/год до 4,89 м/год. Застосування осцилятора також знижує ймовірність виникнення спірального вигину бурильної колони та зменшує амплітуду її поперечних вібрацій.

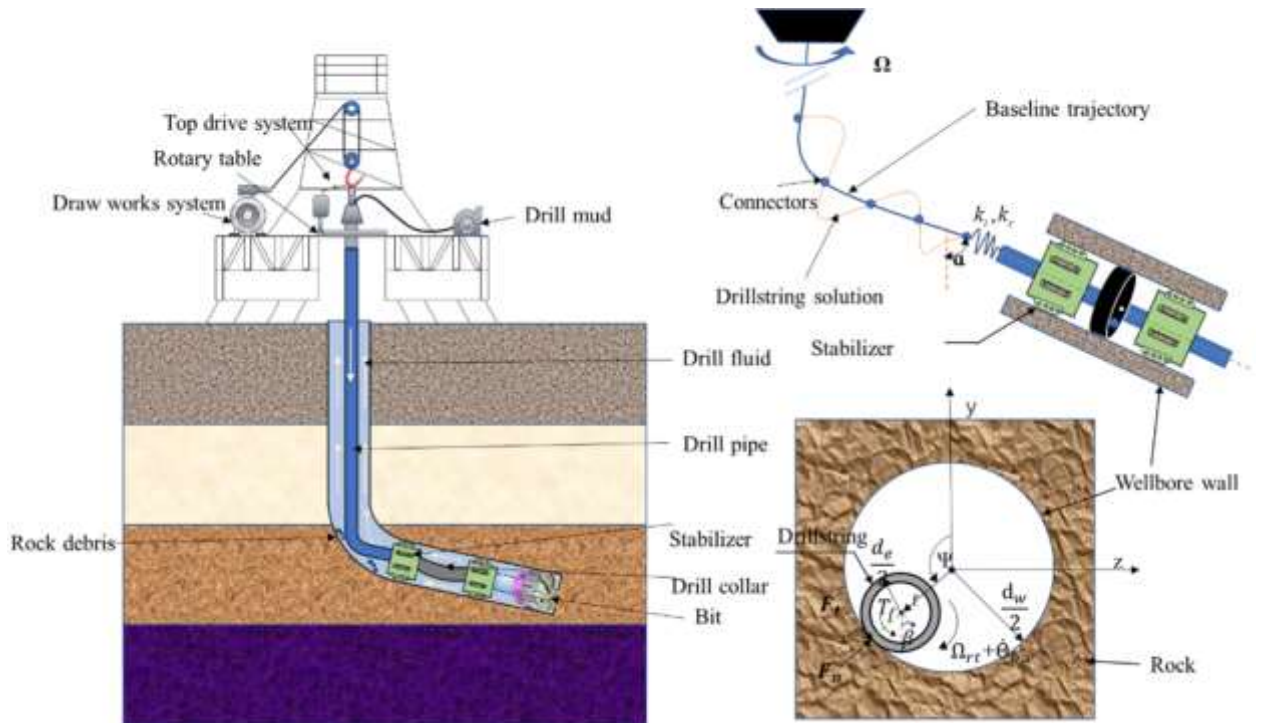


Рисунок 1.12 – Гідромеханічна система буріння скерованої свердловини [47]

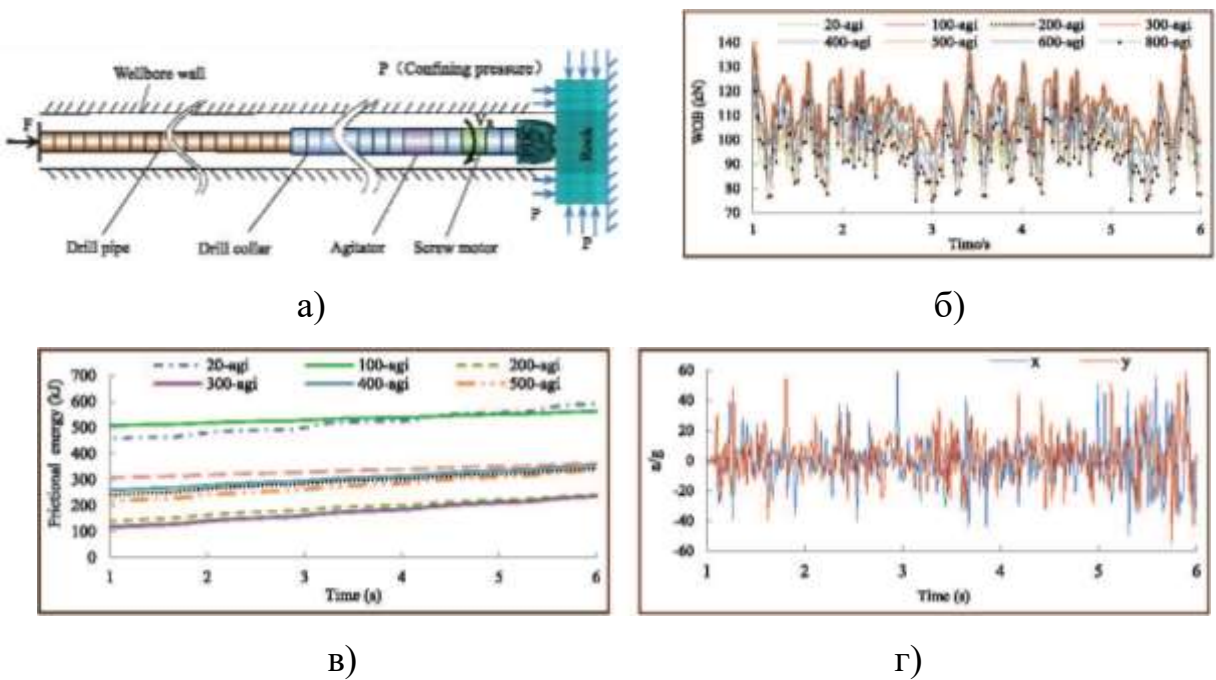


Рисунок 1.13 – Динамічна модель ГОК а), осьове навантаження б), енергограма сил тертя із ГОК в), поперечні вібрації без ГОК г) [48]

У статті [49] представлено аналіз кінетичних характеристик нового торсійного осцилятора, розробленого для зменшення явища стик-сліп (переривчастого ковзання) під час буріння. Авторами побудовано динамічну модель та проведено експериментальні випробування з використанням параметрів потоку на вході 20, 25 та 30 л/с. Дослідження підтвердило, що при збільшенні вхідного потоку до 30 л/с середній крутний момент досягає свого максимуму, а кутове зміщення вібрації становить приблизно  $4 \cdot 10^{-4}$  рад. Результати моделювання та експериментів показали, що період зіткнення деталей осцилятора обернено пропорційний швидкості потоку, тоді як амплітуда кутової швидкості та зміщення зростають. Запропонований пристрій забезпечує високу точність розрахунків (коефіцієнт корекції 0.5) та є ефективним інструментом для підвищення руйнування гірських порід.

У статті [50] представлено аналіз вібраційних характеристик бурильної колони з гідроосцилятором для горизонтальних свердловин (рис.1.14). На основі кінематичних рівнянь і динамічної моделі встановлено, що частота вібрації інструменту становить 12,14 Гц, що забезпечує перехід від статичного тертя до динамічного.

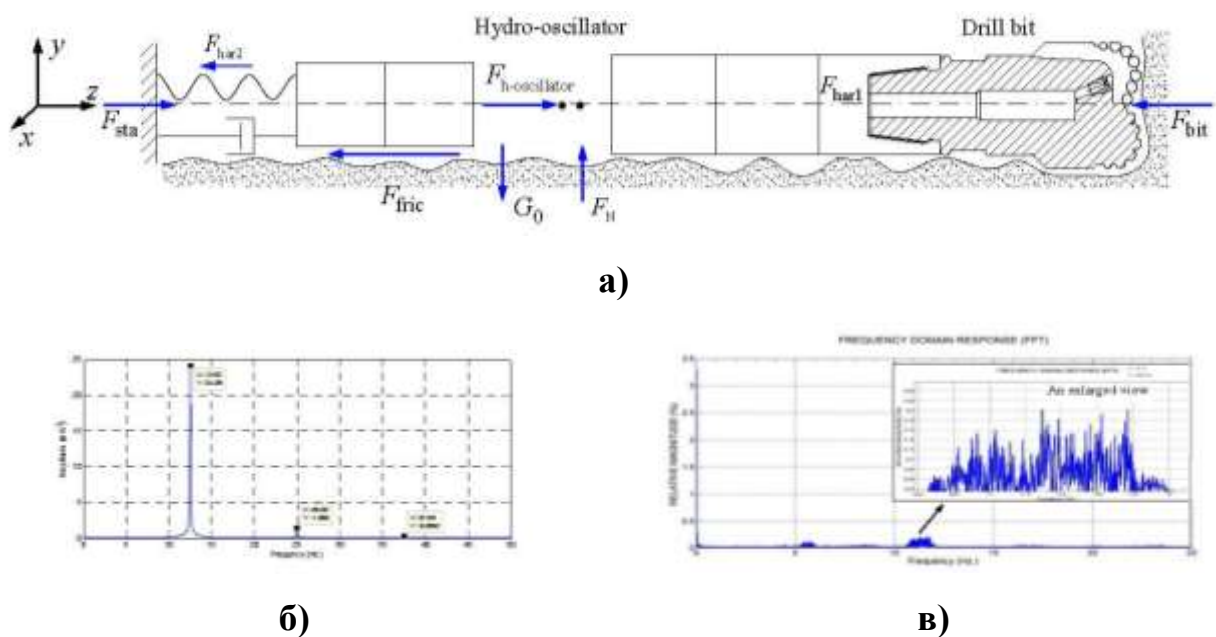


Рисунок 1.14 – Динамічна модель ГОК а), аналітична АЧХ відброприскорення б), експериментальна АЧХ осьової сили [50]

Результати розрахунків показали, що при зменшенні площі потоку осьова сила зростає до 34 кН, сприяючи ефективнішому руйнуванню породи долотом. Експериментальні випробування при витраті промивальної рідини 22 л/с **показали** амплітуду осьового зміщення на рівні 3–4 мм та прискорення до 18–20 м/с<sup>2</sup>. Дослідження доводить, що використання ГОК дозволяє значно підвищити швидкість проходки та довжину рейсу завдяки зменшенню сил опору. Запропонована модель є достовірною, оскільки теоретичні дані корелюють із результатами стендових випробувань у діапазоні частот 10,8–12 Гц.

У дослідженні [51] на основі динамічної моделі тертя LuGre проаналізовано вплив параметрів гідравлічного осцилятора на ефективність зниження опору під час буріння горизонтальних свердловин, в тому числі із застосуванням колтубінгових гнучких труб (рис.1.15). Встановлено, що оптимальними параметрами для досягнення найкращого результату є сила осциляції 40 кН, частота 15 Гц та амплітуда 16 мм. За таких умов ефективність зниження опору може сягати близько 57% для сили осциляції та 45% для амплітуди.

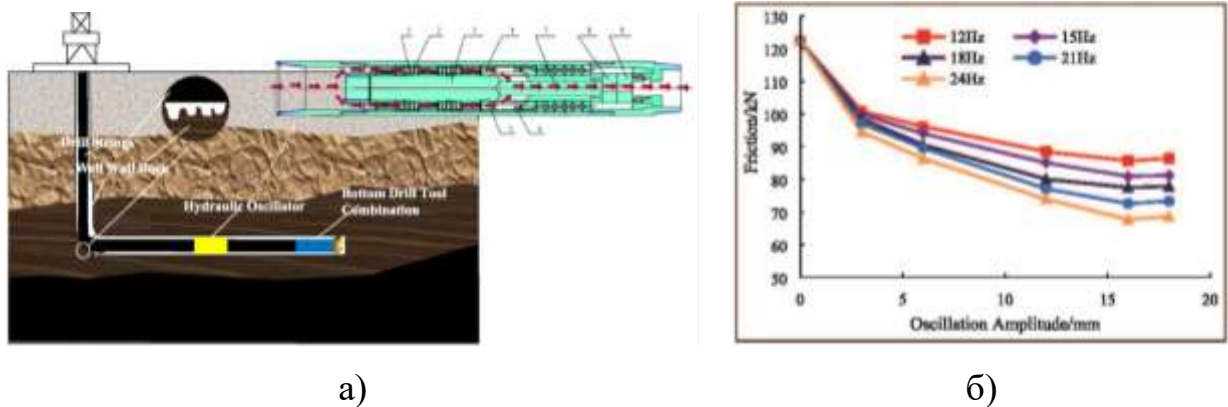


Рисунок 1.15 – Динамічна модель ГОК а) та залежність сил тертя від параметрів руху б) [51]

У статті [52] представлено результати розробки та випробувань нового ГОК, призначеного для роботи у горизонтальних свердловинах. На основі кінематичних моделей встановлено, що частота зміни площі потоку

пропорційна витраті рідини і становить 12,5 Гц при потоці 25 л/с. Числове моделювання показало, що амплітуда вібраційного зміщення інструменту варіюється в діапазоні 1–16 мм, а швидкість вібрації – від  $-0,8$  до  $+0,8$  м/с. Експериментальні дані підтвердили, що при робочому тиску 5 МПа перепад тиску на пристрої становить 2–3 МПа, що забезпечує стабільну осьову вібрацію.

Таким чином, аналіз розглянутих публікацій підкреслює, що застосування у складі орієнтованих КНБК РКС, ГВД та ГОК дозволяє, покращити керованість, зменшити сили опору осьовому руху, підвищити ефективність передачі навантаження на долото та швидкість проходки.

## **1.2 Аналіз конструкцій сучасних орієнтованих КНБК для буріння скерованих свердловин**

Сучасні КНБК для скерованого буріння є високотехнологічними комплексами, що забезпечують точний прохід у задану цільову зону продуктивного пласта. Вони складаються з породоруйнівного інструменту, яким переважно є PDC долото, гвинтового вибійного двигуна (ГВД), роторної керованої системи (РКС), системи телеметрії (СТ) з гідравлічним або електромагнітним каналом зв'язку, систем каротажу (СК), інструментів для розширення діаметру свердловини, секцій обважених бурильних труб (ОБТ), товстостінних бурильних труб (ТБТ) та бурильних труб (БТ), амортизаторів, гідравлічного осцилятора коливань (ГОК), ударних інструментів, перехідників, зворотних клапанів, а також калібраторів ствола (КЛС) та стабілізаторів різних конструкцій, замкових різьбових з'єднань (ЗРЗ) та іншого допоміжного обладнання. Основу сучасних систем складають ГВД із регульованим кутом перекосу корпусу або інноваційні РКС. РКС є найбільш прогресивним рішенням, оскільки вони дозволяють безперервно змінювати траєкторію свердловини без зупинки обертання всієї бурильної колони. За принципом дії РКС поділяються на системи штовхання долота (push-the-bit) та викривлення осі долота (point-the-bit).

Обов'язковим елементом КНБК є телеметричні системи MWD, які в реальному часі вимірюють зенітний кут, азимут та інструментальний кут орієнтації кривизни. Для детального вивчення розрізу безпосередньо під час поглиблення свердловини інтегруються каротажні комплекси LWD, що вимірюють гамма-каротаж, питомий опір та нейтронну пористість. Датчики каротажу намагаються розміщувати якомога ближче до руйнівного інструменту для мінімізації відстані запізнення отримання геофізичних даних. Бурильні долота типу PDC з алмазними різцями спеціально проектується під конкретний тип РКС або ГВД для забезпечення агресивного руйнування та стабільності калібрування стінок.

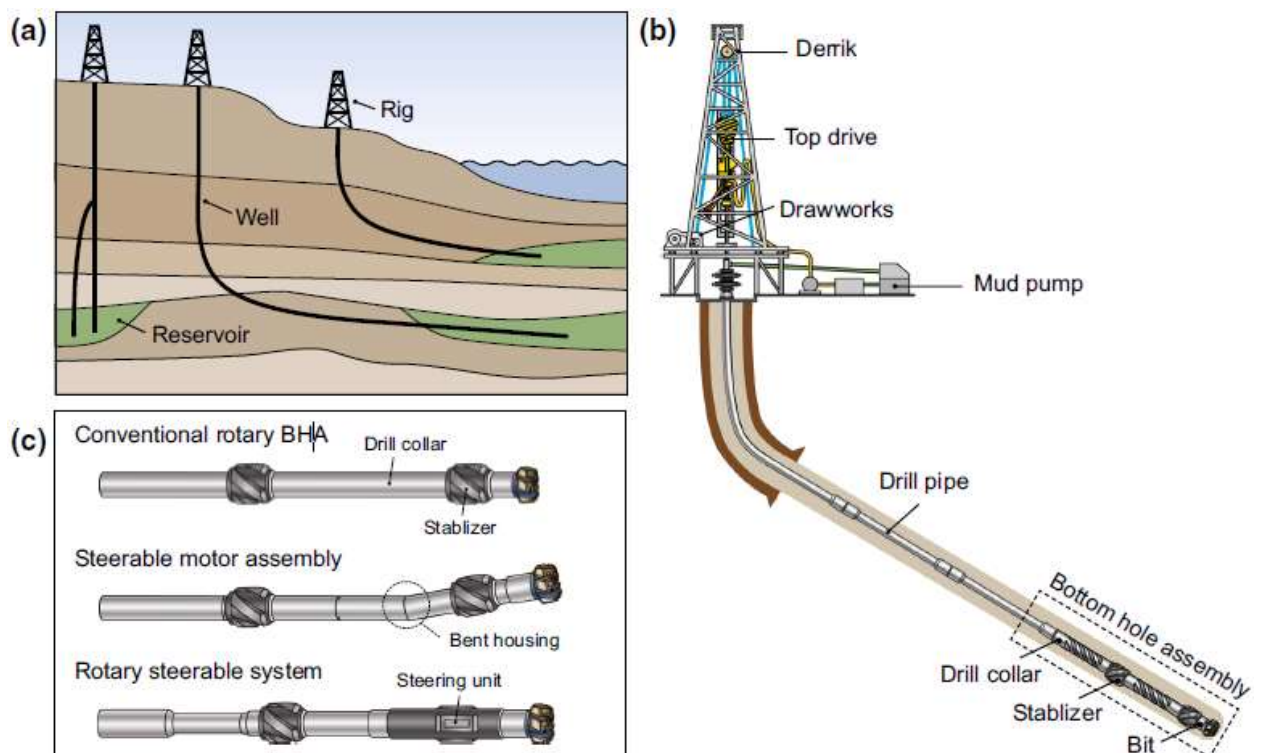
Надвисокі механічні навантаження на елементи КНБК компенсуються використанням спеціальних калібраторів та центраторів, які стабілізують положення колони у стовбурі. Для мінімізації ризику прихоплень інструменту та зниження сил тертя в КНБК інтегрують гідродинамічні та механічні осцилятори поздовжніх чи крутильних коливань. Важливу роль відіграють також перевідники різного призначення, включаючи зворотні клапани та фільтри, що захищають внутрішню порожнину електроніки від шраму та кольматації буровим розчином. Для безпечного вилучення КНБК у випадку аварійних ситуацій над телеметричною системою встановлюють механічні або гідравлічні бурильні яси.

Енергозабезпечення підземної електроніки реалізується за допомогою довговічних літєвих батарей або інтегрованих турбогенераторів, які живляться безпосередньо від потоку промивальної рідини. Передача інформації на поверхню найчастіше відбувається за допомогою гідравлічного каналу зв'язку шляхом генерації імпульсів тиску в потоці бурового розчину. Для надглибоких або горизонтальних свердловин усе частіше застосовують бурильні труби з дротовим каналом зв'язку (wired drill pipe), що гарантує миттєву передачу мегабайтів даних.

Уся конструкція сучасної КНБК проектується за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, яке моделює крутні моменти,

вібрації та критичні навантаження на кожен вузол. Ефективність такої компоновки наряду залежить від точного балансу між гідравлічною потужністю промивання, стійкістю деталей до зносу та безвідмовністю електронних плат в умовах високих температур і тисків.

Правильний вибір КНБК, геометрії її елементів з врахуванням механічних властивостей матеріалів з яких вони виготовлені, дає можливість забезпечити ефективне спорудження свердловини заданої траєкторії (рис. 1.16) без виникнення негативних вібраційних процесів, як у БК, так і на породоруйнівному інструменті, що негативно впливають на ресурс обладнання. Таким чином досягається можливість збільшення швидкості проходки, зниження кількості спуско-підйомних операцій, безаварійність роботи та ймовірності диференціального прихоплення БК.



- а) розташування на одній поверхні для кількох свердловин, буріння на суші до морського пласта, б) схематичне зображення типової системи буріння, в) типові типи КНБК; звичайна роторна КНБК, КНБК з керованим ГВД і РКС

Рисунок 1.16 – Схематизація КНБК для скерованого буріння [43]

В якості прикладу розглянемо КНБК діаметром  $\varnothing 152\text{мм}$  з РКС та ГВД (рис. 1.17), які успішно застосовувались при бурінні похило-скерованих свердловин на Семиренківському родовищі Дніпрово-Донецької западини [53]. Технічні характеристики даних КНБК наведені в таблицях 1.1 і 1.2. Особливістю таких КНБК є наявність в їх конструкції двох КЛС та ГОК. РКС PowerDrive Orbit 475 RSS компанії Schlumberger, що використовується в КНБК характеризується високими робочими характеристиками та застосовується при спорудженні свердловини на неусталених динамічних режимах [3, 6, 23, та ін.]. Такі режими характеризуються наявністю переривчастого руху долота, жорстких ударів, зміні крутного моменту та завдяки інноваційному ущільненню має можливість працювати із промивальними рідинами, що мають водневий показник 9,5-12 та характеризуються підвищеною корозійністю. Дана РКС дає можливість набирати до  $10^\circ$  на 30 м, та забезпечувати обертання долота до 350 об/хв, за рахунок чого регулюючи режими буріння можна уникати виникнення переривчастого обертання долота. Окрім цього система дає змогу записувати вібрації по трьох осях, поздовжні в діапазоні  $(0\div 35)\text{g}$  та поперечні в діапазоні  $(0\div 75)\text{g}$  проводити гамма-каротаж та орієнтувати КНБК по зенітному та азимутальному кутах.

ГВД PowerPack A475GT компанії Schlumberger є вибійним гвинтовим двигуном з секцією перекоосу осі, що дає можливість встановити кут перекоосу в діапазоні  $0\text{-}3^\circ$ . ГВД забезпечує частоту обертання двигуна в діапазоні 105-260 об/хв при загальній потужності 97кВт. Також в компоновках встановлено ГОК Agitator 4 3/4". Використання ГОК дає змогу зменшити сили тертя між бурильною колоною та стінками свердловини, забезпечити кращу передачу осьової сили до долота, а також стабільне переміщення КНБК у свердловині. Усе це дає змогу збільшити механічну швидкість буріння, покращити керованість КНБК та якість прокладання траєкторії свердловини та збільшити ресурс роботи інструменту.

Таблиця 1.1 – Коротка технічна характеристика орієнтованої КНБК  
з використанням ГОК та РКС [53]

| №  | Елемент КНБК                                      | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |         |
|----|---------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------|
|    |                                                   |                |               | Довжина,<br>м | Маса, т |
| 1  | Долото MR613V PDC Bit                             | 152,4          | 0,19          | 0,19          | 0,01    |
| 2  | РКС, PD Orbit 475 AA 6" Slick CC-AB               | 132,0          | 3,96          | 4,15          | 0,22    |
| 3  | Немагнітний перевідник Flex Sub                   | 124,0          | 1,40          | 5,55          | 0,31    |
| 4  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab             | 149,23         | 1,37          | 6,92          | 0,38    |
| 5  | Немагнітний зворотній клапан NM Float Sub w/Float | 121,0          | 1,13          | 8,05          | 0,46    |
| 6  | Орієнтуючий перевідник UBHO Sub                   | 121,0          | 0,93          | 8,98          | 0,52    |
| 7  | Немагнітна ОБТ з телесистемою MWD                 | 121,0          | 9,31          | 18,29         | 1,22    |
| 8  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab 149 мм      | 149,23         | 1,41          | 19,70         | 1,29    |
| 9  | Немагнітна ОБТ 1х 4 3/4" NMDC                     | 121,0          | 9,31          | 29,01         | 1,94    |
| 10 | ТБТ 3-1/2" HWDP 13×3-1.2"                         | 127,0          | 122,44        | 151,45        | 7,38    |
| 11 | ГОК Agitator 4 3/4"                               | 121,0          | 3,42          | 154,87        | 7,56    |
| 12 | Амортизатор                                       | 122,4          | 3,50          | 158,37        | 7,62    |
| 13 | ТБТ 3-1/2" HWDP 23×3-1/2"                         | 127,0          | 216,45        | 374,82        | 17,4    |
| 14 | Яс                                                | 121,0          | 9,10          | 383,92        | 18,1    |
| 15 | ТБТ 3-1/2" HWDP 12×3-1/2"                         | 127,0          | 112,24        | 496,16        | 22,9    |
| 16 | Перевідник Misc. Sub                              | 136,0          | 0,50          | 496,66        | 23,1    |

Таблиця 1.2 – Коротка технічна характеристика орієнтованої КНБК  
з використанням ГОК та ГВД [53]

| №  | Елемент КНБК                                              | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |         |
|----|-----------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------|
|    |                                                           |                |               | Довжина,<br>м | Маса, т |
| 1  | Долото MR613V PDC Bit                                     | 152,4          | 0,18          | 0,18          | 0,02    |
| 2  | ГВД A475M5683GT PowerPak, 5 27/32" кут перекоосу 1,5°/10м | 148,43         | 8,53          | 8,71          | 0,53    |
| 3  | Немагнітний зворотній клапан NM Float Sub w/Float         | 121,0          | 1,13          | 9,84          | 0,61    |
| 4  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab                     | 149,225        | 1,37          | 11,21         | 0,69    |
| 5  | Орієнтуючий перевідник UBHO Sub                           | 121,0          | 0,93          | 12,14         | 0,75    |
| 6  | Немагнітна ОБТ з телесистемою                             | 121,0          | 9,31          | 21,45         | 1,44    |
| 7  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab                     | 149,23         | 1,41          | 22,86         | 1,52    |
| 8  | Немагнітна ОБТ 1×4 3/4" NMDC                              | 121,0          | 9,31          | 32,17         | 2,17    |
| 9  | ТБТ 3-1/2" HWDP 13×3-1.2"                                 | 127,0          | 122,44        | 154,61        | 7,62    |
| 10 | ГОК Agitator 4 3/4"                                       | 121,0          | 2,84          | 157,45        | 7,76    |
| 11 | Амортизатор                                               | 121,0          | 3,34          | 160,79        | 7,95    |
| 12 | ТБТ 3-1/2" HWDP 23× 3-1/2"                                | 127,0          | 216,45        | 377,24        | 17,6    |
| 13 | Яс                                                        | 121,0          | 9,10          | 386,34        | 18,2    |
| 14 | ТБТ 3-1/2" HWDP 12×3-1/2"                                 | 127,0          | 112,24        | 498,58        | 23,1    |
| 15 | Перевідник Misc. Sub                                      | 136,0          | 0,50          | 499,08        | 23,3    |

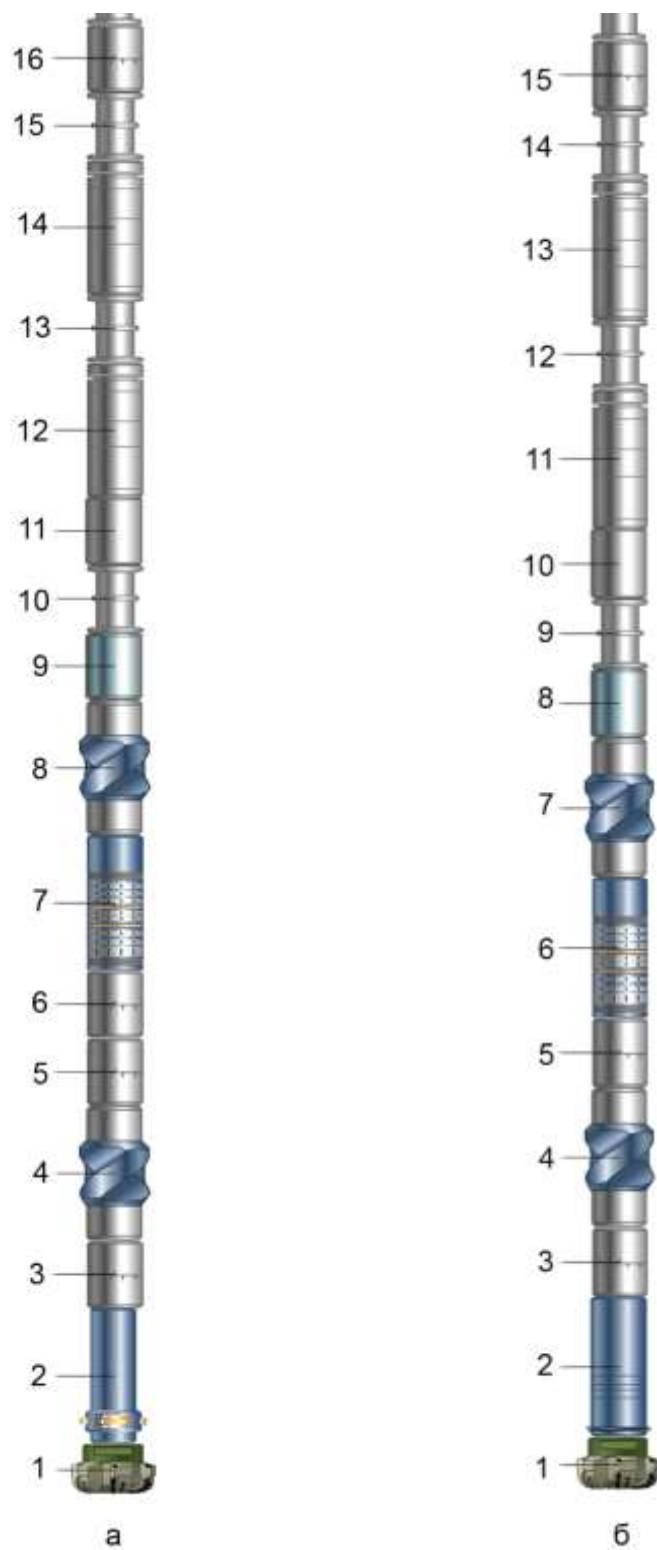


Рисунок 1.17 – Загальний вигляд орієнтованих КНБК з використанням РКС  
(а) та з використанням ГВД (б) [53]

Таблиця 1.3 – Коротка технічна характеристика орієнтованої КНБК  
з використанням MWD телесистеми та ГВД [53]

| №  | Елемент КНБК                                                                          | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |         |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------|
|    |                                                                                       |                |               | Довжина,<br>м | Маса, т |
| 1  | Долото SH616 PDC Bit                                                                  | 311,15         | 0,40          | 0,40          | 0,1     |
| 2  | ГВД S850M7859 з КЛС<br>ø307,98мм, зі зворотнім<br>клапаном та кутом<br>перекоосу 1,5° | 307,98         | 14,00         | 14,40         | 2,1     |
| 3  | Немагнітний КЛС<br>307,98мм NM String Stab                                            | 307,98         | 1,85          | 16,25         | 2,6     |
| 4  | Немагнітний перевідник<br>NM Saver Sub                                                | 213,0          | 0,39          | 16,64         | 2,7     |
| 5  | Телеметрія TeleScope 825                                                              | 210,00         | 8,1           | 24,74         | 4,4     |
| 6  | Немагнітний перевідник<br>NM Saver Sub                                                | 212,0          | 0,65          | 25,39         | 4,6     |
| 7  | Немагнітна коротка ОБТ<br>NM Pony Drill Collar                                        | 220,00         | 3,13          | 28,52         | 5,4     |
| 8  | Перевідник Crossover Sub                                                              | 210,00         | 0,37          | 28,89         | 5,5     |
| 9  | ОБТ (8 труб) Drill Collar                                                             | 203,00         | 73,99         | 102,88        | 21,3    |
| 10 | Перевідник Crossover Sub                                                              | 203,00         | 0,35          | 103,23        | 21,4    |
| 11 | Яс Drilling Jar                                                                       | 203,00         | 9,62          | 112,85        | 23,0    |
| 12 | Перевідник Crossover Sub                                                              | 206,00         | 0,37          | 113,22        | 23,0    |
| 13 | ОБТ (4 труби) Drill Collar                                                            | 203,00         | 36,65         | 149,87        | 30,9    |
| 14 | Перевідник Crossover Sub                                                              | 206,00         | 0,34          | 150,21        | 30,9    |
| 15 | ТБТ (8 труб) HWDP                                                                     | 127,00         | 72,76         | 222,97        | 36,6    |
| 16 | БТ S-135                                                                              | 127,00         | 2552,98       | 2775,95       | 122,1   |

Таблиця 1.4 – Коротка технічна характеристика орієнтованої КНБК  
з використанням MWD телесистеми та РКС [53]

| №  | Елемент КНБК                                         | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |         |
|----|------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------|
|    |                                                      |                |               | Довжина,<br>м | Маса, т |
| 1  | Долото PDC 519                                       | 311,15         | 0,37          | 0,37          | 0,1     |
| 2  | РКС PowerDrive X6                                    | 303,78         | 4,19          | 4,56          | 1,3     |
| 3  | Немагнітний КЛС 307,98мм<br>NM String Stab           | 307,98         | 1,41          | 5,97          | 1,6     |
| 4  | Немагнітний зворотній<br>клапан NM Float Sub w/Float | 211,98         | 0,78          | 6,75          | 1,8     |
| 5  | Немагнітний перевідник NM<br>Saver Sub               | 211,98         | 0,39          | 7,14          | 1,9     |
| 6  | Телеметрія TeleScope 900                             | 238,00         | 8,42          | 15,56         | 3,9     |
| 7  | Немагнітний перевідник NM<br>Saver Sub               | 211,00         | 0,53          | 16,09         | 4,0     |
| 8  | Немагнітний КЛС 307,98мм<br>NM String Stab           | 307,98         | 1,77          | 17,86         | 4,4     |
| 9  | Немагнітна ОБТ<br>NM Drill Collar                    | 209,00         | 8,41          | 26,27         | 6,4     |
| 10 | ОБТ (8 труб) Drill Collar                            | 203,20         | 81,68         | 107,95        | 23,9    |
| 11 | Яс Drilling Jar                                      | 203,00         | 7,43          | 115,38        | 25,2    |
| 12 | ОБТ (6 труб) Drill Collar                            | 203,20         | 53,23         | 168,61        | 36,6    |
| 13 | Перевідник Crossover Sub                             | 200,00         | 0,88          | 169,49        | 36,7    |
| 14 | ТБТ (3 труби) HWDP                                   | 168,28         | 28,08         | 197,57        | 38,8    |
| 15 | БТ S-135                                             | 168,28         | 3548,98       | 3746,55       | 158,2   |

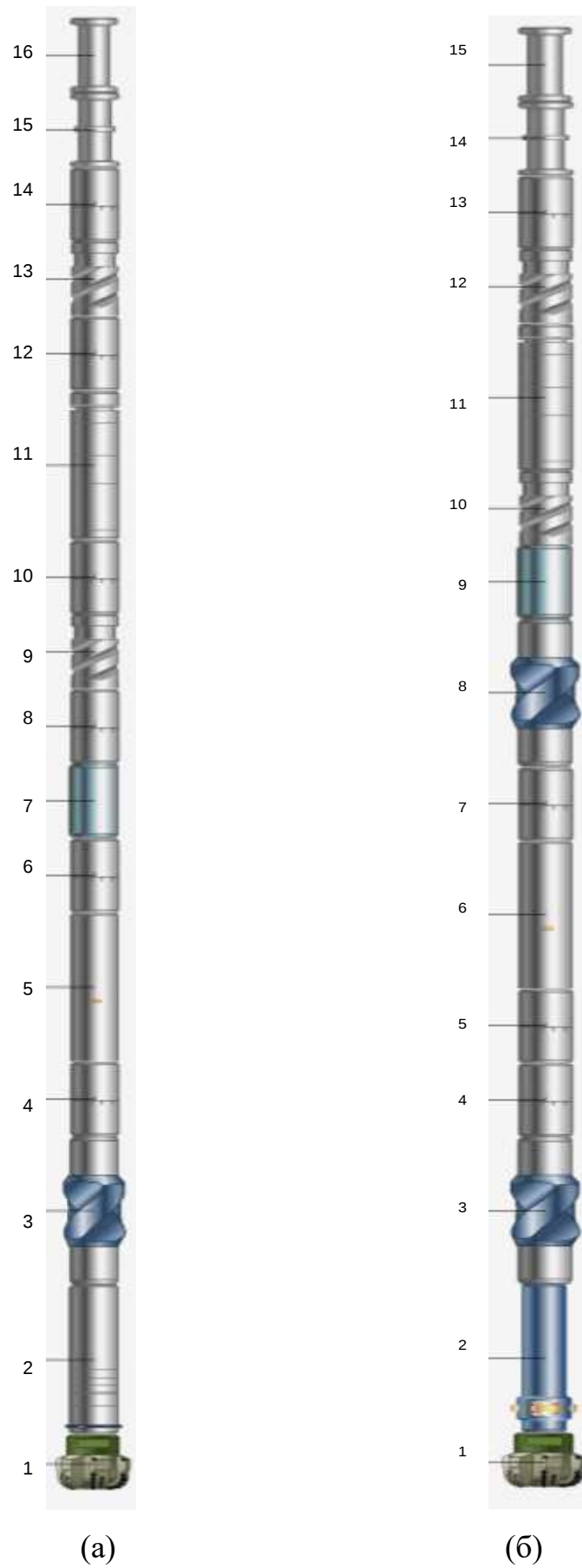


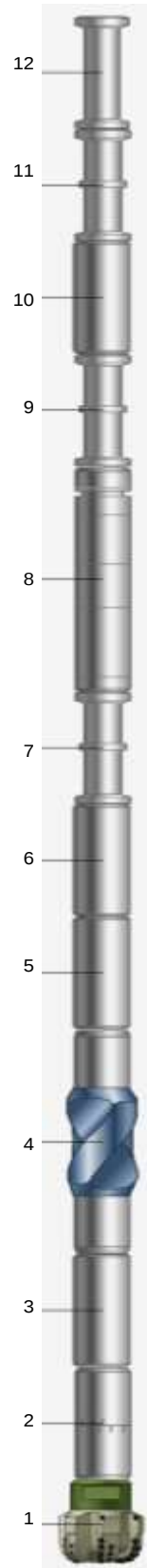
Рисунок 1.18 – Загальний вигляд орієнтованих КНБК з використанням ГВД  
(а) та з використанням РКС (б) [53]

Таблиця 1.5 – Коротка технічна характеристика неорієнтованої КНБК [53]

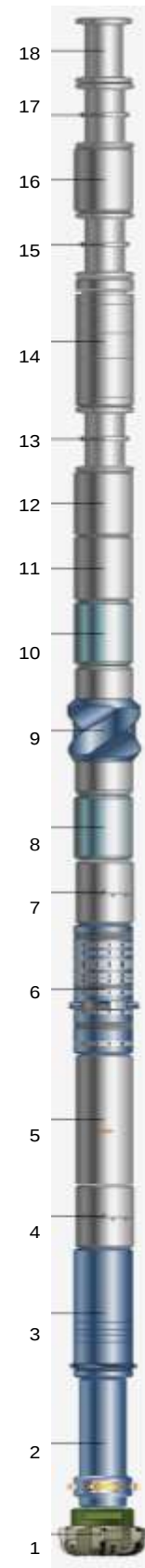
| №  | Елемент КНБК                                                                   | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |         |
|----|--------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------|
|    |                                                                                |                |               | Довжина,<br>м | Маса, т |
| 1  | Шарошкове Долото RD12DH                                                        | 215,9          | 0,25          | 0,37          | 0,1     |
| 2  | Наддолотний патрубок зі<br>зворотнім клапаном<br>Near bit sub with float valve | 168,28         | 1,11          | 1,36          | 0,2     |
| 3  | Спіральна ОБТ Spiral DC                                                        | 158,75         | 9,25          | 10,61         | 1,4     |
| 4  | Немагнітний КЛС NM Strin<br>Stabilizer                                         | 206,38         | 1,73          | 12,34         | 1,6     |
| 5  | Циркуляційний патрубок<br>багаторазової дії PBL Sub                            | 169,93         | 2,74          | 15,08         | 2,4     |
| 6  | Спіральна ОБТ (5 труб)<br>Spiral DC                                            | 158,75         | 45,16         | 60,24         | 8,0     |
| 7  | ТБТ (4 труби) HWDP                                                             | 168,28         | 35,90         | 96,14         | 10,6    |
| 8  | Яс Drilling Jar                                                                | 165,10         | 9,86          | 106,00        | 11,5    |
| 9  | ТБТ (3 труби) HWDP                                                             | 168,28         | 26,53         | 132,53        | 13,4    |
| 10 | Підсилювач Яса Accelerator                                                     | 165,10         | 10,00         | 142,53        | 14,2    |
| 11 | ТБТ (5 труб) HWDP                                                              | 168,28         | 45,28         | 187,81        | 17,5    |
| 12 | БТ S-135                                                                       | 127,00         | 2675,81       | 2863,00       | 124,30  |

Таблиця 1.6 – Коротка технічна характеристика орієнтованої посиленої  
КНБК з використанням ГВД та РКС [53]

| №  | Елемент КНБК                                        | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |         |
|----|-----------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------|
|    |                                                     |                |               | Довжина,<br>м | Маса, т |
| 1  | Долото PDC 616                                      | 215,9          | 0,22          | 0,22          | 0,1     |
| 2  | РКС PowerDrive Orbit                                | 192,02         | 4,15          | 4,37          | 0,7     |
| 3  | ГВД 7850 зі зворотнім клапаном                      |                | 8,37          | 12,74         | 1,7     |
| 4  | Немагнітний перевідник NM<br>Saver Sub              |                | 0,75          | 13,49         | 1,8     |
| 5  | Телеметрія TeleScope 675                            |                | 8,28          | 21,77         | 2,9     |
| 6  | Прилад каротажу під час буріння<br>LWD              |                | 8,02          | 29,79         | 4,2     |
| 7  | Немагнітний перевідник NM<br>Saver Sub              |                | 1,02          | 30,81         | 4,3     |
| 8  | Немагнітна коротка ОБТ<br>NM Pony Drill Collar      |                | 2,73          | 33,54         | 4,7     |
| 9  | Немагнітний КЛС NM Strin<br>Stabilizer              |                | 2,15          | 35,69         | 5,1     |
| 10 | Немагнітна ОБТ NM Drill Collar                      |                | 9,39          | 45,08         | 6,5     |
| 11 | Циркуляційний патрубок<br>багаторазової дії PBL Sub |                | 2,84          | 47,92         | 7,3     |
| 12 | Спіральна ОБТ (6 труб) Spiral<br>DC                 |                | 54,31         | 102,23        | 14,0    |
| 13 | ТБТ (4 труби) HWDP                                  |                | 35,90         | 138,13        | 16,5    |
| 14 | Яс Drilling Jar                                     |                | 9,86          | 147,99        | 17,4    |
| 15 | ТБТ (3 труби) HWDP                                  |                | 26,53         | 174,52        | 19,3    |
| 16 | Підсилювач Яса Accelerator                          |                | 9,79          | 184,31        | 20,1    |
| 17 | ТБТ (5 труб) HWDP                                   |                | 45,48         | 229,79        | 23,4    |
| 18 | БТ S-135                                            |                | 2418.00       | 2647.79       | 122.12  |



(a)



(б)

Рисунок 1.19 – Загальний вигляд неорієнтованої КНБК (а) та орієнтованої посиленої КНБК з використанням ГВД та РКС (б) [53]

При бурінні горизонтальних ділянок свердловин №258 Гнідинцівського та №525 Бургуватівського родовищ застосовувалися орієнтовані КНБК, оснащені MWD та LWD телесистемами (рис. 1.20), (табл. 1.7) [14, 35]. Діючі бурові компанії при бурінні ПСС і ГС застосовують MWD та LWD системи різних видів і призначень, які вибирають залежно від геолого-технічних умов буріння, особливостей технологічних процесів і поставлених завдань. MWD та LWD-телесистеми використовується для контролю запроєктованої траєкторії стовбура свердловини, а також відображення геологічної інформації, проведення інклінометричних вимірювань у процесі буріння та забезпечення якісного розкриття продуктивного горизонту. Для передачі інформації із систем LWD у систему MWD, а потім на поверхню до наземної станції, розшифрування та обробки інформації застосовується два способи:

- 1) передача інформації пульсацією бурового розчину;
- 2) передача інформації електромагнітними хвилями.

Для буріння похило-скерованих і горизонтальних ділянок свердловин переважно застосовуються орієнтовані КНБК, які споряджені MWD - та LWD-телесистемами з гідравлічним каналом зв'язку фірм “Drill-Tek” та “TeleScope” (рис. 1.21) [54]. Телеметрична MWD система “TeleScope” [54] (рис. 1.21) включає в себе: електроніку, давачі азимуту і кута нахилу, гамма-зонди, пульсатори, а також акумуляторні батареї, які конфігуруються та налаштовуються для конкретних потреб щодо задання траєкторії свердловини. Комплект давачів може бути встановлений в стандартних немагнітних ОБТ, але також можливе аварійне їх вилучення та встановлення телеметричної системи без підйому бурильних труб. Дані телеметричні системи, в поєднанні з високоякісними допоміжними компонентами, майстерно інтегровані в компактні, готові для використання на бурових MWD/LWD комплекти. Кожен стандартний комплект MWD/LWD системи включає 2 повні свердловинні і наземні системи обладнання. Схема телесистеми наведена на рисунку 1.21.

Таблиця 1.7 – Коротка технічна характеристика орієнтованої КНБК  
з використанням MWD-телесистеми та ГВД [14, 35]

| №  | Елемент КНБК                                            | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |            |
|----|---------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|------------|
|    |                                                         |                |               | Довжина,<br>м | Маса,<br>т |
| 1  | Долото тришарошкове                                     | 215,9          | 0,25          | 0,25          | 0,02       |
| 2  | ГВД 6/7 5,0 (з відхилювачем)<br>кут перекоосу 2,2°/10 м | 165            | 9,18          | 9,43          | 0,53       |
| 3  | Орієнтуючий перевідник 6<br>1/2"                        | 165            | 0,73          | 10,16         | 0,61       |
| 4  | Немагнітна ОБТ із т/с MWD<br>всередині<br>6 1/2"        | 165            | 9,29          | 19,45         | 0,69       |
| 5  | Немагнітна ОБТ 6 1/2"                                   | 165            | 9,38          | 28,83         | 0,75       |
| 6  | Перехідник Н 4 1/2"IF×Мз -<br>133                       | 165            | 0,25          | 29,08         | 1,44       |
| 7  | HWDP 168x127x89 мм                                      | 168            | 297,8         | 326,88        | 1,52       |
| 8  | ТБПК 127x9,19 G-105                                     | 127            | 109,28        | 436,16        | 2,17       |
| 9  | Перевідник Нз - 133×Мз - 122                            | 155            | 0,27          | 436,43        | 7,62       |
| 10 | ОБТ Ø165мм                                              | 165            | 74,11         | 510,54        | 7,76       |
| 11 | Перевідник Нз - 133×Мз - 122                            | 133            | 0,33          | 510,87        | 7,95       |
| 12 | Гідравлічний яс                                         | 165            | 5,50          | 516,37        | 17,6       |
| 13 | Перевідник Нз - 133×Мз - 122                            | 133            | 0,28          | 516,65        | 18,2       |
| 14 | ОБТ Ø165мм                                              | 165            | 36,87         | 553,52        | 23,1       |
| 15 | Перевідник Нз - 133×Мз - 122                            | 133            | 0,36          | 553,88        | 23,3       |
| 16 | ТБПК Ø127×9,19мм                                        | 127            | 891,38        | 1445,26       | 23,5       |

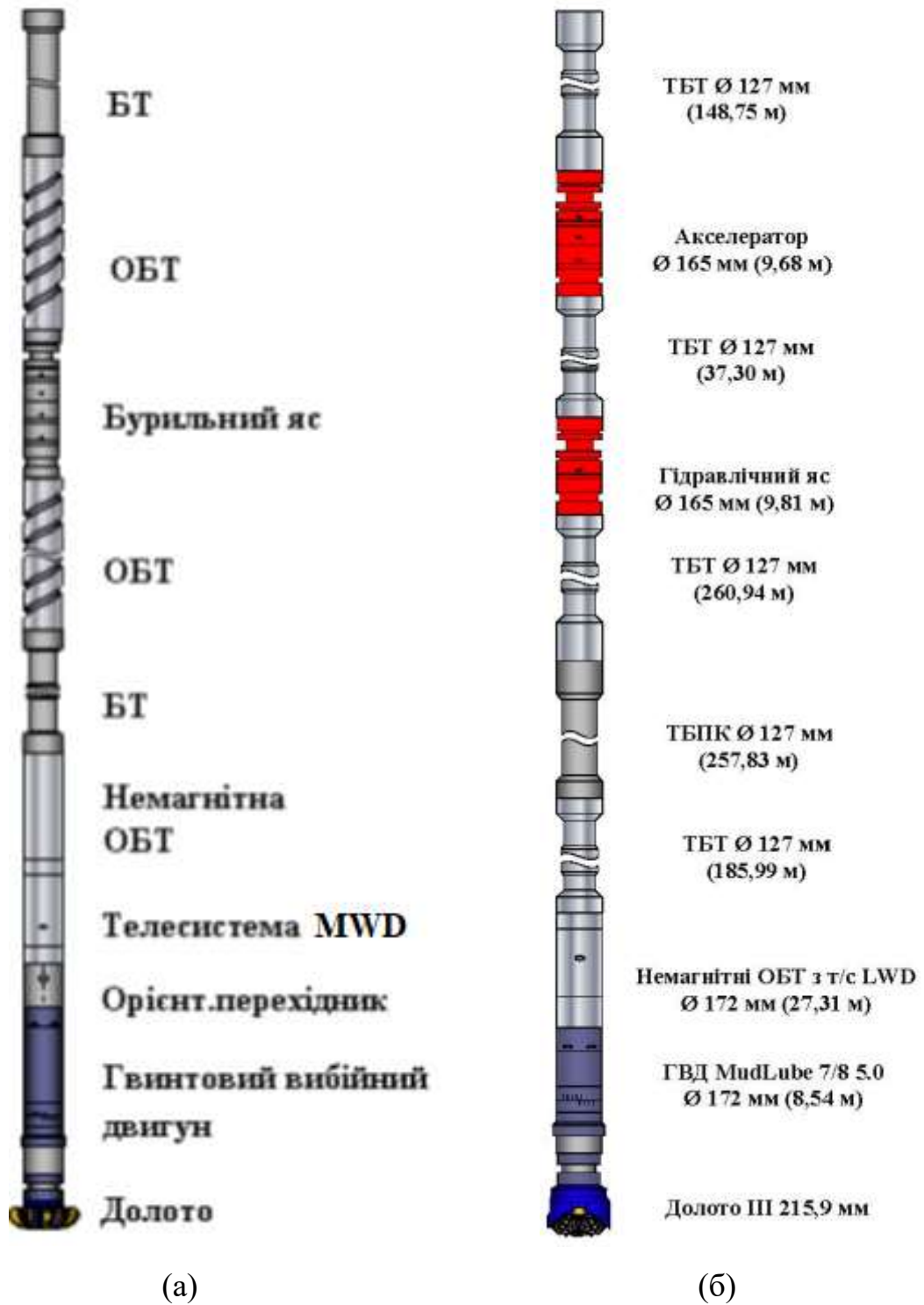


Рисунок 1.20 – Загальний вигляд орієнтованих КНБК для буріння горизонтальної ділянки у свердловини з використанням MWD (а) та LWD (б) телесистем та ГВД [14, 35]



Рисунок 1.21 – Схема компоновки телесистеми “TeleScope” [54]

Конструкція ГВД (таблиця 1.8) базується на робочій парі з багатозахідного сталевого ротора та еластичного обкладу статора, де енергія потоку промивальної рідини трансформується в обертовий момент. Обертання від ротора через систему гнучких торсіонів або карданних валів передається на шпіндельний вузол, який безпосередньо приводить у дію бурове долото. Для забезпечення точного керування траєкторією свердловини в КНБК також інтегрується РКС, яка дозволяє змінювати напрямок без зупинки обертання всієї бурильної колони. Конструктивно РКС (таблиця 1.9) складається з надзвукових датчиків телеметрії, електронно-обчислювального блока та спеціальних висувних лопаток (розсувних блоків), які створюють радіальне зусилля на стінку свердловини за принципом «штовхай долото». Завдяки поєднанню високих обертів долота від ГВД та безперервного контролю zenітного кута від РКС досягається максимальна ефективність та точність спорудження складних похило-спрямованих і горизонтальних свердловин.

Таблиця 1.8 – Коротка технічна характеристика ГВД 962

|                                                                                   |                                                                   |                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|---------------------|
|  | Витрата бурового розчину, л/хв                                    | 2300-4540           |
|                                                                                   | Тип з'єднань, API (Верхня)                                        | 6-5 / 8 REG / 3-152 |
|                                                                                   | Тип з'єднань, API (Нижня)                                         | 7-5 / 8 REG / 3-177 |
|                                                                                   | Габаритні розміри:<br>Довжина , мм<br>Зовнішній діаметр , мм      | 10 000<br>240       |
|                                                                                   | Тип                                                               | PowerPak XP 5:6     |
|                                                                                   | Швидкість обертання долота                                        | 0,11 об/гал         |
|                                                                                   | Допустимий вміст розчиненого кисню в буровому розчині             | <1%                 |
|                                                                                   | Допустимий діапазон для водневого показника (pH) бурового розчину | 9,5 - 12,0          |

Таблиця 1.9 – Коротка технічна характеристика РКС PowerDrive X6 900

|                                                                                     |                                                                                         |                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
|  | Витрата бурового розчину, л/хв (при питомій вазі розчину 1000 кг/м <sup>3</sup> )       | 2115 – 6071         |
|                                                                                     | Витрата бурового розчину при якій електроніка РКС починає працювати, л/хв               | 1907                |
|                                                                                     | Тип з'єднань, API (Верхня)                                                              | 6-5 / 8 REG / 3-152 |
|                                                                                     | Тип з'єднань, API (Нижня)                                                               | 6-5 / 8 REG / 3-152 |
|                                                                                     | Габаритні розміри:<br>Довжина , мм<br>Зовнішній діаметр , мм<br>Внутрішній діаметр , мм | 5870<br>230<br>130  |
|                                                                                     | Тип РКС                                                                                 | Orbit               |
|                                                                                     | Тип лопаток                                                                             | III                 |
|                                                                                     | Допустимий вміст розчиненого кисню в буровому розчині                                   | <1%                 |
|                                                                                     | Допустимий діапазон для водневого показника (pH) бурового розчину                       | 9,5 - 12,0          |

### **1.3 Сучасні методи та засоби дослідження динаміки та напружено-деформованого стану КНБК при бурінні скерованих свердловин**

Буріння глибоких похило-скерованих свердловин довжиною понад 5000–7000 метрів вимагає точного прогнозування динамічної поведінки бурильного інструменту. КНБК під час роботи зазнає екстремальних навантажень, де крутильні моменти можуть перевищувати 40–50 кН·м. Оцінка динаміки та НДС КНБК є критично важливим для запобігання втомним руйнуванням, які складають до 15–20% від усіх аварій.

Базовим інструментом аналізу динаміки та НДС КНБК впродовж останніх років стало тривимірне числове моделювання з використанням методу скінченних елементів (МСЕ). Сучасні комп'ютерні моделі розбивають КНБК на масиви з 500 000 і більше скінченних елементів для досягнення високої точності розрахунків. Віртуальні симуляції дозволяють відтворювати коливальні процеси у діапазоні частот від 0,5 до 150 Гц. Особлива увага приділяється моделюванню нелінійного контакту елементів КНБК зі стінками свердловини, де зазори часто не перевищують 10–15 мм. Розрахунки дозволяють виявити пікові напруження у замкових з'єднаннях, які нерідко досягають 300–400 МПа. Застосування крокових чисельних методів з дискретизацією часу до 0.001 секунди допомагає детально описати хвильові процеси в колоні.

Ефективність теоретичних розрахунків суттєво підвищується завдяки використанню програмних комплексів типу ANSYS, ABAQUS, Landmark та ін. Спеціалізоване програмне забезпечення дозволяє оцінювати проходження викривлених ділянок із інтенсивністю просторового викривлення до 3–5 градусів на 10 метрів. Поряд із моделюванням активно розвиваються методи експериментальних стендових випробувань у масштабах від 1:5 до 1:1. Лабораторні гідравлічні стенди здатні відтворювати тиск промивальної рідини до 30–40 МПа для імітації забійних умов. Фізичний експеримент дозволяє верифікувати математичні моделі з похибкою, що не перевищує 5–8%.

Головним джерелом інформації безпосередньо з вибою свердловини стали сучасні забійні телеметричні системи (MWD/LWD). Вони забезпечують вимірювання динамічних параметрів із частотою дискретизації вбудованих датчиків від 100 до 400 Гц. Телеметрія передає дані на поверхню по гідравлічному каналу зі швидкістю від 1 до 12 біт за секунду. Високочастотні автономні реєстратори, інтегровані у КНБК, здатні фіксувати тривісні прискорення до 50g–100g. Отримані гігабайтні масиви промислових даних обробляються за допомогою методів статистичного аналізу та фільтрації сигналів. Все частіше для розпізнавання небезпечних режимів у реальному часі залучають алгоритми штучного інтелекту з точністю класифікації дефектів понад 92–95%.

Комплексний підхід до дослідження НДС забезпечує зниження рівня шкідливих крутильних автоколиваний (stick-slip) на 30–40%. Оптимізація жорсткості та геометрії КНБК дозволяє зменшити амплітуду поперечних коливаний (whirl) у 2–3 рази. Раціональне розміщення калібраторів та центрувальних елементів знижує інтенсивність зносу стінок КНБК на 25%. Результати досліджень дозволяють збільшити механічну швидкість проходки на 15–20% за рахунок оптимізації осевого навантаження. Загальний ресурс бурового долота та елементів КНБК завдяки впровадженню цих засобів зростає на 40–50%. Розроблені наукові підходи стають основою для проектування надійних систем автоматичного керування процесом буріння складних профілів.

Сучасне спрямоване буріння на глибину в кілька тисяч метрів вимагає високоточного прогнозування та контролю траєкторії, що значно ускладнюється нелінійною динамікою КНБК. Традиційні геометричні підходи, такі як триточковий метод, забезпечують лише грубу оцінку інтенсивності викривлення свердловини, тоді як класичний механічний метод скінченних елементів є обчислювально неефективним для довгих дистанцій. Для подолання цих недоліків розроблено новий метод динамічного моделювання багатомасових гнучких систем на основі

довільного Лагранжево-Ейлерового (ALE) опису, що дозволяє ефективно досліджувати динаміку та напружено-деформований стан бурильної колони [43]. Використання ALE-формулювання для бурильних труб забезпечує оптимальний баланс між точністю та швидкістю розрахунків, скорочуючи час симуляції проходки однієї свічки з 22,1 години для традиційної Лагранжевої моделі до всього 3,0 годин. Представлена у [43] методика дозволяє безперервно моделювати реалістичний процес нарощування бурильної колони свічками завдовжки по 30 футів шляхом динамічного додавання нових балкових елементів Тимошенка безпосередньо під час розрахунку. У моделі детально враховано просторову взаємодію всієї колони зі стінками свердловини, де розподіл крутного моменту знижується з 3,2 кНм на верхньому приводі до 0,9 кНм на долоті через розподілені сили взаємодії при коефіцієнті динамічного тертя 0,3. Керованість КНБК досліджувалася для трьох типів систем, зокрема звичайної роторної компоновки, гвинтового вибійного двигуна з кутами перекосу корпусу від  $0,25^0$  до  $1,25^0$ , а також сучасних РКС (рис. 1.22).

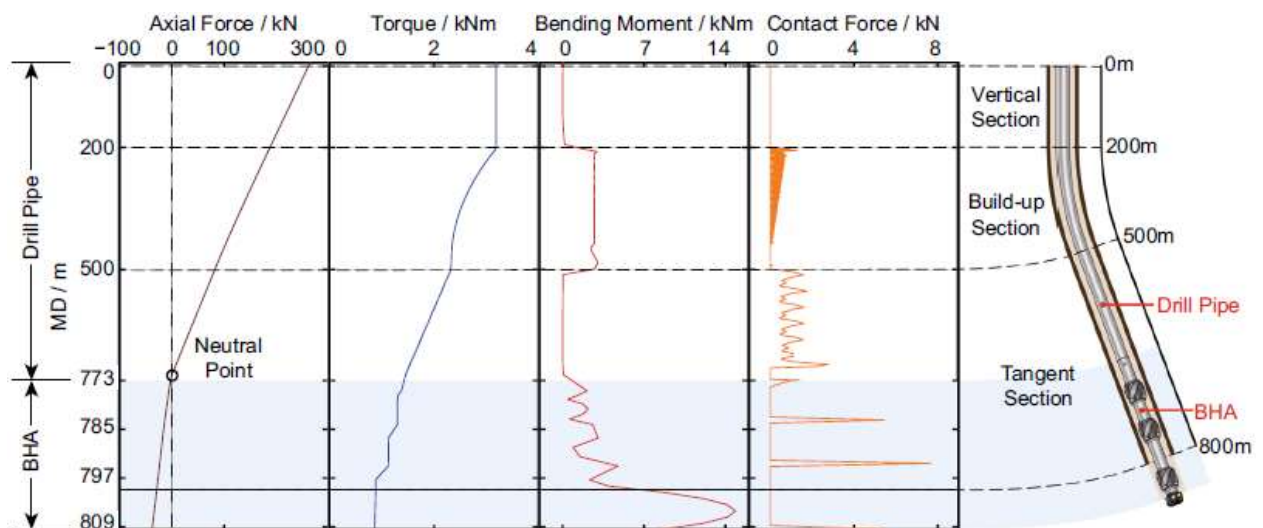


Рисунок 1.22 – Динамічна модель КНБК, та метод пошкодження (часового) аналізу силових факторів [43]

Для РКС натискного типу радіальне зусилля висувних лопаток змінювалося в діапазоні від 0 до 20 кН, що забезпечує пряме оцінювання здатності компоновки змінювати або утримувати зенітний кут свердловини. Ефективність запропонованого підходу підтверджено порівнянням результатів безперервної симуляції проходки двох свічок із промисловими даними випробувань у Бохайській затоці на свердловині загальною вертикальною глибиною 1538 метрів. Максимальне відхилення між чисельно розрахованою траєкторією стовбура та фактичним профілем свердловини склало менше 0,2 метра, що доводить високу точність методу та його готовність до застосування для онлайн-контролю траєкторії буріння.

В загальному випадку задача динаміки для елемента системи, зображеного на рисунку 1.22 має наступний вигляд:

$$F(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) = \begin{bmatrix} Q(q, \dot{q}, \ddot{q}) + \left( \frac{\partial C}{\partial q} \right)^T \lambda + Q_{ext}(q, \dot{q}, t) \\ C(q, \dot{q}, t) \end{bmatrix}, \quad (1.2)$$

де  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  – узагальнені координата, швидкість та пришвидшення відповідно;  $t$  – час;  $F, Q, C, Q_{ext}$  – діючі активні, дисипативні навантаження, статичні та динамічні реакції у довільному перерізі КНБК відповідно;  $\lambda$  – множник Лагранжа.

Дослідження динаміки та НДС КНБК є критично важливим, оскільки пов'язані з вібраціями аварії зумовлюють понад 25% непродуктивного часу буріння. Традиційні засоби моніторингу зазвичай фіксують лише низькочастотні коливання в діапазоні нижче 50 Гц. Проте сучасні підходи [44] сфокусовані на високочастотних крутильних коливаннях (HFTO), де резонансна частота може досягати 500–560 Гц, а амплітуда знакозмінних прискорень – 200g (рис. 1.23). Головним методом теоретичного аналізу НДС стало тривимірне нелінійне моделювання на базі скінченних елементів. Новітні математичні моделі забезпечують високу точність розрахунків,

знижуючи похибку визначення власних частот до менш ніж 3% для поперечних вібрацій та менш ніж 1% для НФТО. Для експериментальних досліджень використовуються забійні вимірювальні інструменти з частотою дискретизації датчиків у діапазоні від 50 до 5020 Гц. Отримані масиви даних зберігаються в автономній пам'яті об'ємом до 4 ГБ або транслюються на поверхню через дротові бурильні труби зі швидкістю до 57600 біт/с. Сучасна телеметрична апаратура повністю адаптована до умов глибокого забою, витримуючи робочі температури до 150–180°C та гідростатичний тиск до 20000–30000 psi. Цифрова обробка та автоматизована класифікація сигналів дозволяють розпізнавати небезпечні деструктивні режими буріння з точністю понад 90–92%. Практичне впровадження цих методів для оптимізації конструкції КНБК дозволяє підвищити механічну швидкість проходки на 30% та збільшити ресурс бурового інструменту на 26%.

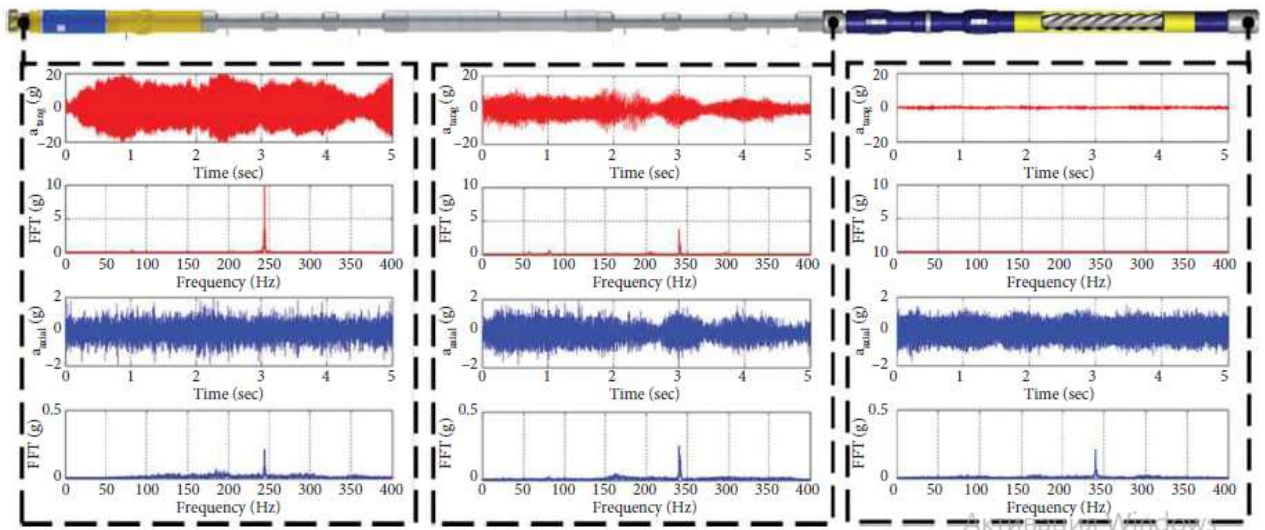


Рисунок 1.23 – Схема орієнтованої КНБК та аналіз коливних процесів у різних її перерізах [44]

Авторами [55] розроблена методика аналізу фрикційних характеристик та нелінійної динаміки бурильної колони в усій секції свердловини при газовому бурінні з використанням сучасних чисельних підходів (рис. 1.22). Для детального вивчення динамічної поведінки та напружено-деформованого

стану системи побудовано тривимірну математичну модель на основі методу скінченних елементів та рівнянь Лагранжа. Розв'язання отриманих нелінійних рівнянь руху здійснюється за допомогою вдосконаленого узагальненого  $\alpha$ -методу та швидкого ітераційного методу Ньютона. Геометричні параметри процесу досліджували на прикладі моделі горизонтальної свердловини “Jinqian 511-7-H1” із вертикальною глибиною 1982 м та повною виміряною довжиною 2844 м. Для дискретизації бурильну колону розділено на балкові елементи завдовжки 6 м для викривленої і горизонтальної ділянок та 8,5 м для вертикальної частини з кроком розрахунку за часом 0,0015с. Компоновка низу бурильної колони містить долото PDC діаметром 152,4 мм, стабілізатор діаметром 146,1 мм та обважнені бурильні труби загальною довжиною 283,6 м (р. 7). Розрахунки показали, що при підвищенні швидкості обертання від 30 до 60 об/хв поперечне зміщення різних вузлів колони зростає на величину від 2% до 35%. Збільшення кривизни стовбура свердловини від  $1^\circ/30$  м до  $10^\circ/30$  м призводить до суттєвого зростання загального опору тертя від 125 кН до 170кН. За умови інтенсивного викривлення у  $12^\circ/30$  м сила тертя під час підйому інструменту становить 225 кН, а під час спуску збільшується до 283 кН. Зміна коефіцієнта тертя чинить найбільший вплив на горизонтальну секцію, де приріст сили опору досягає в середньому 50 кН на кожен кілометр довжини. Зростання осьового навантаження на долото провокує додаткове вигинання колони, причому за мінімального зусилля у 10 кН максимальний момент тертя дорівнює 90 Н·м. Для оптимізації процесу буріння, запобігання прихопленням та руйнуванню стінок рекомендовано утримувати оберти в діапазоні 30–60 об/хв, а осьове навантаження обмежити значенням 50 кН.

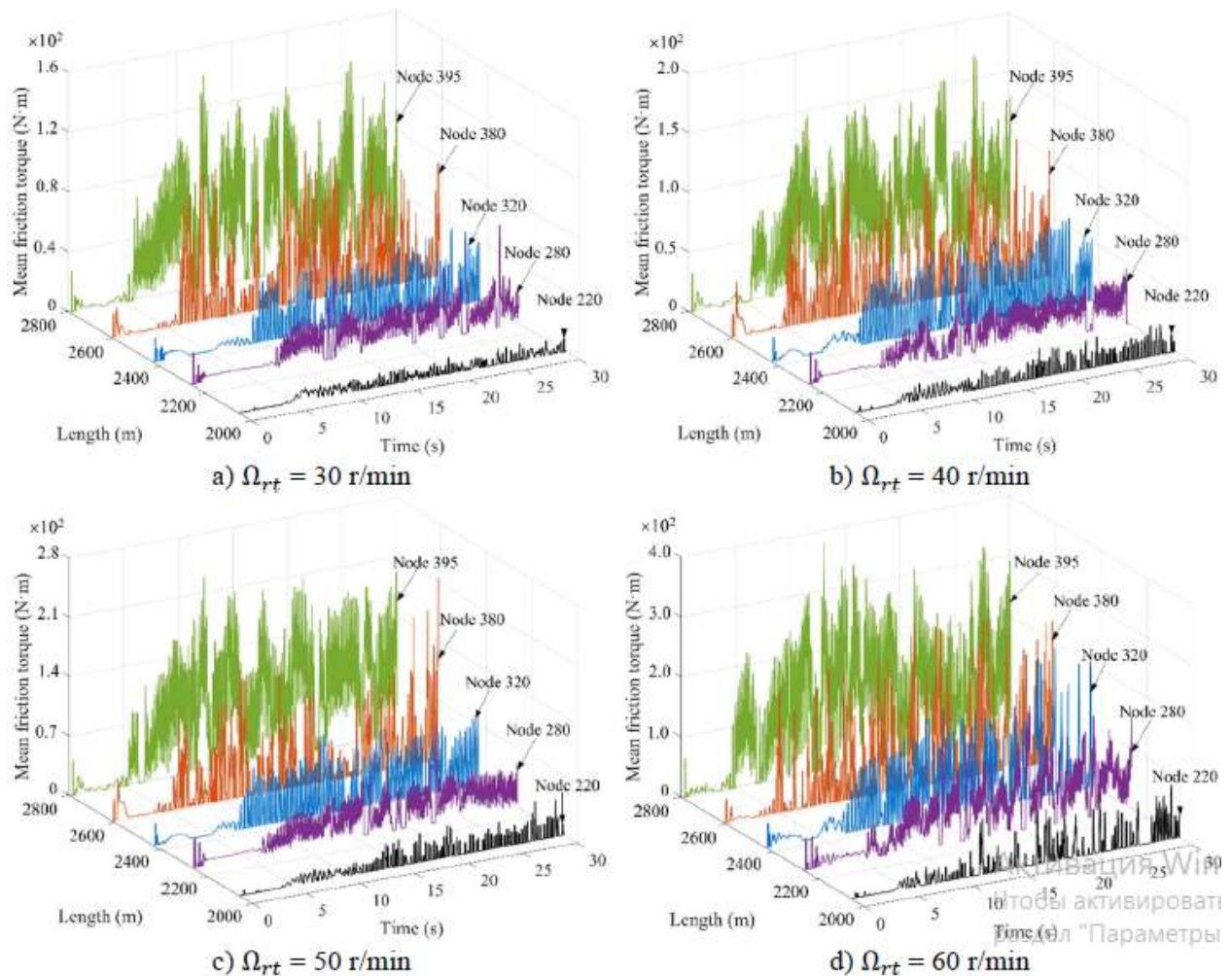


Рисунок 1.22 – Результати чисельного дослідження дисипативних силових параметрів КНБК [55]

Останніми роками зріс інтерес до експлуатації орієнтованих КНБК у складі комбінованих БК (рис. 1.23), укомплектованих сталевими та титановими бурильними трубами [56]. В результаті досліджень компоновок, отримано динамічні характеристики комбінованих БК і КНБК у вигляді двох та тривимірних спектрів. Порівнюючи та аналізуючи динамічні характеристики 3 типів комбінованих бурильних колон встановлено, що при застосуванні 4-дюймової титанової бурильної труби для нижніх 2000 метрів компоновки у поперечному перерізі виникають менші динамічні напруження і поперечні вібрації, а також менші сили контактування зі стовбуром скерованої свердловини. За складних гірничо-геологічних умов буріння надглибоких скерованих свердловин бурильна колона генерує складні

нелінійні коливання, які суттєво впливають на працездатність та ефективність експлуатації КНБК. На основі отриманих результатів компанія Schlumberger розробила технологію кількісного незалежного визначення ризику впливу вібрації на технічний стан, працездатність та надійність елементів КНБК.

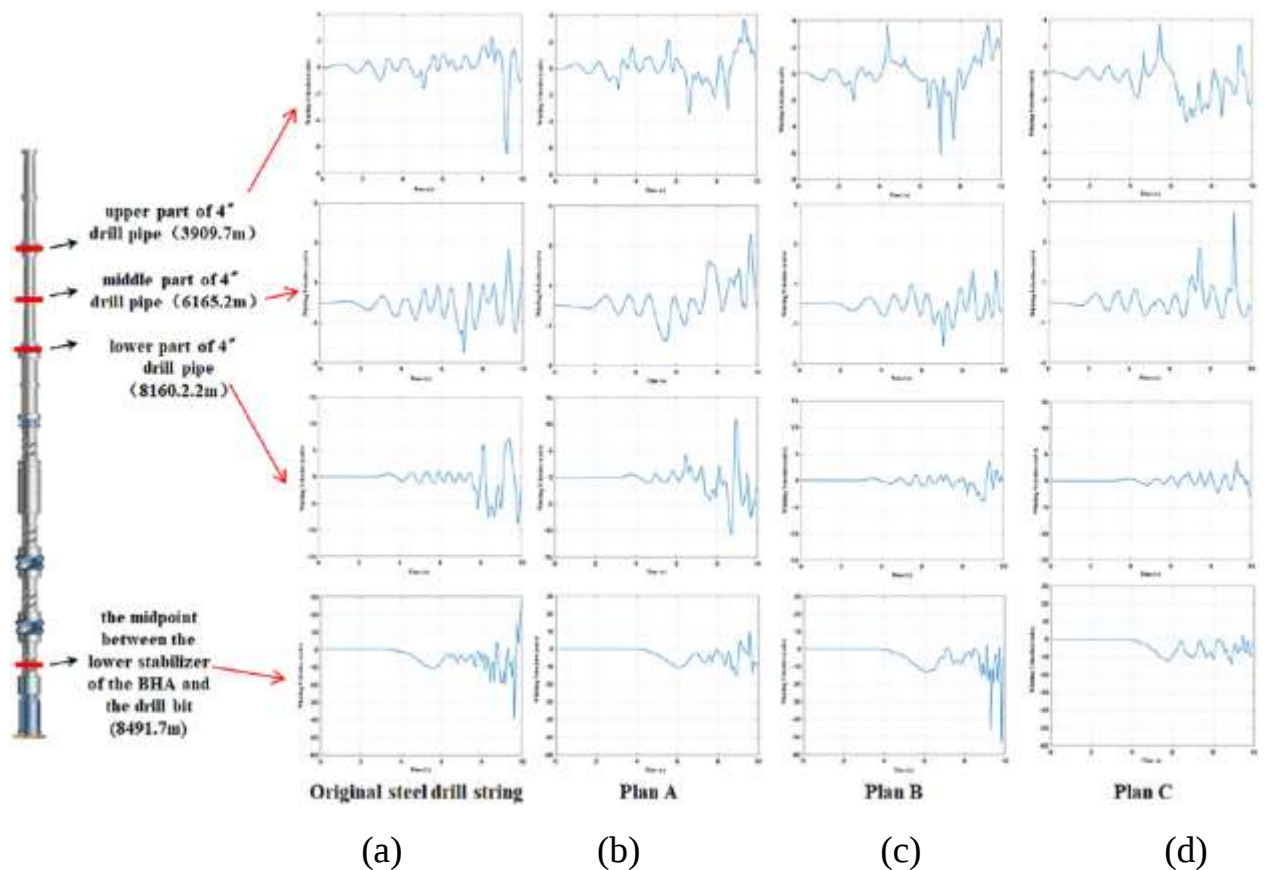


Рисунок 1.23 – Динамічні характеристики БК з орієнтованими КНБК та секціями із сталевих (a) та титанових бурильних труб (b, c, d) [56]

Експериментальні дослідження динаміки орієнтованої КНБК, оснащеної крутильним ударником проводились авторами [57]. Числові розрахунки базувались на базувалися на даних параметрів буріння з глибини 5635м свердловини “Фуман” на нафтовому родовищі в Китаї. Об’єктами для вимірювання параметрів буріння були (рис. 1.24): PDC долото  $\varnothing 215,9\text{мм}$ ; крутильний ударник  $\varnothing 172\text{мм}$ ; вимірювальний перевідник  $\varnothing 178\text{мм}$ . Під час польових випробувань вимірювальний перевідник працював безперервно

протягом 30 годин із частотою дискретизації 2кГц. Вимірювальний перевідник (рис. 1.25) був оснащений тривісним акселерометром, гіроскопом; при цьому вимірював та зберігав числові дані: вібрації по трьох осях ( $\pm 40g$ ,  $g$  – прискорення вільного падіння), частоту обертів за хвилину ( $\pm 333$  об/хв) навантаження на долото ( $\pm 300$  кН), крутного моменту ( $\pm 30$  кН·М), температури ( $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) тощо.

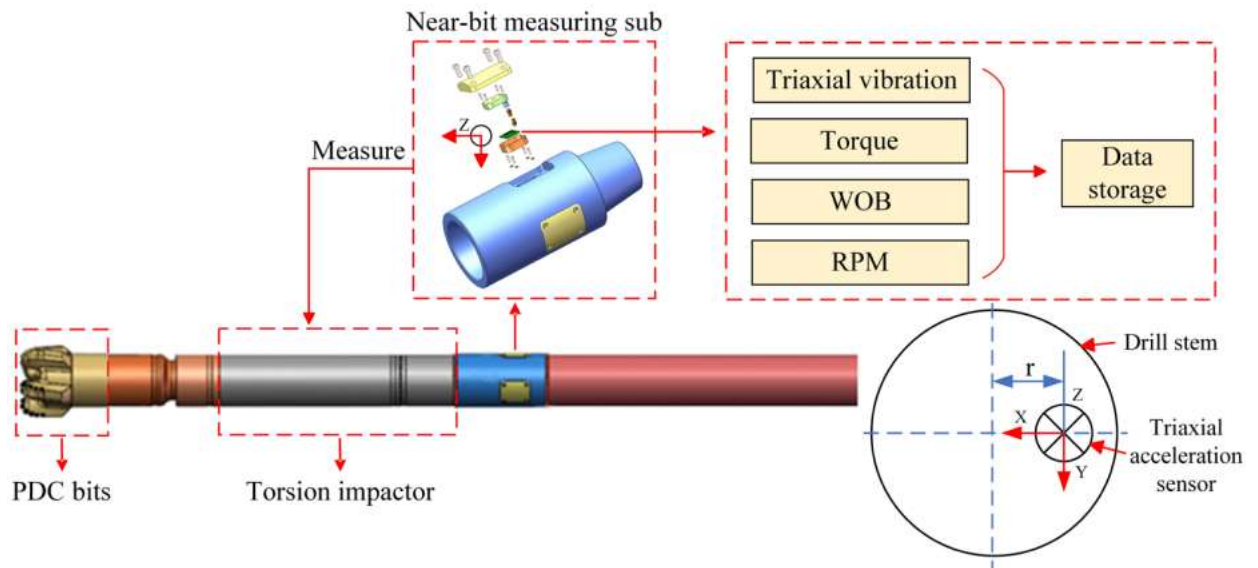


Рисунок 1.24 – Схема вимірювання та реєстрації промислових даних [57]

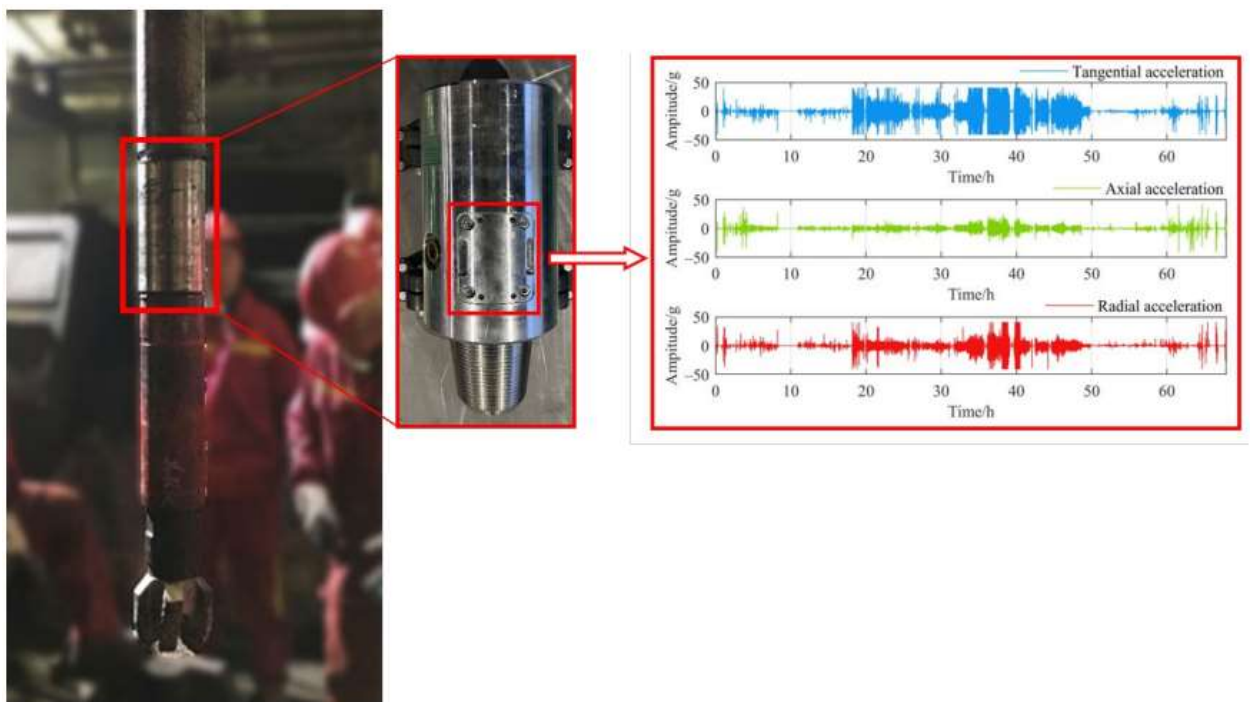
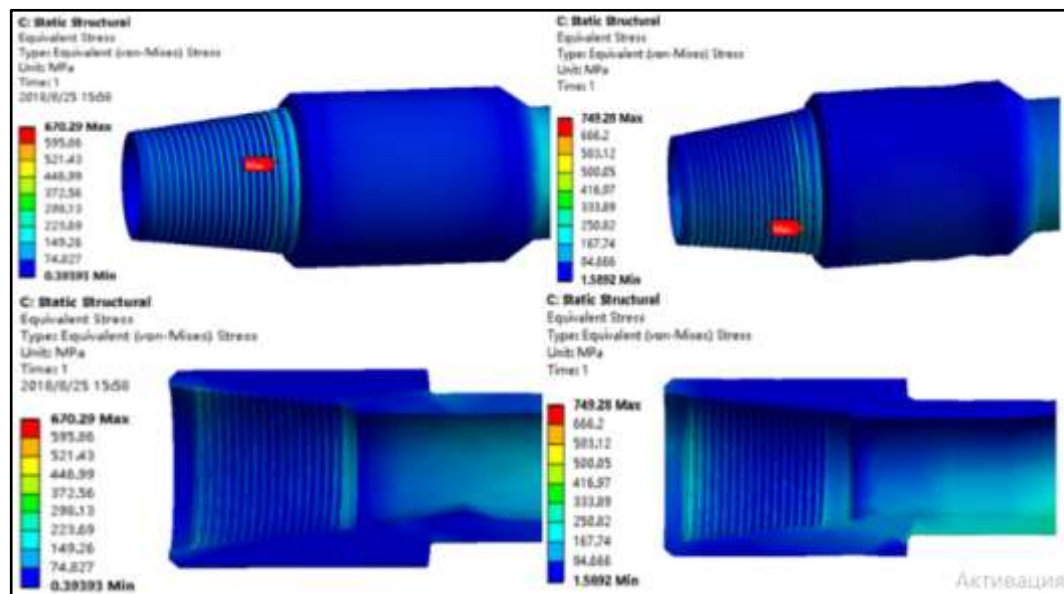
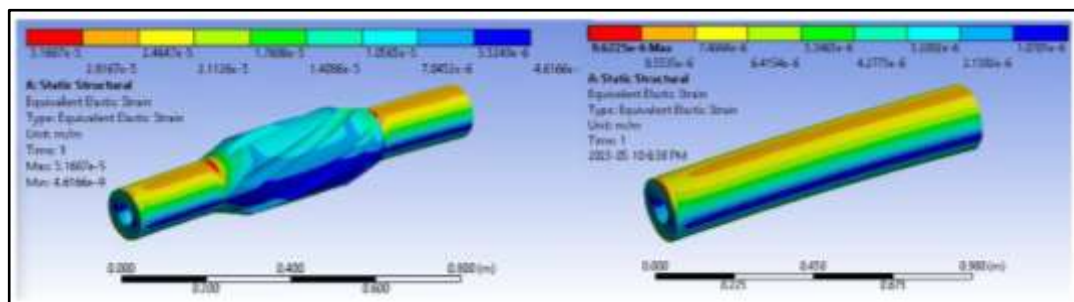


Рисунок 1.25 – Вимірювальний перевідник КНБК і програмна реєстрація промислових даних [57]

Сучасні дослідження динаміки та НДС КНБК оснащених РКС базуються на поєднанні теоретичних методів та тривимірного скінченно-елементного аналізу. У методиках [58, 59] встановлено, що розподіл еквівалентних напружень по витках різьби різьбового з'єднання є нерівномірним. З метою визначення напружено-деформованого стану різьбового з'єднання, у якому спостерігається відхилення одного з найважливіших параметрів різьби, а саме розташування основної площини, побудовано тримірну модель з'єднання NC50 (згідно з API 7G-2) для подальшого дослідження за допомогою методу кінцевих елементів (рис. 1.26).



а)



б)

Рисунок 1.26 – Результати аналізу напружено-деформованого стану різьбового з'єднання (а) КНБК та стабілізатора (б [58, 59])

В результаті числових експериментів [59, 60] встановлено, що найбільш навантаженою ділянкою є перша впадина повного витка різьби ніпеля. Максимальне значення еквівалентних напружень у ній становить 576 МПа. При одночасній дії на різьбове з'єднання моменту згвинчування та осьового навантаження, максимальні напруження, що виникають у найнебезпечнішій ділянці (впадині витки ніпеля), зростають на 51 МПа.

Для оцінки напружено-деформованого стану бурового інструменту за різних умов зенітного кута та викривлення стовбура свердловини з номінальним діаметром 216 мм авторами [60] застосовано метод поздовжньо-поперечного згину безперервної балки. Чисельне моделювання реалізовано в програмному комплексі ANSYS із використанням поліноміальної моделі поверхні відгуку другого порядку для оптимізації геометричних параметрів КНБК (рис. 1.27). Розрахунки виконано для умов роботи РКС натискної дії ("push-the-bit") із зусиллям висувних лопаток 1,5 т, осьовим навантаженням на долото 8 т та обертовим моментом 10 кН·м. Теоретичний аналіз проведено для станів помірної та слабкої кривизни стовбура свердловини з радіусами викривлення геометрії 1397 м та 4158 м відповідно. Результати статичного аналізу показали, що додавання у КНБК гнучкого перевідника (flex-sub) підвищує максимальне переміщення долота у вільному стані на 54,36% — з 316,3 мм до 488,25 мм. Водночас інтеграція гнучкого елемента збільшує максимальні еквівалентні напруження в небезпечній зоні на 148,76% — з 322 МПа до 801 МПа. З урахуванням циклічного характеру знакозмінних динамічних навантажень та коефіцієнта запасу 2,5 допустима верхня межа втомних напружень для деталі визначена на рівні 62,8 МПа. Для забезпечення конструкційної надійності та обмеження кута скручування величиною 1,5 мм обґрунтовано раціональний діаметр перевідника понад 123 мм та довжину не більше 875 мм. У результаті параметричної оптимізації розроблено фінальну конструкцію гнучкого вузла із зовнішнім діаметром 127 мм та довжиною робочої частини 812 мм. Динамічний аналіз при швидкостях обертання інструменту 60, 100 та 140 об/хв виявив майже лінійне зростання

пікових контактних сил взаємодії зі стінкою свердловини. Зафіксовано, що при швидкості 140 об/хв максимальна бокова руйнуюча сила на долоті сягає 45 кН, а амплітуда знакозмінних напружень становить 65 МПа, знижуючись до мінімальних 52 МПа при 100 об/хв.

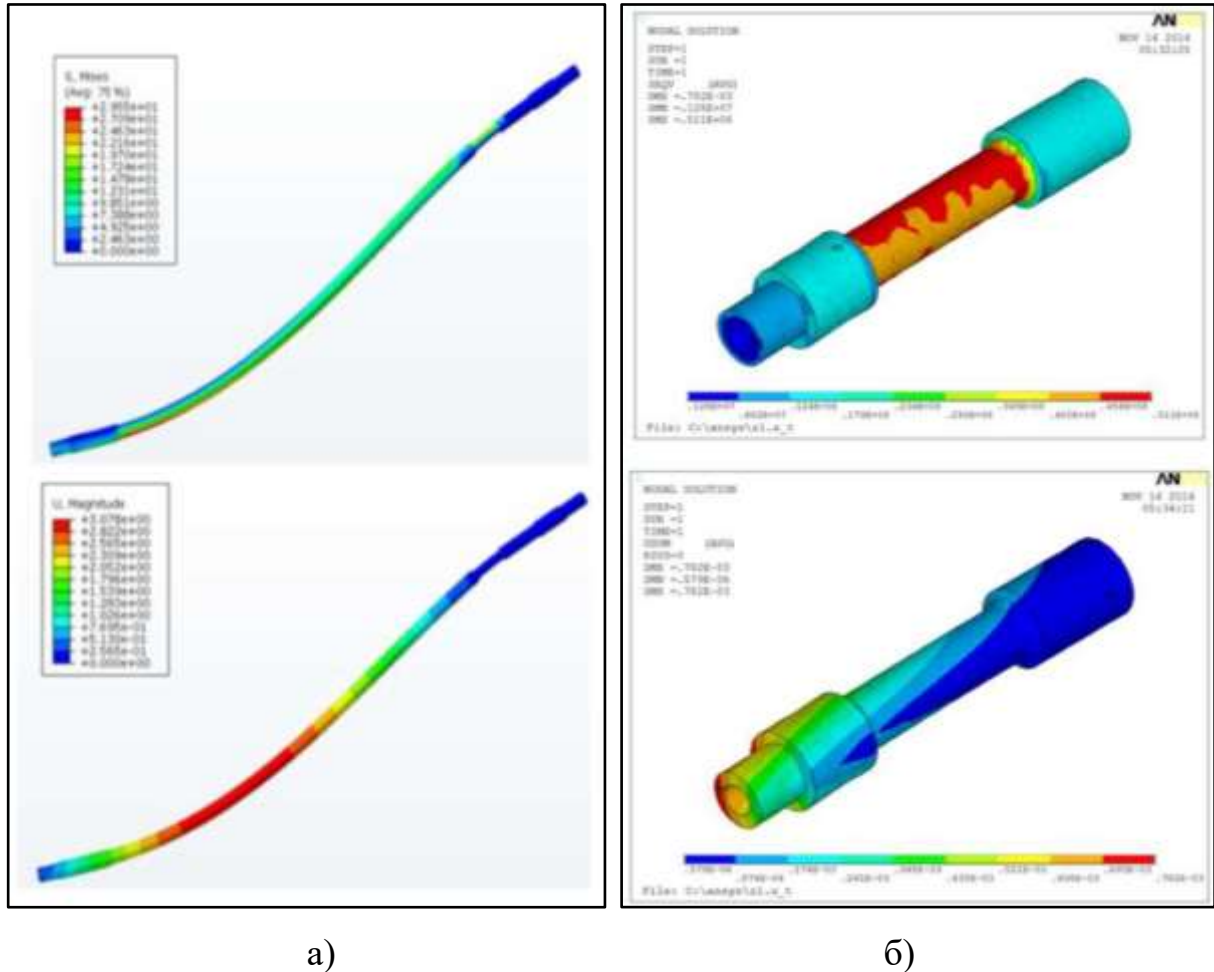


Рисунок 1.27 – Кінцево-елементний аналіз напружено-деформованого стану РКС КНБК (а) та гнучкого перевідника “Flex-Sub” (б) [60]

Тому, як бачимо, всі моделі є параметризовані за допомогою методу кінцевих елементів; значення напружень із моделі КНБК використовуються для моделей її компонентів, яка містить такі елементи, як різьбові з’єднання. Оцінка втомі виконується за допомогою відкритого програмного коду методу кінцевих елементів на основі багатоциклової зміни амплітуди напружень.

#### **1.4 Аналіз пошкоджень, що виникають під час роботи низу бурильної колони при бурінні скерованих свердловин**

Під час буріння скерованих свердловин елементи КНБК працюють в умовах екстремального просторового викривлення стовбура, що зумовлює виникнення складних за своєю природою пошкоджень інструменту. Головним чинником руйнувань у похило-скерованих ділянках є постійний знакозмінний циклічний згин колони, який під час кожного оберту викликає внутрішні напруження «розтяг-стиск» [44, 59, 60]. Через це у найбільш навантажених зонах концентрації напружень – у впадинах перших ниток різьбових з'єднань ніпелів та муфт – зароджуються мікроскопічні втомні тріщини. Розвиток цих дефектів суттєво прискорюється під впливом хімічно агресивного середовища промивальної рідини, що викликає швидку корозійну втому металу. Згідно з промисловими дослідженнями [61, 62, 63, 64 та ін.], саме корозійно-втомні пошкодження становлять майже половину від усіх зафіксованих аварій бурильного інструменту, при цьому понад 42% відмов припадає на руйнування замкових різьб. Доказом втомного і корозійно-втомного руйнування елементів бурильної колони в тому числі і КНБК є наявність на їх поверхнях ознак, типових для втомного руйнування: втомних та пасинкових тріщин, рубців, ділянок крихкого руйнування, пошкодження витків різьб (рис. 1.28а-є). Додатково КНБК зазнає значного геометричного зносу через дію гравітаційних сил, які щільно притискають елементи колони до стінки свердловини поблизу вибою. Результатом цього є інтенсивне однобічне абразивне стирання тіла ОБТ та зовнішніх поверхонь замкових з'єднань. Робочі лопаті стабілізаторів, центраторів та калібраторів також швидко втрачають свій первинний діаметр внаслідок постійного фрикційного контакту з гірською породою. Передчасне спрацювання цих опорно-центруючих елементів порушує початкову жорсткість усієї КНБК, що безпосередньо призводить до втрати контролю над зенітним кутом та азимутом свердловини [65, 66].



а)



б)



в)



г)



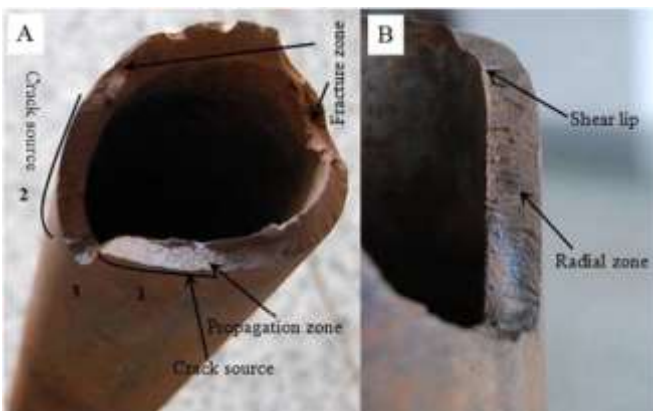
д)



е)



ж)



е)

Рисунок 1.28 – Характерні пошкодження, дефекти та руйнування елементів низу БК: а) втомна тріщина з промивом у ніпелі; б) злам муфти; в) промивина; г) промивна щілина; д) кільцева тріщина; е) втомна тріщина по тілу; є) втомне руйнування по тілу; ж) спіральна деформація труб

Специфіка проведення скерованого стовбура також провокує виникнення важких динамічних коливань, серед яких найнебезпечнішими вважаються крутильні вібрації типу “stick-slip”. Такі коливання проявляються у вигляді періодичного заклинювання долота й подальшого його різкого зриву із надвисокою кутовою швидкістю, що супроводжується миттєвим вивільненням накопиченого крутного моменту. У [65, 66, 67] описано випадки, коли раптовий викид затиснутого крутного моменту під час нарощування труб викликав серйозні пошкодження КНБК та неконтрольоване розкручування різьбових з'єднань. Поряд із цим, сильні осьові вібрації типу “bit bounce” спричиняють високочастотні ударні навантаження при розбурюванні переміжних за твердістю пластів порід та подальший злам муфт (рис. 1.28б). Крім цього, ударні хвилі поширюються вгору по колоні, викликаючи передчасну відмову електронних плат, навігаційних датчиків та телеметричних систем MWD/LWD. Не менш руйнівним типом ексцентричного руху є вихровий згин (whirl), за якого нижня частина колони починає хаотично битися об стінки свердловини. Як доведено у дослідженні щодо моделювання вібраційних пошкоджень у середовищі ANSYS, контактна взаємодія КНБК зі стінками свердловини приводить до виникнення критичних локальних напружень, здатних викликати появу задирів та пластичну деформацію тіла труб. Передавання високих осьових навантажень через викривлені інтервали для ефективного руйнування породи додатково зумовлює ризик поздовжнього синусоїдального або спірального згину (buckling). [65, 66] Такий поздовжній згин різко збільшує сили тертя, викликає заклинювання інструменту і може призвести до незворотного вигину труб КНБК (рис. 1.28 ж). Сукупна дія абразивного стирання, знакозмінних напружень та вібрацій часто завершується катастрофічним обривом КНБК із залишенням обладнання на вибої. Для запобігання цим пошкодженням інженери ще на етапі проектування траєкторії проводять розрахунки у спеціалізованих програмних комплексах “Torque and Drag”. На практиці найнадійнішим методом захисту

металу від абразивного зносу є нанесення на робочі замки труб зносостійких наплавних матеріалів, відомих як “хардфейсинг”. Для успішного гасіння динамічних коливань та захисту з'єднань у КНБК інтегрують гідравлічні демпфери та амортизатори, хоча їхнє розташування потребує оптимізації для запобігання надмірному накопиченню втоми. Крім того, сучасні цифрові засоби типу “Black Box” дозволяють здійснювати оцінку втоми ЗРЗ КНБК у реальному часі на основі кривих втоми, що допомагає операторам приймати відповідні рішення та уникати аварій.

На завершення, обов'язковим елементом технологічного регламенту є проведення регулярної магнітопорошкової та ультразвукової дефектоскопії різьбових з'єднань КНБК після кожного підйому інструменту на поверхню відповідно до чинних галузевих стандартів API та DS-1.

### **1.5 Висновки до розділу 1, постановка завдань дослідження та вибір методів їх вирішення**

У результаті проведеного огляду і аналізу опублікованих наукових праць, огляд і аналізу існуючих конструкцій орієнтованих КНБК для буріння скерованих свердловин суміщеним способом можна підвести певні підсумки і які розкривають суть існуючої проблеми по підвищенню ефективності їх експлуатації. Під час буріння ПСС з ймовірними супутніми ускладненнями, в процесі всебічного інтенсивного динамічного навантажування, найбільш уразливими є податливі елементи КНБК, які піддаються втомному пошкодженню та руйнуванню. Враховуючи велику протяжність та обмежений доступ до КНБК у свердловині слід зазначити, що дослідження динаміки її просторового деформованого стану є доволі складним завданням. Тому з метою оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК слід виділити наступні основні етапи досліджень.

Враховуючи техніко-технологічні особливості поглиблення вибою суміщеним способом, складні умови навантажування та деформування КНБК

у ПСС, а також зважаючи на ускладнення, що виникають в результаті її роботи, виникає необхідність уточненого аналізу силових факторів, що діють на КНБК та напружень, що виникають у її перерізах.

З метою оцінки напружень, що виникають у перерізах КНБК, необхідно розробити розрахункові схеми їх навантажування, а також методику розрахунку із використанням даних вимірювання коливань телесистемою в процесі буріння..

Під час суміщеного способу буріння БК отримує форму, подібну до гвинтової, що зумовлює розширення вирішення подібної задачі у просторовій постановці. Ключовим завданням буде отримання математичної моделі опису зміни просторового деформованого стану БК і КНБК на похилій ділянці ПСС, яка з достатньою точністю описує контактну взаємодію колони із в'язко-пружною стінкою свердловини, враховує площу поверхні контакту та вплив промивальної рідини.

На основі більш точної та об'єктивного оцінювання параметрів динамічного навантажування КНБК надалі необхідно перейти до оцінки напружено-деформованого стану елементів. З врахуванням зареєстрованих параметрів коливань потрібно розробити методику оцінки напружено-деформованого стану кільцевого перерізу КНБК. Вирішення даної задачі найбільш доцільно здійснювати за допомогою чисельно-імітаційних методів дослідження, які дають змогу автоматизувати процес розрахунку.

Таким чином, на основі вищевикладеного можна сформулювати мету та завдання дисертаційного дослідження, які подані нижче.

### **Мета дисертаційного дослідження**

Розроблення науково-практичних рішень щодо оцінки напружено-деформованого стану низу бурильної колони для його безаварійного доведення до проектних глибин.

### **Завдання дослідження та вибір методів їх вирішення**

1. Удосконалити математичну модель визначення площі контактування ділянок КНБК із стінкою скерованої свердловини для об'єктивної оцінки складових динамічного осьового навантаження.
2. Удосконалити математичну модель взаємодії деформованих ділянок низу бурильної колони зі стінками скерованої свердловини.
3. Розробити модель оцінки поздовжнього резонансу двоступеневої БК, оснащеної орієнтованою КНБК із ГОК у скерованій свердловині.
4. Розробити математичну та імітаційну моделі динамічної поведінки орієнтованої КНБК, спорядженої ГОК у скерованій свердловині.
5. Розробити математичну модель та методику оцінки параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК у скерованій свердловині в режимі реального часу.
6. Провести апробацію розробленої методики за результатами вимірювання коливань КНБК у промислових умовах.

Поставлені завдання вирішуються шляхом математичного та імітаційного моделювання. Математичне моделювання динамічних процесів проводились з використанням основних законів та положень теоретичної механіки, теорії механізмів і машин, теорії коливань, механіки твердого тіла, теорії руйнування та теорії диференціальних рівнянь. Імітаційне моделювання та числові дослідження передбачали використання спеціалізованих програмних продуктів та автоматизованих систем. Реалізація таких методів вирішення завдань дозволить сформулювати нові наукові положення, спрямовані на підвищення надійності та довговічності орієнтованих КНБК та ефективності їх роботи.

## РОЗДІЛ 2

### ДОСЛІДЖЕННЯ НАВАНТАЖЕНОСТІ ДЕФОРМОВАНОЇ ДІЛЯНКИ КНБК У СКЕРОВАНІЙ СВЕРДЛОВИНІ

#### 2.1 Особливості деформування БК і КНБК та аналіз форм поверхонь їх контактування із стінками свердловини

Характерною особливістю роботи КНБК у свердловині є викривлення її частин внаслідок втрати стійкості прямолінійної форми (рис. 2.1а) під дією поздовжніх та поперечних сил [2, 3, 5, 14, 43, 44, 46 та ін.]. Маючи велику інертність і довжину, КНБК втрачає стійкість у результаті дії стискуючих, крутних, гідравлічних силових факторів, як на прямолінійних, так і на викривлених інтервалах свердловини. Осьові сили стиску, перевершивши свої критичні значення, спричиняють згин колони по плоскій хвилеподібній кривій зі сталою довжиною півхвилі (рис. 2.1б). У випадках, коли сили стиску можуть перевищувати не тільки перше критичне значення, теоретично слід очікувати появу вищих форм втрати стійкості колони [3, 6, 7, 43, 44, 48, та ін.]. В подальшому, при наявних початкових відхиленнях від прямолінійності та розташування КНБК у свердловині з ексцентриситетом переводять плоску форму кривої в просторову. Реактивний крутний момент від вибою, що передається КНБК, намагається надати осі гвинтову форму (рис. 2.1в).

Механічна дія бурильної колони, яка втратила стійкість [3, 6, 7, 43, 44, 48, 68, 69, 70 та ін.] на стінки свердловини є однією з причин утворення виробок та різних супутніх геометричних недосконалостей, особливо в процесі динамічного навантажування. Сила притискання бурильних труб до стінок свердловини обумовлена осьовим навантаженням на долото, власною вагою елементів бурильної колони, їх конструктивними параметрами, пружністю на згин, перепадом тиску і повною величиною гідростатичного

тиску. Її збільшення сприяє покращенню прилипання бурильної колони до фільтраційної кірки.

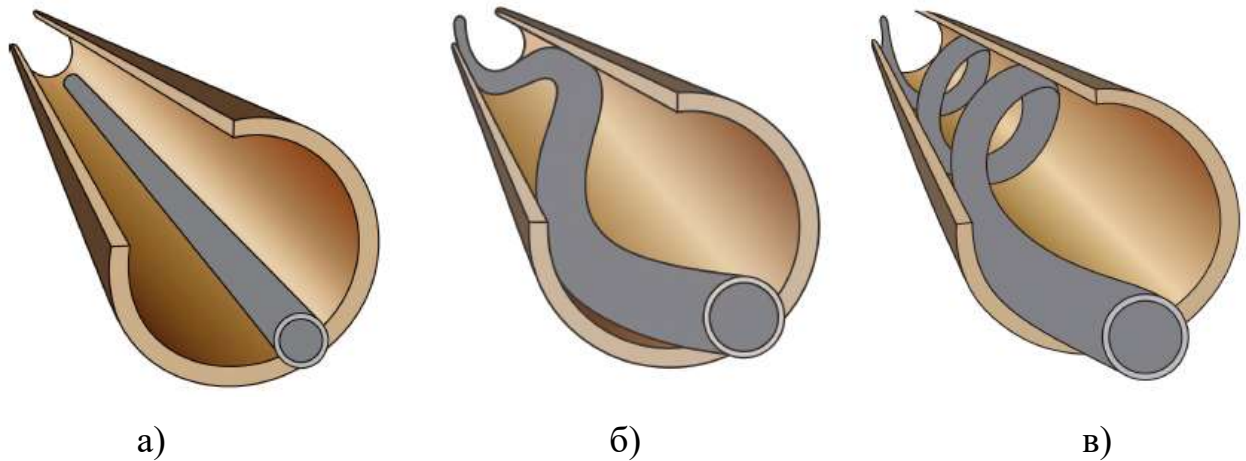


Рисунок 2.1 – Прямолінійна а), плоска (а) та простова (б) форми БК у свердловині [35]

Тому відомості про фактичні величини сил, діючих в місцях взаємодії окремих ділянок БК і КНБК із стінками свердловини, форму і площу зон контактування дозволять точніше проектувати розміри вибійних компоновок, попередити жолобоутворення і визначити найбільш вразливі ділянки бурильної колони. Вирішенню цих питань присвячено багато наукових праць. Одні з авторів не враховують площу контактування, беручи до уваги лише лінійний контакт по всій довжині колони труб, інші приймають умовну величину, рівну певній долі від половини діаметра, коли бурильна колона притиснута до стінки свердловини [43, 44, 48, 68, 69, 70 та ін.]. Незважаючи на це, не враховується контакт різних елементів труби (замок, тіло труби) із стінками свердловини, покритої фільтраційною кіркою при можливому протиранні жолобів по стінці гірничої виробки.

Тому при розгляді задач контактної взаємодії ділянок КНБК із стінками свердловини важливим питанням є визначення площ контактуючих

поверхонь. Розміри площ контактуючих поверхонь суттєво впливатимуть на параметри напружено-деформованого стану бурильної колони і стінок свердловини та можуть стати причиною зміни розмірів проектного профілю [68, 69, 70 та ін.]. Через відсутність точних аналітичних формул для визначення площі зон контактної взаємодії елементів бурильної колони із стінками свердловини в практиці буріння на даний час обмежуються емпіричними залежностями [71].

## **2.2 Моделювання контактуючих поверхонь КНБК і стінки прямолінійної ділянки скерованої свердловини**

Розглянемо процес втискання прогнутої півхвилі КНБК у стінку свердловини поза межами опорно-центруючого елементу. Вважатимемо, що основою стінки свердловини є речовина з пружно-анізотропними властивостями, а її поверхня вкрита суцільною фільтраційною кіркою. При локальному торканні до в'язкої поверхні стінки свердловини бурильна колона продовжує втискатися в неї з подальшим утворенням жолобоподібної поверхні до того часу, коли максимальна реакція стінки стане рівною максимальній силі пружного втискання. При остаточному впиранні прогнутої ділянки колони в тверду основу стінки свердловини її реакція досягає максимального значення, а швидкість втискання при цьому стає рівною нулю. Результати аналізу напружено-деформованого стану деформованої ділянки КНБК [3, 6, 22, 32, 35, 43, 44, 46 та ін.] та процесу її втискання у стінку свердловини дають можливість сформулювати необхідні дані для постановки та розв'язку геометричної задачі про визначення площі зони їх взаємного контактування. У середньому, жорсткість КНБК перевищує жорсткість ступені бурильних труб у 10 – 30 разів [68, 69, 70 та ін.]. Саме така колосальна різниця забезпечує стійкість нижнього інструменту проти активного спіралеподібного деформування (рис. 2.1.в), а лиш відображається

у поздовжньому прогинанні (рис. 2.1.6). В зв'язку з цим, зону локального контактування прогнутої у площині ділянки КНБК із стінкою свердловини можна моделювати як частину поверхні тора, яка вирізається круговим циліндром [71] (рис. 2.2). З достатньою точністю зовнішню поверхню ділянки КНБК, прогнутої у площині паралельній осі свердловини, можна ототожнити з поверхнею ділянки тора, а внутрішню поверхню стінки свердловини – із поверхнею кругового циліндра [72, 73]. Тоді визначення площі зони контактування можна звести до визначення площі поверхні взаємного перетину поверхонь тора і циліндра, відповідно четвертого та другого порядку [71, 74]. Із застосуванням системи автоматизованого проектування AutoCAD побудовано модель взаємного перетину контактуючої поверхні КНБК і стінкою прямолінійної ділянки свердловини (рис. 2.2).

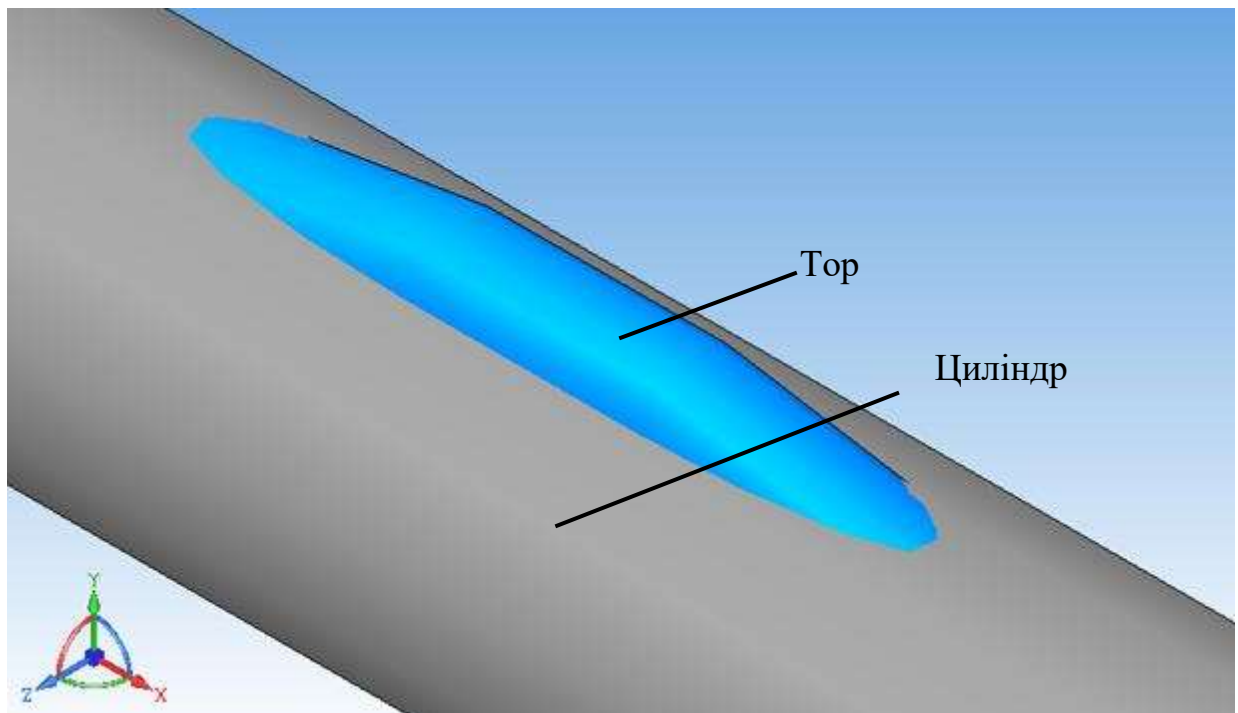


Рисунок 2.2 – Модельна поверхня зони контактування прогнутої ділянки КНБК, яка втиснута у стінку свердловини

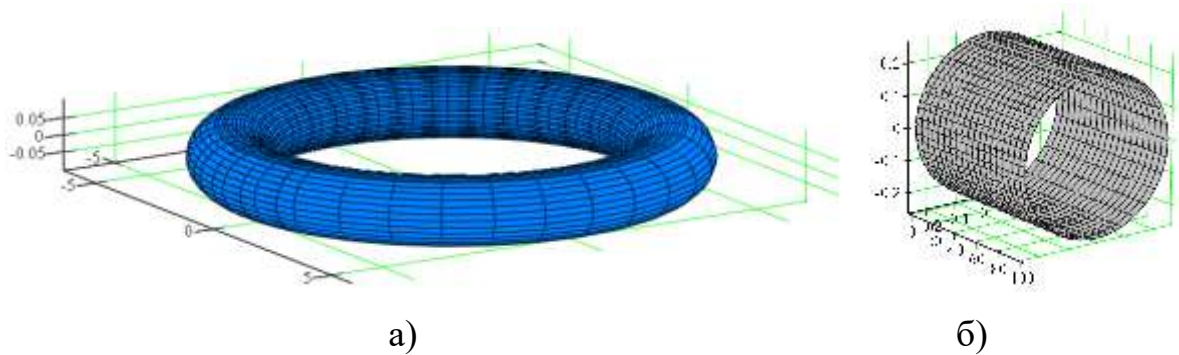


Рисунок 2.3 – Моделі поверхонь тора а) та кругового циліндра б)

Тор є геометричною фігурою, поверхня якої описується рівнянням четвертого порядку. Рівняння тора з радіусом твірного кола  $r$  і відстанню від центра цього кола до осі (центру) тора  $R$  задається у наступному вигляді:

$$\left(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2\right)^2 - 4R^2\left(x^2 + y^2\right) = 0, \quad (2.1)$$

де  $r$  – радіус твірного кола;  $R$  – відстань від центру твірного кола до головної осі симетрії тора.

Циліндр є геометричною фігурою, поверхня якої описується рівнянням другого порядку. Для кругового циліндра з радіусом твірного кола  $\rho$  задається у такому:

$$x^2 + y^2 = \rho^2, \quad (2.2)$$

де  $\rho$  – радіусом твірного кола циліндра.

Аналітичне моделювання взаємного перетину поверхонь перетину тора і циліндра є досить складною геометричною задачею через те, що обидві поверхні є криволінійними [72, 73, 74]. Оскільки тор є поверхнею четвертого порядку, а циліндр – другого, результуюча лінія

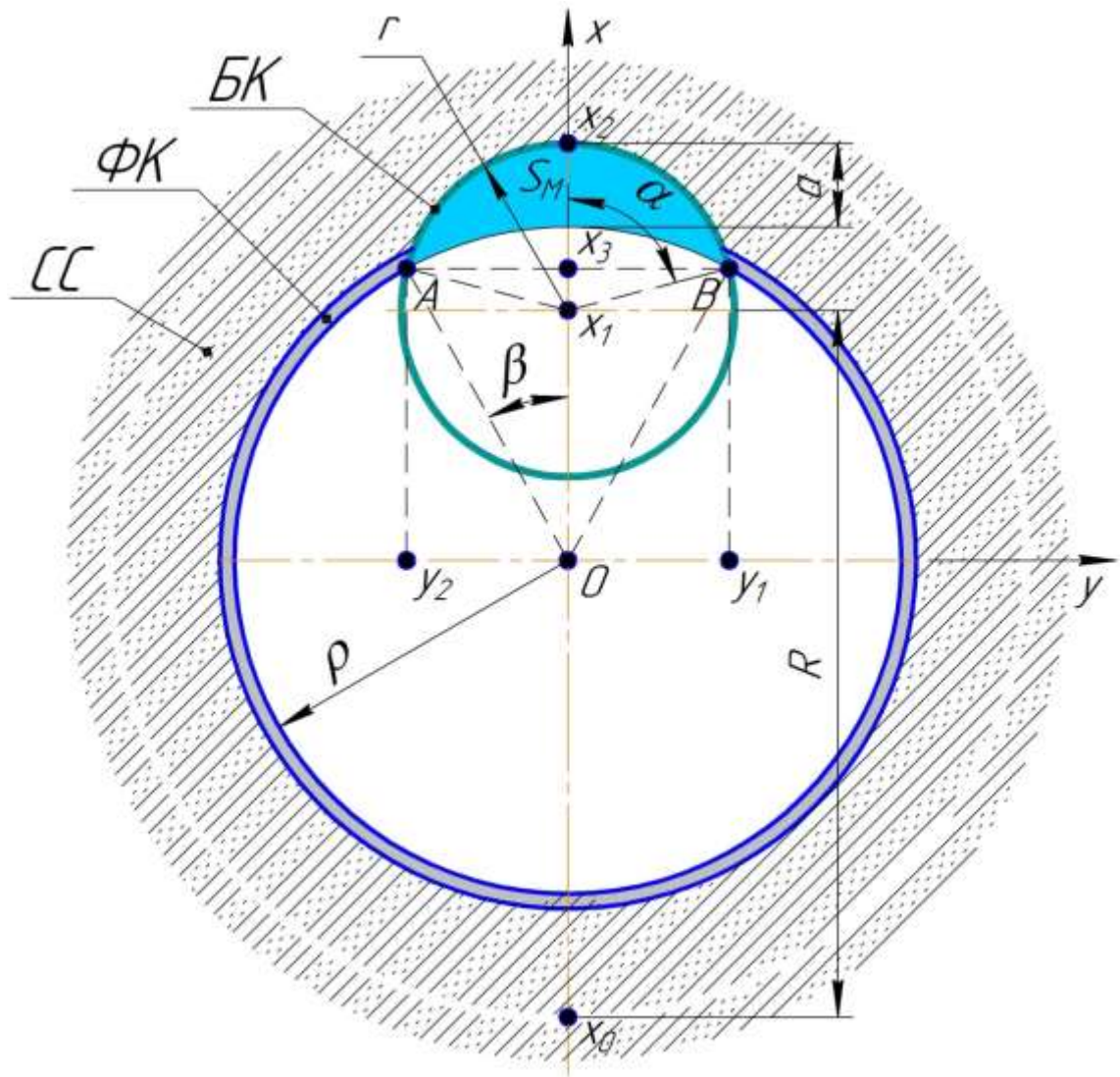
перетину в загальному випадку описується рівнянням восьмого ступеня. В такий спосіб, аналітичне моделювання перетину тора й циліндра зводиться до розв’язання системи нелінійних рівнянь високих порядків. Основне завдання – це визначення площі поверхні тора, яка “вирізається” поверхнею циліндра та площі поперечного перерізу “вирізаного” елемента тора.

### **2.3 Моделювання поверхні контактування деформованої ділянки КНБК із стінкою ділянки скерованої свердловини**

Для побудови математичної моделі для визначення площі поверхні тора, яка “вирізається” поверхнею циліндра та площі поперечного перерізу “вирізаного” елемента тора застосуємо метод параметризації. Обраний метод є найефективнішим, оскільки можна представити одну з поверхонь у параметричному вигляді [75]. Одночасно застосуємо метод аналізу особливих точок: за допомогою похідних (градієнтів поверхонь) визначатимемо точки дотику або самоперетину кожної кривої; якщо градієнти обох поверхонь у точці колінеарні, то це свідчатиме про їх дотик [72, 73, 74].

Розташуємо головну вісь симетрії тора перпендикулярно головній осі симетрії циліндра таким чином, щоб поверхня тора випиналася на величину  $a$  відносно поверхні циліндра і проведемо січну площину (рис. 2.4). Введемо геометричні параметри моделі:  $\rho$  – радіусом твірного кола циліндра;  $r$  – радіус твірного кола;  $R = x_0 x_1$  – відстань від центру твірного кола до головної осі симетрії тора;  $\alpha$  – половина центрального кута сегмента твірного кола тора;  $\beta$  – половина центрального кута сегмента кола циліндра;  $L = O x_1$  – відстань між центром циліндра і центром поперечного перерізу тора;  $a$  – глибина втискання тора в циліндр;  $S_M$  – сегментна площа міделевого перерізу (площа міделя). Надалі зробимо припущення, що:

$$\rho \leq x_0 + R + r \leq \rho + a, \quad a = \frac{r}{2}. \quad (2.3)$$



СС – стрінка свердловини; ФК – фільтраційна кірка; БК – бурильна колона

Рисунок 2.4 – Розрахункова схема поперечного перерізу тора в циліндрі

Вважатимемо, що головна вісь симетрії тора перетинатиме вісь  $Ox$  у точці з абсцисою  $x_0$ . Тоді з урахуванням (2.3) рівняння поверхні тора (2.1) перепишемо у наступному вигляді:

$$\left( (x - x_0)^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2 \right)^2 = 4R^2 \left( (x - x_0)^2 + z^2 \right), \quad (2.4)$$

а рівняння кола поперечного перерізу тора:

$$\left(x - (x_0 + R)\right)^2 + y^2 = r^2. \quad (2.5)$$

З рис. 2.4 видно, що А і В – це точки перетину кола радіусом  $\rho$  циліндра, що моделює внутрішню поверхню стінки свердловини та кола радіусом  $r$ , що моделює твірну тора. Для визначення координат точок А і В складемо систему з рівнянь цих кіл:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \rho^2; \\ \left(x - (x_0 + R)\right)^2 + y^2 = r^2. \end{cases} \quad (2.6)$$

Додавши обидва рівняння системи (2.6), приведемо отриманий вираз до наступного вигляду:

$$2x(x_0 + R) = \rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2,$$

звідки

$$x = x_3 = \frac{\rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2}{2(x_0 + R)}. \quad (2.7)$$

Після цього, підставивши (2.7) у перше рівняння системи (2.6), приведемо отриманий вираз до наступного вигляду:

$$y^2 = \rho^2 - x^2 = \rho^2 - \frac{\rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2}{2(x_0 + R)},$$

Звідки

$$y_{1,2} = \sqrt{\rho^2 - \left( \frac{\rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2}{2(x_0 + R)} \right)^2}. \quad (2.8)$$

В результаті проведених математичних процедур, отримали координати точок  $A$  і  $B$  (рис. 2.4):  $A(x_3, y_2)$  та  $B(x_3, y_1)$ . Після цього виділимо область  $Q$ , яка в між точками  $A(x_3, y_2)$ ,  $B(x_3, y_1)$  та абсцисою  $x_2$  буде обмежена дугами кіл радіусами  $\rho$  та  $r$ .

Надалі з рівняння тора (2.4) виразимо  $z$ , як функцію  $x$  і  $y$  та приведемо отриманий вираз до наступного вигляду:

$$\begin{aligned} z^4 + 2z^2 \left( (x - x_0)^2 + y^2 - (R^2 + r^2) \right) + \\ + \left( (x - x_0)^2 + y^2 + R^2 - r^2 \right) - 4R^2 (x - x_0)^2 = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Знайдемо корені бікватратного рівняння (2.9):

$$z = \pm \sqrt{\left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2}. \quad (2.10)$$

Оскільки поверхня симетрична відносно  $xOy$ , то досить розглянути  $z \geq 0$ , а отже рівняння поверхні, яка отримується в результаті взаємного вирізання тора циліндром прийме такий вигляд:

$$z = \sqrt{\left(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R\right)^2 - (x - x_0)^2} = F(x; y) . \quad (2.11)$$

Площу поверхні тора, яка “вирізається” поверхнею циліндра можемо визначити за відомою формулою визначення поверхонь у тривимірному просторі:

$$S_n = \iint_Q \sqrt{1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2} dx dy . \quad (2.12)$$

Тепер знайдемо часткові похідні:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sqrt{\left(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R\right)^2 - (x - x_0)^2} \right] = \\ &= - \frac{x - x_0}{\sqrt{\left(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R\right)^2 - (x - x_0)^2}}; \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[ \sqrt{\left(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R\right)^2 - (x - x_0)^2} \right] = \\ &= - \frac{y \left(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R\right)}{\sqrt{\left(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R\right)^2 - (x - x_0)^2} \sqrt{r^2 - y^2}}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Після цього з використанням (2.13) і (2.14) сформуємо підінтегральну функцію формули (2.12):

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2} = \frac{r(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R)}{\sqrt{\left[(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R)^2 - (x - x_0)^2\right](r^2 - y^2)}}. \quad (2.15)$$

З урахуванням (2.15) формула (2.12) набуде такого вигляду:

$$S_n = 2 \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{\sqrt{r^2 - y^2}}^{\sqrt{r^2 - y^2} + x_0 + R} \sqrt{\frac{r(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R)}{\left[(\sqrt{r^2 - y^2} \pm R)^2 - (x - x_0)^2\right](r^2 - y^2)}} dx. \quad (2.16)$$

Після низки математичних перетворень вираз (2.16) приведемо до наступного вигляду:

$$S_n = 2r \int_{y_1}^{y_2} \frac{\sqrt{r^2 - y^2} \pm R}{\sqrt{r^2 - y^2}} \left[ \arcsin \left( \frac{\sqrt{r^2 - y^2} + R}{\sqrt{r^2 - y^2} \pm R} \right) - \arcsin \left( \frac{\sqrt{r^2 - y^2} - x_0}{\sqrt{r^2 - y^2} \pm R} \right) \right] dy. \quad (2.17)$$

Отриманий інтеграл (2.17) є досить складним для знаходження первісної в елементарних функціях. Тому остаточний розв'язок здійснюємо чисельним методом – методом Сімпсона. Для реалізації даного методу складено програму на мові Python та Maple (таблиці 2.1 та 2.2).

У випадку закритичної взаємодії КНБК із стінкою по спіралеподібній траєкторії (рис. 2.1в), площу поверхні контактування можна виразити наступним чином:

$$S_{nc} = 2r\alpha L_c, \quad (2.18)$$

де  $\alpha$  – половина центрального кута сегмента твірного кола тора;  $L_c$  – довжина ділянки КНБК деформованої у спіраль; за даними [43, 44, 46, та ін.]  $L_c$  становить близько 25-35% від загальної довжини БК.

Площу області  $S_M$ , як площу поперечного перерізу поверхні КГТ, що втиснута у жолоб фільтраційну кірку (мідель), виразимо через радіуси поперечних перерізів циліндра  $\rho$  і твірного кола тора  $r$ :

$$S_M = r^2(\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) - \rho^2(\beta - \sin \beta \cdot \cos \beta), \quad (2.19)$$

$\beta$  – половина центрального кута сегмента кола циліндра.

Кути  $\alpha$  і  $\beta$  визначаємо відповідно до рис. 2.4:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\rho^2 - L^2 - r^2}{2rL}\right); \quad (2.20)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{\rho^2 + L^2 - r^2}{2\rho L}\right), \quad (2.21)$$

де  $L$  – відстань між центром циліндра і центром поперечного перерізу тора:

$$L = \rho - r + a. \quad (2.22)$$

Таблиця 2.1 – Код програми на мові Python для чисельного інтегрування  
за методом Сімпсона

### Python

```
import numpy as np
from scipy.integrate import quad

# Вкажіть ваші значення тут:
r = 10.0
R = 5.0
x0 = 2.0
y1, y2 = 0, 5 # Межі інтегрування
sign = 1 # 1 для '+', -1 для '-'

def integrand(y):
    term_sqrt = np.sqrt(r**2 - y**2)
    numerator = term_sqrt + (sign * R)

    arg1 = (term_sqrt + R) / numerator
    arg2 = (term_sqrt - x0) / numerator

    # Перевірка області визначення arcsin (від -1 до 1)
    if abs(arg1) > 1 or abs(arg2) > 1:
        return 0

    res = (numerator / term_sqrt) * (np.arcsin(arg1) -
np.arcsin(arg2))
    return res

integral_val, error = quad(integrand, y1, y2)
S = 2 * r * integral_val

print(f"Результат S: {S}")
```

Таблиця 2.2 – Код програми на мові Maple для чисельного інтегрування  
за методом Сімпсона

### Maple

```
restart; # Очищення пам'яті
with(Student[Calculus1]): # Завантаження пакету для чисельного
аналізу

# --- 1. Введення констант (задайте власні значення) ---
r := 10.0: # Радіус r
R := 15.0: # Параметр R
x0 := 2.0: # Параметр x0
y1 := -9.0: # Нижня межа інтегрування (має бути > -r)
y2 := 9.0: # Верхня межа інтегрування (має бути < r)
n := 100: # Кількість кроків розбиття (для методу Сімпсона
має бути парним)

# --- 2. Визначення підінтегральної функції ---
# Примітка: використовуємо знак "+" (якщо потрібно "-", змініть
у формулі нижче)
f := y -> 2*r * ((sqrt(r^2 - y^2) + R) / sqrt(r^2 - y^2)) *
      (arcsin((sqrt(r^2 - y^2) + R) / (sqrt(r^2 - y^2) + R)) -
      arcsin((sqrt(r^2 - y^2) - x0) / (sqrt(r^2 - y^2) + R))):

# --- 3. Обчислення методом Сімпсона ---
# Команда ApproximateInt повертає наближене значення інтеграла
result_simpson := ApproximateInt(f(y), y = y1 .. y2, method =
simpson, partition = n, output = value):

# --- 4. Точне чисельне значення для порівняння ---
# Використовуємо стандартний адаптивний метод Maple
result_exact := evalf(Int(f(y), y = y1 .. y2)):

# --- 5. Виведення результатів ---
printf("Параметри: r=%g, R=%g, x0=%g\n", r, R, x0);
printf("Межі інтегрування: [%g, %g]\n", y1, y2);
printf("-----\n");
printf("Результат за методом Сімпсона (n=%d): %.10f\n", n,
evalf(result_simpson));
printf("Точне чисельне значення (evalf/Int): %.10f\n",
result_exact);
printf("Абсолютна похибка: %.10e\n",
abs(evalf(result_simpson) - result_exact));
```

Для практичних розрахунків у випадках, коли глибина втискання значно менша за радіуси ( $a \ll r, \rho$ ), використовують спрощену наближену формулу:

$$S_M = \frac{4}{3} a \sqrt{2R_{36} a}, \quad (2.23)$$

де  $R_{36}$  – зведений радіус

$$R_{36} = \rho r (\rho - r). \quad (2.24)$$

Визначену в такий спосіб площу поверхні тора  $S_T$ , яка “вирізається” поверхнею циліндра надалі можемо ототожнити з площею поверхні зігнутої бурильної труби, що втискається у стінку свердловини і знаходиться у жолобній “виробці”, а площу частини поперечного перерізу тора “вирізаного” елемента (площі міделя, або лобового опору)  $S_M$  – з площею частини поперечного перерізу цієї зігнутої бурильної труби, яка контактує із стінкою свердловини в межах “жолобу”. Використовуючи геометричні дані БТ і ОБТ для різних довжин півхвиль їх прогину  $L_{BT}$  і  $L_{OBT}$  із застосуванням встановлених залежностей (2.17) та (2.19) проведено обчислення зазначених площ, а результати розрахунку зведено в таблиці 2.3, 2.4, 2.5, 2.6.

Для всіх типів труб спостерігається нестійка прямолінійна залежність площі поверхні контакту  $S_n$  та площі мідельного перерізу  $S_M$  від глибини втискання  $a$ . Зі збільшенням номінального діаметра труби (наприклад, від БТ  $\varnothing 60,3$  мм до ОБТ  $\varnothing 273$  мм) швидкість зростання обох площ суттєво зростає, що чітко видно на порівняльних графіках (рис. 2.5, 2.6, 2.7, 2.8), де криві для більших діаметрів мають значно більший кут нахилу.

Таблиця 2.3 – Площі мідельного перерізу  $S_M$  прогнутих ділянок БТ при їх втисканні у стінку свердловини

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 40 \text{ м}$     |                             |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
|                         | $d_{BT} = 60,3 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 73,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 89,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 101,6 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0.000059                    | 0.000089                    | 0.000137                    | 0.000183                    |
| 0,2r                    | 0.000164                    | 0.000245                    | 0.000376                    | 0.000502                    |
| 0,3r                    | 0.000293                    | 0.000439                    | 0.000670                    | 0.000893                    |
| 0,4r                    | 0.000441                    | 0.000658                    | 0.001002                    | 0.001331                    |
| 0,5r                    | 0.000601                    | 0.000896                    | 0.001360                    | 0.001803                    |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 80 \text{ м}$     |                             |
| $a$                     | $d_{BT} = 114,3 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 127,0 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 139,7 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 168,3 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0.000239                    | 0.000304                    | 0.000380                    | 0.000599                    |
| 0,2r                    | 0.000651                    | 0.000826                    | 0.001029                    | 0.001602                    |
| 0,3r                    | 0.001156                    | 0.001461                    | 0.001812                    | 0.002793                    |
| 0,4r                    | 0.001719                    | 0.002167                    | 0.002679                    | 0.004092                    |
| 0,5r                    | 0.002322                    | 0.002919                    | 0.003599                    | 0.005456                    |

Таблиця 2.4 – Площі поверхні контакту  $S_n$  прогнутих ділянок БТ при їх втисканні у стінку свердловини

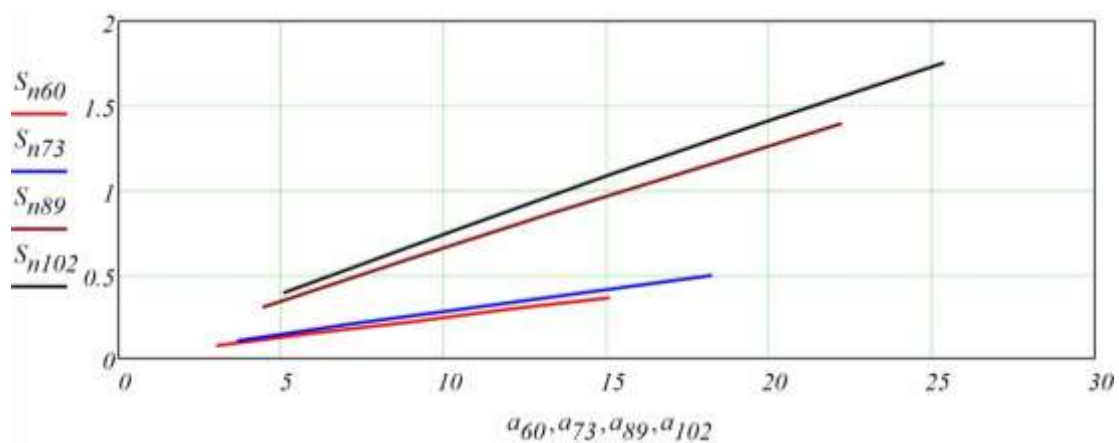
| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 40 \text{ м}$     |                             |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $a$                     | $d_{BT} = 60,3 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 73,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 89,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 101,6 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0,0744214                   | 0,1041771                   | 0,2996450                   | 0,3862573                   |
| 0,2r                    | 0,1474269                   | 0,2054385                   | 0,5871048                   | 0,7524572                   |
| 0,3r                    | 0,2191611                   | 0,3040972                   | 0,8638020                   | 1,1012270                   |
| 0,4r                    | 0,2897696                   | 0,4004335                   | 1,1310391                   | 1,4348431                   |
| 0,5r                    | 0,3593968                   | 0,4947147                   | 1,3898841                   | 1,7552102                   |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 80 \text{ м}$     |                             |
| $a$                     | $d_{BT} = 114,3 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 127,0 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 139,7 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 168,3 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0,7332888                   | 0,9142509                   | 1,5031980                   | 2,4250221                   |
| 0,2r                    | 1,4192302                   | 1,7564502                   | 2,8637972                   | 4,3752020                   |
| 0,3r                    | 2,0647640                   | 2,5386004                   | 4,1087301                   | 6,1525712                   |
| 0,4r                    | 2,6757951                   | 3,2703822                   | 5,2588007                   | 7,7399098                   |
| 0,5r                    | 3,2570584                   | 3,9594450                   | 6,3299690                   | 9,1780453                   |

Таблиця 2.5 – Площі мідельного перерізу  $S_M$  прогнутих ділянок ОБТ при їх втисканні у стінку свердловини

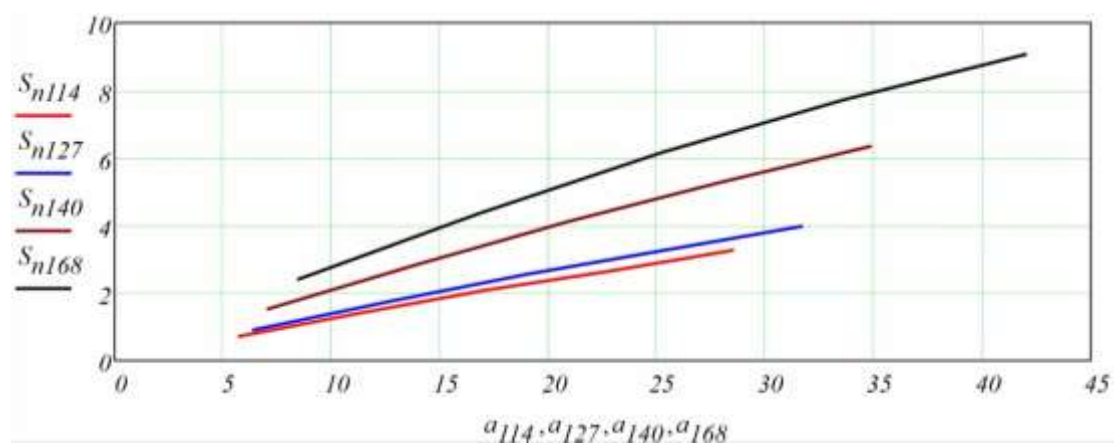
| $L_{OBT} = 20 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{OBT} = 40 \text{ м}$   |                            |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $a$                      | $d_{OBT} = 108 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 120 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 127 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 146 \text{ мм}$ |
| 0,1r                     | 0.000210                   | 0.000267                   | 0.000304                   | 0.000422                   |
| 0,2r                     | 0.000574                   | 0.000727                   | 0.000826                   | 0.001141                   |
| 0,3r                     | 0.001020                   | 0.001287                   | 0.001461                   | 0.002005                   |
| 0,4r                     | 0.001520                   | 0.001913                   | 0.002167                   | 0.002958                   |
| 0,5r                     | 0.002055                   | 0.002580                   | 0.002919                   | 0.003968                   |
| $L_{OBT} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{OBT} = 80 \text{ м}$   |                            |
| $a$                      | $d_{OBT} = 159 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 165 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 171 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 178 \text{ мм}$ |
| 0,1r                     | 0.000520                   | 0.000570                   | 0.000624                   | 0.000692                   |
| 0,2r                     | 0.001396                   | 0.001527                   | 0.001666                   | 0.001840                   |
| 0,3r                     | 0.002443                   | 0.002665                   | 0.002901                   | 0.003193                   |
| 0,4r                     | 0.003591                   | 0.003909                   | 0.004246                   | 0.004663                   |
| 0,5r                     | 0.004800                   | 0.005217                   | 0.005657                   | 0.006198                   |
| $L_{OBT} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{OBT} = 80 \text{ м}$   |                            |
| $a$                      | $d_{OBT} = 203 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 229 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 245 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 273 \text{ мм}$ |
| 0,1r                     | 0.000986                   | 0.001410                   | 0.001761                   | 0.002678                   |
| 0,2r                     | 0.002577                   | 0.003588                   | 0.004378                   | 0.006226                   |
| 0,3r                     | 0.004413                   | 0.006029                   | 0.007246                   | 0.009921                   |
| 0,4r                     | 0.006375                   | 0.008588                   | 0.010212                   | 0.013645                   |
| 0,5r                     | 0.008403                   | 0.011198                   | 0.013210                   | 0.017357                   |

Таблиця 2.6 – Площі поверхні контакту  $S_n$  прогнутих ділянок ОБТ при їх втисканні у стінку свердловини

| $L_{ОБТ} = 20 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{ОБТ} = 40 \text{ м}$   |                            |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $a$                      | $d_{ОБТ} = 108 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 120 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 127 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 146 \text{ мм}$ |
| 0,1r                     | 0,2179637                  | 0,2703228                  | 0,3047791                  | 0,6235588                  |
| 0,2r                     | 0,4232701                  | 0,5215256                  | 0,5855499                  | 1,1825200                  |
| 0,3r                     | 0,6176703                  | 0,7565816                  | 0,8463111                  | 1,6898691                  |
| 0,4r                     | 0,8026567                  | 0,9779289                  | 1,0902700                  | 2,1554040                  |
| 0,5r                     | 0,8032124                  | 0,9794355                  | 1,1013532                  | 2,1612943                  |
| $L_{ОБТ} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{ОБТ} = 80 \text{ м}$   |                            |
| $a$                      | $d_{ОБТ} = 159 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 165 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 171 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 178 \text{ мм}$ |
| 0,1r                     | 0,7643384                  | 0,8383731                  | 1,2253580                  | 1,3633970                  |
| 0,2r                     | 1,4343100                  | 1,5647530                  | 2,2738040                  | 2,5114312                  |
| 0,3r                     | 2,0314203                  | 2,2061632                  | 3,1905281                  | 3,5028853                  |
| 0,4r                     | 2,5710020                  | 2,7814526                  | 4,0062190                  | 4,3765890                  |
| 0,5r                     | 2,7180565                  | 3,0169315                  | 4,3765890                  | 5,0156701                  |
| $L_{ОБТ} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{ОБТ} = 80 \text{ м}$   |                            |
| $a$                      | $d_{ОБТ} = 203 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 229 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 245 \text{ мм}$ | $d_{ОБТ} = 273 \text{ мм}$ |
| 0,1r                     | 2,0006790                  | 3,8059970                  | 5,0518770                  | 12,1900010                 |
| 0,2r                     | 3,5676220                  | 6,4599841                  | 8,2070390                  | 13,0886535                 |
| 0,3r                     | 4,8509031                  | 8,4734420                  | 10,4537664                 | 15,4726080                 |
| 0,4r                     | 5,9375110                  | 10,0918810                 | 12,1900010                 | 17,1700820                 |
| 0,5r                     | 6,0157361                  | 10,1014216                 | 12,2015433                 | 17,1869446                 |



а)



б)

Рисунок 2.5 – Графіки зміни площ поверхні контактування  $S_n$  прогнаних ділянок БТ при їх втисканні у стінку свердловини; а) БТ-60; 73; 89; 102; б) БТ-114; 127; 140; 168

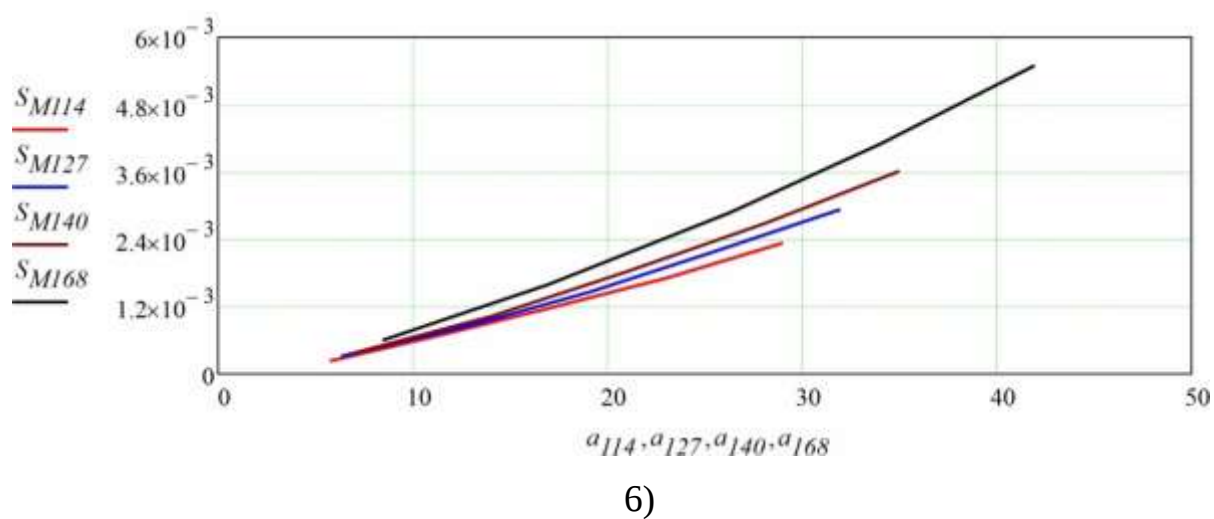
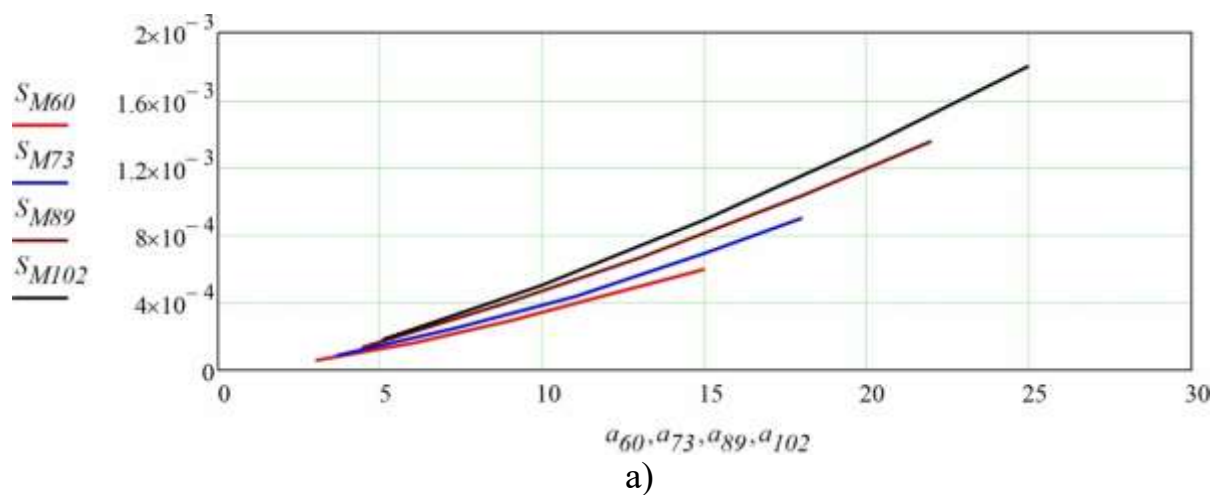
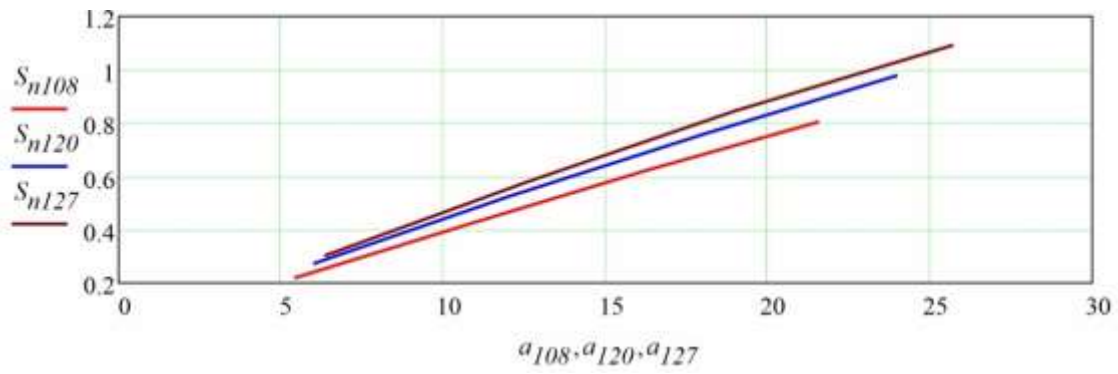
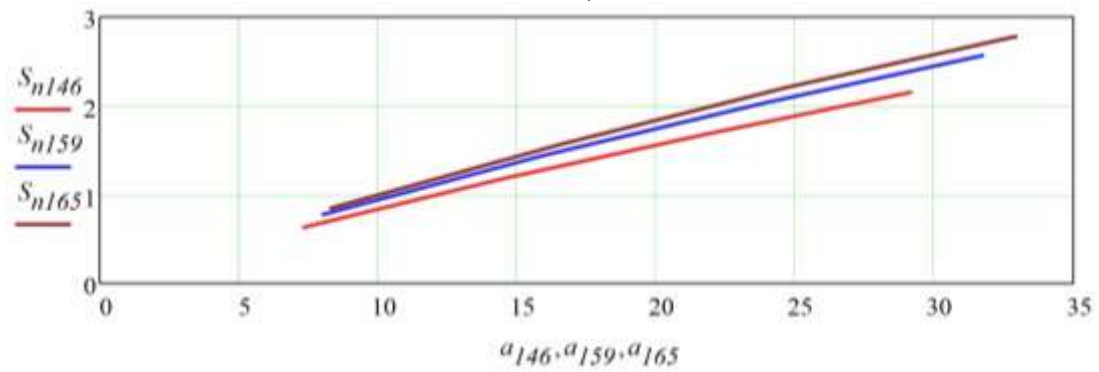


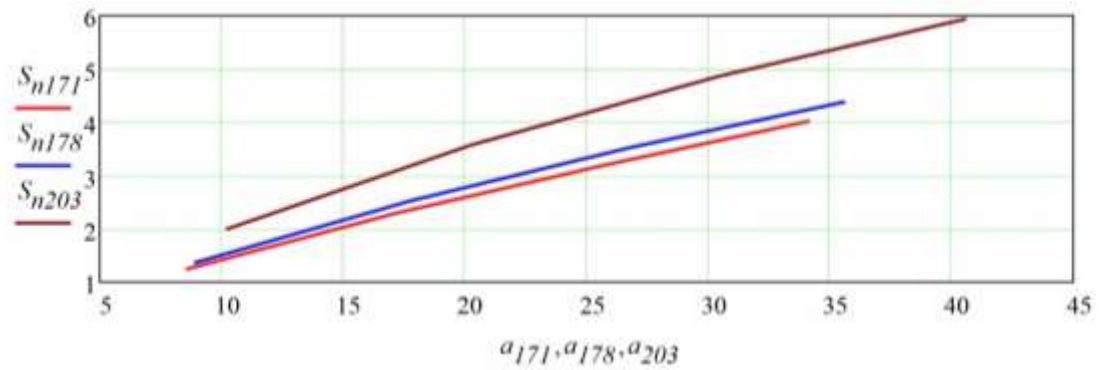
Рисунок 2.6 – Графіки зміни площ мідельного перерізу  $S_M$  прогннутих ділянок БТ при їх втисканні у стінку свердловини; а) БТ-60; 73; 89; 102; б) БТ-114; 127; 140; 168



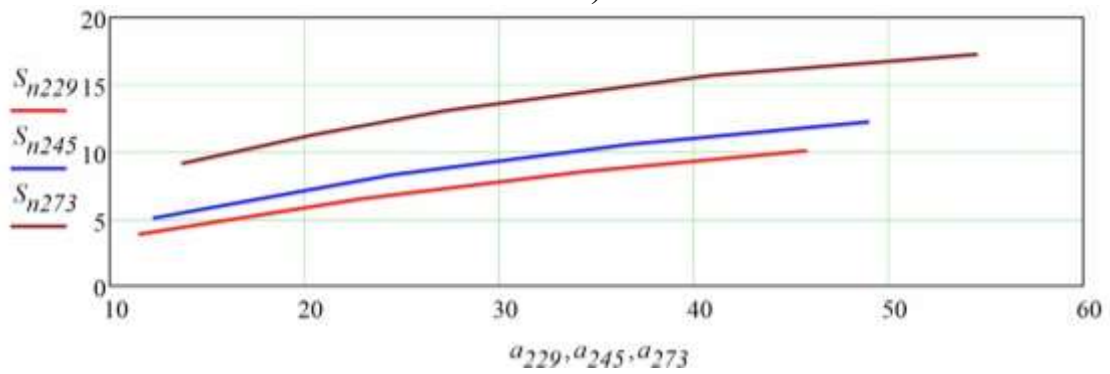
а)



б)

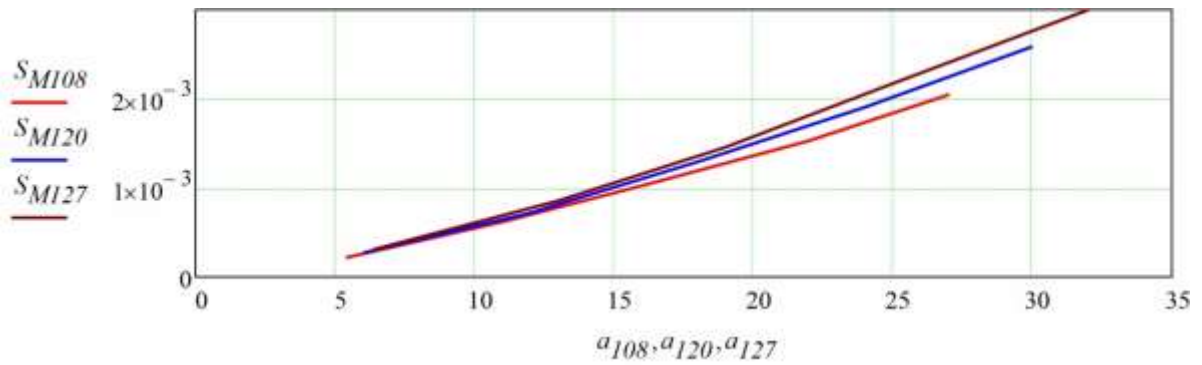


в)

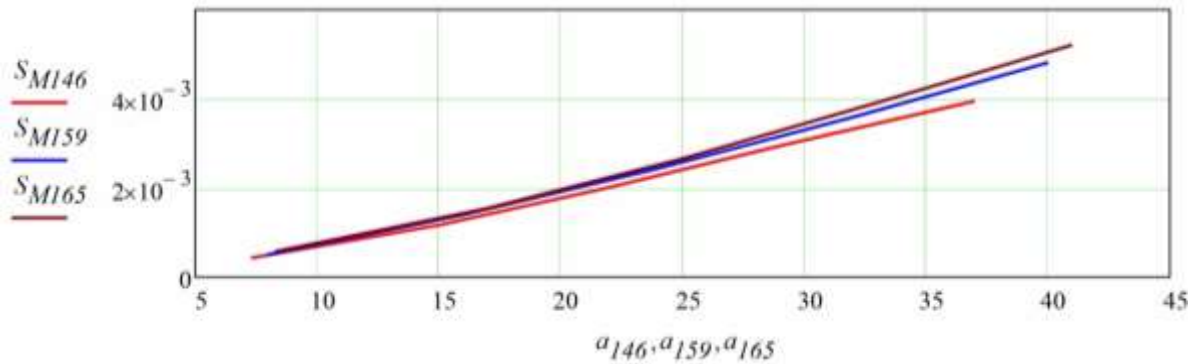


г)

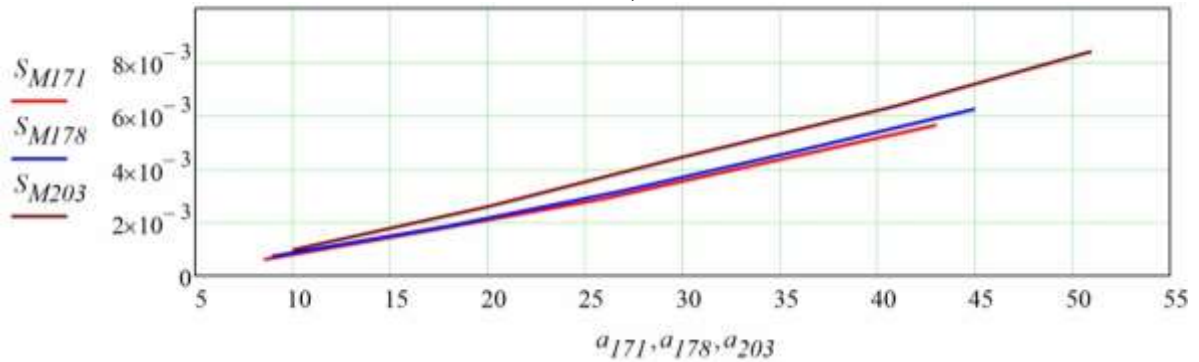
Рисунок 2.7 – Графіки зміни площ поверхні контактування  $S_n$  прогнугих ділянок ОБТ при їх втисканні у стінку свердловини; а) ОБТ-108, 120, 127; б) ОБТ-146, 159, 165; в) ОБТ-171, 178, 203; г) ОБТ-229, 245, 273.



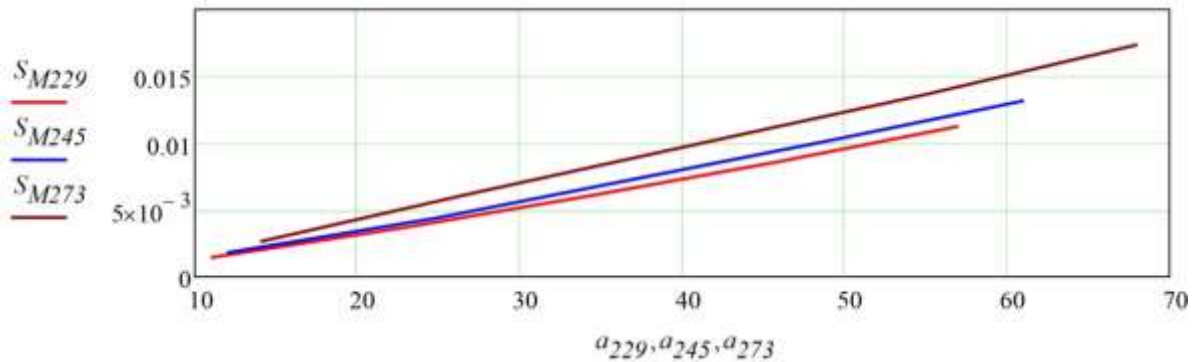
а)



б)



в)



г)

Рисунок 2.8 – Графіки зміни площ мідельного перерізу  $S_M$  прогнутих ділянок ОБТ при їх втисканні у стінку свердловини; а) ОБТ-108, 120, 127; б) ОБТ-146, 159, 165; в) ОБТ-171, 178, 203; г) ОБТ-229, 245, 273.

Значення  $S_M$  є відносно малими і вимірюються в десятих та сотих частках квадратного метра (наприклад, для БТ діаметром 168,3 мм при максимальному втисканні  $S_M = 0,005456 \text{ м}^2$ . При збільшенні глибини втискання в 5 разів, площа міделя  $S_M$  зростає приблизно у 9 разів, що вказує на критичне зростання гідродинамічного опору при ковзанні труби у фільтраційній кірці. При малих глибинах втискання графічні залежності підтверджують адекватність спрощених формул (2.23) і (2.24), що пояснює параболічний характер кривих на початкових етапах контакту. Площа  $S_n$  на 2–3 порядки перевищує площу міделя  $S_M$ , наприклад, для ОБТ Ø178 мм при  $L_{BT} = 80 \text{ м}$  і граничному втисканні  $S_n$  сягає  $5,01 \text{ м}^2$ , тоді як  $S_M = 0,0062 \text{ м}^2$ . Тому площа контакту  $S_n$  є визначальною при розрахунку сил адгезії. На графіках (рис. 2.5б, 2.7г) видно, що при досягненні глибини втискання  $a = 0,5r$  (половина радіуса труби), приріст площі поверхні контактування стає менш інтенсивним, що пов'язано з особливостями геометрії кривої перетину тора та циліндра.

На основі проведених теоретичних досліджень можна виділити практичне значення отриманих результатів. Отримані графіки дозволяють прогнозувати різке зростання сил адгезійного прилипання та в'язкого опору при збільшенні глибини втискання, оскільки ці сили прямо пропорційні розрахованим площам. Найбільш критичними з точки зору виникнення опору є ділянки ОБТ великих діаметрів, де площа контакту зростає найшвидше, а також ділянок БТ при втраті стійкості і великій кількості зон локального їх втискання у стінки свердловини. Такі особливості необхідно обов'язково враховувати при розрахунках допустимих осьових навантажень, що передаються долоту в процесі буріння глибоких скерованих свердловин.

## 2.4 Удосконалення розрахункової схеми дослідження навантаженості КНБК, деформованої на ділянці скерованої свердловини

Аналіз проведених досліджень різних авторів показує, що вивчення динаміки як КНБК, так і БК в цілому у свердловині є доволі складною задачею і на сьогодні не існує моделей які б з достатньою точністю описували взаємодію БК із свердловиною, а також враховували вплив промивальної рідини на динаміку деформованого стану КНБК у похило-скерованій свердловині. Ключовим завданням є отримання математичної моделі опису зміни просторового деформованого стану БК на похилій ділянці свердловини яка з достатньою точністю описує контактну взаємодію КНБК із стінкою свердловини, а також враховує вплив протікання промивальної рідини. З урахуванням результатів досліджень [74, 76, 77, 78] розроблено імітаційну модель в середовищі мови Modelica, яка в подальшому повинна бути включена в пакет для моделювання динаміки роботи бурильної колони при бурінні похило скерованих свердловин [79].

За об'єкт дослідження приймаємо частину БК, що знаходиться на ділянці похилої свердловини. Розрахункова схема досліджуваного об'єкту наведена на рисунку 2.9. Вважаємо, що досліджувана ділянка свердловини є ідеальним циліндром діаметром  $d_w$  довжиною  $L_w$  вісь якого нахилена під кутом  $\alpha$  до горизонту. Верхній кінець похилої ділянки свердловини знаходиться на глибині  $h_w$  від гирла свердловини. В свердловині знаходиться БК, що приводиться в рух верхнім приводом. БК представляємо суцільним однорідним пустотілим стрижнем круглого січення довжиною  $L_d$  в недеформованому стані зовнішній діаметр якого рівний  $D_d$ , а діаметр отвору  $d_d$ . Отже площа  $A_i$  отвору БК рівна:

$$A_i = \frac{\pi d_d^2}{4}, \quad (2.25)$$

площа  $A_d$  поперечного січення БК рівна:

$$A_d = \frac{\pi}{4} (D_d^2 - d_d^2), \quad (2.26)$$

а площа поперечного перерізу БК  $A_0$  по зовнішньому діаметру рівна:

$$A_0 = A_i + A_d = \frac{\pi D_d^2}{4}. \quad (2.27)$$

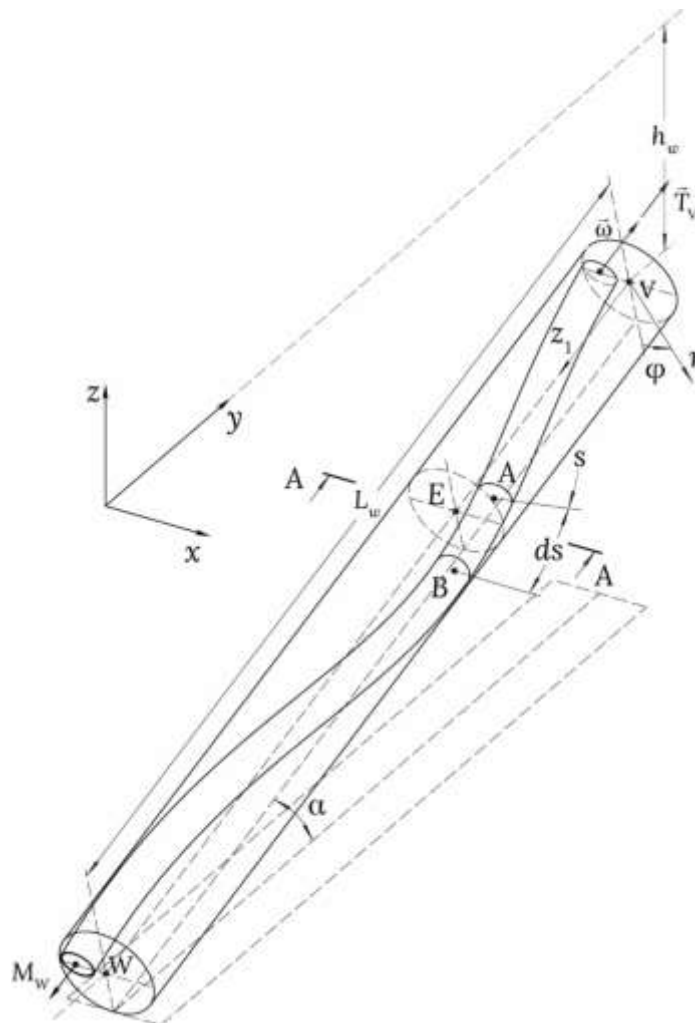


Рисунок 2.9 – Механічна модель досліджуваної системи

Матеріал, з якого виготовляються бурильні труби, характеризуємо густиною  $\rho_d$ , модулем пружності першого  $E_d$  та другого  $G_d$  роду. Вважаємо, що по БК із сталою швидкістю  $v_m$  протікає промивальна рідина густиною  $\rho_m$ . Свердловина заповнена промивальною рідиною, з аналогічними властивостями, яка рухається в зворотному напрямку. Тиск промивальної рідини в БК позначаємо  $p_i$ , а промивальної рідини в свердловині  $p_o$  і приймаємо, що вони є незмінними у часі. Матеріал стінок свердловини моделюємо тілом Кельвіна-Фойгта із коефіцієнтом жорсткості  $c_w$  та коефіцієнтом демпфування  $\mu_w$ .

Величину тиску промивальної рідини, яка знаходиться у БК і відповідає її верхньому кінцю позначаємо  $p_v$ . Вважаємо, що до кінців бурильної колони прикладаються осьова сила  $\vec{T}_j$ , крутний момент  $\vec{M}_j$  та кутова частота обертання колони  $\omega_j$ , де  $j$  - індекс який описує відповідний кінець БК. Приймаємо, що вісь ненавантаженої БК співпадає із віссю свердловини.

Побудову математичної моделі просторового напружено-деформованого стану БК на ділянці похилої свердловини ведемо прийнявши наступні припущення:

1. Вважаємо, що величина поперечних деформацій БК в порівнянні із довжиною півхвилі її прогину є достатньо малою. Отже бурильну колону представляємо стрижнем в якому виконується гіпотеза Бернуллі, а впливом дотичних напружень при вивченні роботи колони на згин нехтуємо.

2. Вважаємо, що зміна форми поперечного січення БК у площині перпендикулярній до осі свердловини є достатньо малою і нею можна знехтувати. В усіх розрахунках окрім випадку дослідження поперечних деформацій вважаємо, що січення БК у площині перпендикулярній осі свердловини є круглим.

3. БК приймаємо суцільним однорідним стрижнем круглого перерізу. Впливом геометрії замків, а також механічними властивостями з'єднання бурильних труб між собою нехтуємо.

4. Вважаємо, що напруження, які виникають в колоні не перевищують границю пружності та границю пропорційності матеріалу з якого вона виготовлена, а отже саму колону моделюємо тілом Гука.

5. Вважаємо, що промивальна рідина є нестискуваною. Впливом гідродинамічних явищ на динаміку БК нехтуємо. Приймаємо, що промивальна рідина, яка знаходиться між трубному просторі, спричиняє лише опір рухові БК, а впливом швидкості її руху на деформований стан колони нехтуємо.

6. Визначення контактної сили між БК і стінкою свердловини проводимо в залежності від величини деформації стінки свердловини, яку моделюємо тілом Кельвіна-Фойхта.

7. Впливом відносного видовження осі БК на зміну характеристик її поперечного січення, зокрема площі, моменту інерції перерізу тощо, через їхній незначну зміну нехтуємо.

Виходячи із прийнятих припущень БК є стрижнем, що піддається розтягу/стиску, крученню та просторовому згину. Отже, опис напружено-деформованого стану бурильної колони ведемо за допомогою:

- $s(l,t)$  - функції, що описує поздовжню деформацію осі бурильної колони;
- $\vec{u}(s,t)$  - функції, що описує просторове положення осьової лінії бурильної

колони в просторі,

де  $l$  - відстань по осі бурильної колони в недеформованому стані до заданого січення,  $t$  - час.

## 2.5 Удосконалення математичної моделі дослідження навантаженості деформованої ділянки КНБК у скерованій свердловині

Для побудови математичної моделі використаємо три системи координат та положення [70, 76, 77]. Одну нерухому глобальну декартову в якій визначається положення свердловини в просторі, другу циліндричну в якій визначається деформований стан бурильної колони у свердловині і третю рухому систему координат, що жорстко пов'язана з геометрією колони. Слід відмітити, що оскільки колона моделюється стрижнем круглого сечення початковий вибір напрямку осей рухомої системи координат (рис. 2.9) не залежить від геометрії стрижня, оскільки усі осі, що проходять через центр стрижня є головними. Отже для побудови математичної моделі використовуватимемо наступні системи координат (рис. 2.10):

- декартову  $xyz$  пов'язану із гирлом свердловини, вісь  $z$  якої паралельна напрямку дії сили ваги, базиси даної системи координат позначимо  $\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3\}$ ;
- циліндричну  $z_1 r \varphi$ , що жорстко пов'язана із геометрією свердловини, вісь  $z_1$  якої направляємо по осі свердловини, базиси даної системи координат позначимо  $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3\}$ ;
- рухому систему, що рухається вздовж деформованої осі бурильної колони, базиси даної системи позначимо  $\{\hat{d}_1, \hat{d}_2, \hat{d}_3\}$ .

Зважаючи на особливості диференціювання векторів в рухомих системах координат, для кращої наочності вектори задані в різних системах координат позначатимемо наступним чином:

$$\begin{aligned}\vec{r}_X &= r_x \hat{x}_1 + r_y \hat{x}_2 + r_z \hat{x}_3; \\ \vec{r} &= r_{z1} \hat{e}_1 + r_r \hat{e}_2 + r_\varphi \hat{e}_3; \\ \vec{r}_L &= r_1 \hat{d}_1 + r_2 \hat{d}_2 + r_3 \hat{d}_3,\end{aligned}\tag{2.28}$$

де  $\vec{r}_X$  - вектор заданий в глобальній декартовій системі координат,  $\vec{r}$  - вектор заданий в циліндричній системі координат,  $\vec{r}_L$  - вектор заданий в рухомій системі координат,  $r_i$  - проекція вектору на  $i$ -ту вісь.

Для перетворення векторів заданих у різних базисах використовуємо матриці переходу, тобто:

$$\begin{aligned}\vec{r}_X &= A\vec{r}, \quad \vec{r} = A^T \vec{r}_X; \\ \vec{r}_L &= Q\vec{r}, \quad \vec{r} = Q^T \vec{r}_L,\end{aligned}\tag{2.29}$$

де  $Q$  і  $A$  матриці переходу.

Вибір підходу щодо визначення коефіцієнтів матриці переходу  $Q$  між базисами рухомої і циліндричної системи координат напряду впливає на кінцеву чисельну складність і стабільність отримуваної моделі. Загалом для визначення дев'яти коефіцієнтів матриці переходу  $Q$  достатньо знати три незалежні величини. Однак традиційний підхід із використанням кутів Ейлера має низку недоліків. Це зумовлено потребою здійснення значної кількості тригонометричних обчислень та наявності невизначеності при певних умовах [70, 76, 77]. Зважаючи на це, для переходу між базисами використаємо поворот за допомогою кватерніона [75], тоді матриця переходу матиме вигляд:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2q_2q_3 - 2q_1q_4 & 2q_2q_4 + 2q_1q_3 \\ 2q_2q_3 + 2q_1q_4 & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2q_3q_4 - 2q_1q_2 \\ 2q_2q_4 - 2q_1q_3 & 2q_3q_4 + 2q_1q_2 & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}, \tag{2.30}$$

де  $q_1, q_2, q_3$  і  $q_4$  коефіцієнти одиничного кватерніона  $q$ :

$$q = q_1 + q_2 \cdot i + q_3 \cdot j + q_4 \cdot k,$$

що описує поворот між базисами циліндричної та рухомої системи координат. Оскільки кватерніон повороту є одиничним, то повинна виконуватись умова:

$$\begin{aligned} \|q\| &= 1; \\ q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 &= 1. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Враховуючи вищесказане, для визначення деформованого стану бурильної колони необхідно також визначити чотири коефіцієнти кватерніона, які є функціями від  $s$  і  $t$ . Для зручності представимо їх у вигляді вектору  $\bar{q} = [q_1(s, t), q_2(s, t), q_3(s, t), q_4(s, t)]^T$ . Виразимо зміну напрямку базисів рухомої системи координат по довжині колони та в часі через коефіцієнти кватерніона повороту по аналогії до підходу наведеного у роботі [78]. Виходячи із правил диференціальної геометрії напрямки базисів рухомої системи координат можна знайти:

$$\hat{d}_1 = \frac{\partial \bar{u}}{\partial s}. \quad (2.32)$$

Згідно формул Френне-Серрі знаємо, що

$$\frac{\partial \hat{d}_i}{\partial s} = \vec{\kappa}_L \times \hat{d}_i, \quad i = 1, 2, 3; \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \hat{d}_i}{\partial t} = \vec{\omega}_L \times \hat{d}_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.34)$$

де  $\vec{\kappa}_L = \kappa_1 \hat{d}_1 + \kappa_2 \hat{d}_2 + \kappa_3 \hat{d}_3$  вектор кривизни, що описує зміну напрямку базисів рухомої системи координат по довжині колони,  $\vec{\omega}_L = \omega_1 \hat{d}_1 + \omega_2 \hat{d}_2 + \omega_3 \hat{d}_3$  вектор кутової швидкості, що описує зміну напрямку базисів рухомої системи координат в часі. Помноживши рівняння (2.28) на відповідний орт  $\hat{d}_i$  та здійснивши математичні перетворення отримуємо:

$$\kappa_1 = -\hat{d}_2 \frac{\partial \hat{d}_3}{\partial s}, \quad \kappa_2 = -\hat{d}_3 \frac{\partial \hat{d}_1}{\partial s}, \quad \kappa_3 = -\hat{d}_1 \frac{\partial \hat{d}_2}{\partial s}. \quad (2.35)$$

Представимо орти рухомої системи координат  $\hat{d}_i$ , як функції від  $\bar{q}$ . Тоді кожен стовпець матриці переходу  $Q$  буде відповідати відповідному базису в рухомої системі координат:

$$Q = [\hat{d}_1(\bar{q}(s, t)) \quad \hat{d}_2(\bar{q}(s, t)) \quad \hat{d}_3(\bar{q}(s, t))]. \quad (2.36)$$

Враховуючи прийняті припущення розглянемо порядок взяття похідної по базису:

$$\frac{\partial \hat{d}_i}{\partial s} = \frac{\partial \hat{d}_i}{\partial \vec{q}} \frac{\partial \vec{q}}{\partial s} = J \frac{\partial \vec{q}}{\partial s}, \quad (2.37)$$

де  $J$  - матриця Якобі.

Підставивши рівняння (2.36) і (2.37) в рівняння (2.35), та здійснивши математичні перетворення враховуючи (2.31) величину коефіцієнтів вектору  $\vec{\kappa}_L$  можна задати, як функцію від  $\vec{q}$ :

$$\kappa_i = 2B_i \vec{q} \frac{\partial \vec{q}}{\partial s}, \quad i=1,2,3, \quad (2.38)$$

де  $B_i$  - косо-симетрична матриця:

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

По аналогії встановлюємо залежність для векторів кутової швидкості  $\vec{\omega}$ :

$$\omega_i = 2B_i \vec{q} \frac{\partial \vec{q}}{\partial t}. \quad (2.40)$$

В результаті отримані кінематичні залежності руху рухомої системи координат як функцію від довжини деформованої осі бурильної колони  $s$ . Оскільки параметр  $s$  залежить також від часу, перейдемо до визначень кінематичних залежностей як функцій довжини по недеформованій осі бурильної колони  $l$  для чого введемо поняття поздовжньої деформації осі бурильної колони:

$$\lambda = \frac{\partial s}{\partial l}. \quad (2.41)$$

Застосувавши до рівнянь (2.32) і (2.37) правило ланцюга отримуємо:

$$\begin{aligned}\hat{d}_1 &= \lambda \frac{\partial \vec{u}}{\partial l}; \\ \kappa_i &= 2\lambda B_i \bar{q} \frac{\partial \bar{q}}{\partial l}, i=1,2,3.\end{aligned}\tag{2.42}$$

Для виведення рівняння динаміки роботи БК, розглянемо рівняння рівноваги її деформованої частини довжиною  $ds$ , що відповідає довжині  $dl$  недеформованої осі балки під дією зовнішніх та внутрішніх сил та моментів (рис 2.10). Згідно [70, 78] рівняння динаміки стрижня має вигляд:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}; \\ \rho_d A_d \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= \frac{\partial Q^T \vec{F}_L}{\partial l} + \lambda \vec{f}; \\ \rho_d I \frac{\partial \vec{\omega}_L}{\partial t} + \vec{\omega}_L \times I \vec{\omega}_L &= \frac{\partial \vec{M}_L}{\partial l} + \vec{\kappa}_L \times \vec{M}_L + \lambda (Q \hat{d}_1 \times \vec{F}_L) + \lambda \vec{m},\end{aligned}\tag{2.43}$$

де  $\vec{u}$  - функція, що описує просторове положення деформованої осі бурильної колони, яка визначається в циліндричній системі координат і має вигляд:

$$\vec{u} = u_{z1} \hat{e}_1 + u_r \hat{e}_2,\tag{2.44}$$

$\vec{v}$  - швидкість елемента стрижня,  $\vec{F}$  - вектор внутрішніх сил, що діють в січенні стрижня, величина якого рівна:

$$\vec{F} = F_1 \hat{d}_1 + F_2 \hat{d}_2 + F_3 \hat{d}_3,\tag{2.45}$$

де  $F_i$  - проекція вектору внутрішньої сили на  $i$ -ту вісь рухомої системи координат,  $\vec{f} = \sum \vec{f}_i$  - сумарний приведений вектор зовнішніх розподілених сил, що діють на одиницю довжини стрижня,  $\vec{M}$  - вектор моменту внутрішніх сил, що діють в січенні стрижня, величина якого рівна:

$$\vec{M} = M_1 \hat{d}_1 + M_2 \hat{d}_2 + M_3 \hat{d}_3,\tag{2.46}$$

де  $M_i$  - проекція вектору внутрішнього моменту сили на  $i$ -ту вісь рухомої системи координат,  $\vec{m} = \sum \vec{m}_i$  - сумарний приведений вектор розподіленого моменту зовнішніх сил, що діють на одиницю довжини

стрижня,  $I$  - симетричний тензор інерції елементу стержня відносно центру мас, величина якого рівна:

$$I = \frac{\pi(D_d^4 - d_d^4)}{64} \text{diag}(2,1,1). \quad (2.47)$$

Встановимо залежність між внутрішніми силовими факторами і деформацією бурильної колони. Величина осьового зусилля  $F_1$  залежить від величини поздовжньої деформації. Враховуючи теорію ефективного натягу [80, 81, 82, 83, та ін.] величина осьової сили запишемо наступним чином:

$$F_1 = E_d A_d (\lambda - 1) + A_O p_O - A_i p_i. \quad (2.48)$$

При визначенні величини змїну тиску промивальної рідини по довжині бурильної колони, нехтуємо впливом деформації бурильної колони через їх незначний вплив. Отже, величина тиску промивальної рідини у свердловині рівна гідростатичному тискові, тобто:

$$p_O = \rho_m g (h_w + l \sin \alpha). \quad (2.49)$$

Зміна тиску промивальної рідини, що протікає бурильною колоною по її довжині визначається з умови відомого значення на одному із кінців колони з врахуванням зміни гідростатичного тиску та втрат від тертя об стінки свердловини згідно формули Дарсі-Вейбаха:

$$p_i = p_V + \rho_m l g \sin \alpha - \rho_m \frac{\xi}{d_d} \frac{v_m^2}{2} l, \quad (2.50)$$

де  $p_V$  - тиск промивальної рідини на верхньому кінці бурильної колони,  $\xi$  - коефіцієнт тертя Дарсі.

Крутний момент  $M_1$  визначається наступним чином:

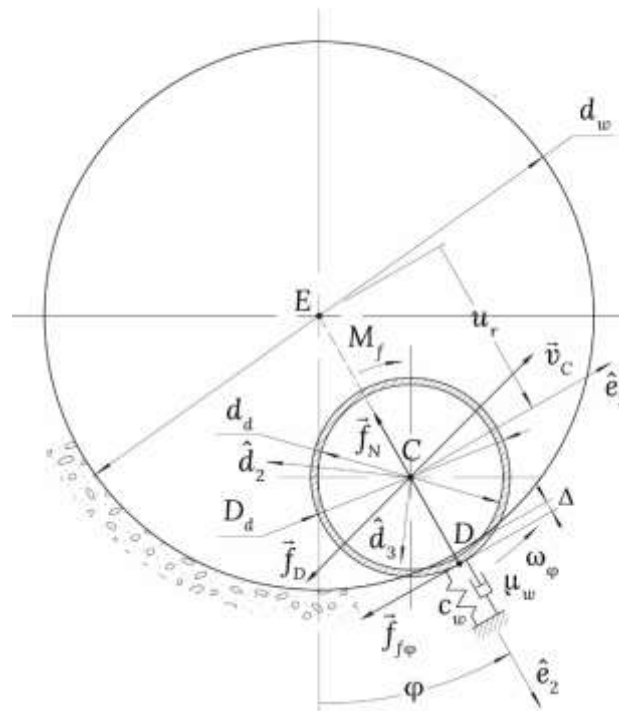
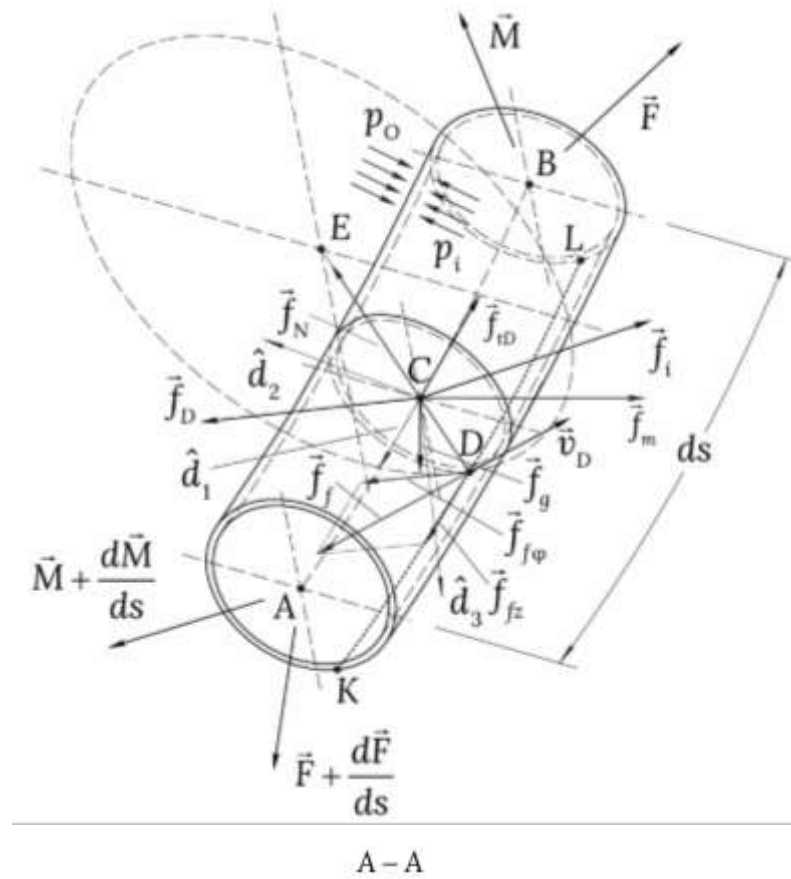


Рисунок 2.10 – Силіві фактори, що діють на елемент бурильної колони у скерованій свердловині

$$M_t = G_d I_1 \kappa_1, \quad (2.51)$$

де  $G_d I_1$  - жорсткість бурильної колони на кручення.

Величина згинаючого моменту відносно двох інших осей рухомої системи координат, визначаємо за формулою:

$$M_i = E_d I_i \kappa_i, \quad i = 2, 3. \quad (2.52)$$

де  $EI$  - жорсткість бурильної колони на згин.

Складність дослідження рівноваги одиничного елементу БК полягає в тому, що на нього діють різні силові фактори, що визначаються в базисах різних систем координат. Усі розподілені зовнішні силові фактори і моменти, що діють на елемент БК можна поділити на наступні групи згідно природи їх виникнення:

- сила ваги і сила Архімеда  $\vec{f}_g$ ;
- силові фактори, що виникають в результаті контакту БК з стінками свердловини  $\vec{f}_{con}$
- сили, що діють на елемент з боку промивальної рідини, яка знаходиться в ньому  $\vec{f}_m$ ;
- сили, що діють на елемент внаслідок його руху в середовищі промивальної рідини  $\vec{f}_D$ .

Розглянемо кожен із даних факторів окремо.

Величина сили ваги з врахуванням сили Архімеда, що діє на елемент БК рівна:

$$\begin{aligned} \vec{f}_g &= -(\rho_d - \rho_m) A_d g \hat{x}_3 = \\ &= (\rho_d - \rho_m) A_d g (\sin \alpha \hat{e}_1 + \cos \alpha \cos \varphi \hat{e}_2 - \cos \alpha \sin \varphi \hat{e}_3), \end{aligned} \quad (2.53)$$

де  $g$  - пришвидшення вільного падіння.

Взаємодію БК із стінками свердловини описуємо реакцією в'язі  $\vec{f}_N$ , силою тертя ковзання  $\vec{f}_f$ , яка виникає в точці  $D$  контакту БК із стінкою свердловини, а також моментом тертя кочення  $\vec{m}_f$ . Реакція в'язі

направляється по нормалі до дотичної площини контакту двох тіл, а її величина залежить від деформації стінки свердловини, матеріал якої моделюємо тілом Кельвіна-Фойхта. Отже реакція  $\vec{f}_N$  рівна:

$$f_N = \begin{cases} 0, \Delta < 0 \\ -\left(c_w \Delta + \mu_w \frac{d\Delta}{dt}\right) \hat{e}_2, \Delta \geq 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

де  $c_w$  і  $\mu_w$  - приведені коефіцієнти жорсткості і демпфування матеріалу стінки свердловини,  $\Delta$  - величина деформації стінки свердловини, що визначається за формулою:

$$\Delta = u_r - 0.5(d_w - D_d). \quad (2.55)$$

Окрім реакції в'язі в точці контакту БК із стінкою свердловини виникає сила тертя ковзання  $\vec{f}_f$ , що діє в дотичній площині до точки контакту  $D$  між БК і стінкою свердловини. Дану силу можна записати в базисах циліндричної системи координат:

$$\vec{f}_f = f_{fz1} \hat{e}_1 + f_{f\varphi} \hat{e}_3. \quad (2.56)$$

Зважаючи на те, що сила тертя направляє протилежно до вектора відносної швидкості між тілами тертя, проекції сил тертя можна визначити за формулами [80 – 83]:

$$f_{f\varphi} = -\frac{v_{D\varphi}}{v_D} f_f, \quad f_{fz1} = -\frac{v_{Dz1}}{v_D} f_f, \quad (2.57)$$

де  $v_D$ ,  $v_{Dz1}$  і  $v_{D\varphi}$  - числові значення повної відносної швидкості в точці контакту між БК та стінкою свердловини та її проекцій на базиси циліндричної системи координат. Дані швидкості визначаємо виходячи із кінематики руху елемента БК і прийнятих припущень:

$$v_{Dz1} = \frac{du_{z1}}{dt}; \quad v_{D\varphi} = \frac{d_w}{2} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{D_d}{2} \omega_1; \quad v_D = \sqrt{v_{Dz1}^2 + v_{D\varphi}^2}. \quad (2.58)$$

Величину зусилля тертя визначаємо згідно моделі тертя Стрібека:

$$f_f = \mu_d f_N + (\mu_{st} - \mu_d) f_N \exp\left(-\left(\frac{v_D}{v_s}\right)^2\right), \quad (2.59)$$

де  $v_s$  - швидкість Стрібека,  $\mu_{st}$  і  $\mu_d$  - статичний та динамічний коефіцієнт тертя між бурильною колоною і стінкою свердловини.

Вплив промивальної рідини, що знаходиться у БК можна описати двома складовими:

$$\vec{f}_m = \vec{f}_{mi} + \vec{f}_{mf}, \quad (2.60)$$

де  $\vec{f}_{mf}$  - сила, що виникає внаслідок тертя рідини об стінку, величина якої рівна:

$$\vec{f}_{mf} = -\frac{1}{8} \pi \xi d_d \rho_m v_m^2 \hat{d}_1, \quad (2.61)$$

$\vec{f}_{mi}$  - сила інерції, що обчислюється за формулою:

$$\vec{f}_{mi} = -\rho_m A_i \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_m^2 \frac{\partial \hat{d}_1}{\partial s} + 2v_m \frac{\partial \hat{d}_1}{\partial t} \right) = -\rho_m A_i \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_m^2 \kappa_3 \hat{d}_2 + 2v_m \vec{\omega}_L \times \hat{d}_1 \right). \quad (2.62)$$

Вплив промивальної рідини, що знаходиться у свердловині описуємо у вигляді сил, які виникають в наслідок руху елемента БК у середовищі промивальної рідини. Дослідження довгомірних трубопроводів [78, 80, 81, 82, 83] показують, що в такому випадку на елемент будуть діяти сила опору  $\vec{f}_D$  та поперечна підйомна сила  $\vec{f}_L$ . Величина сили опору рухові визначається за формулою Морісона:

$$\vec{f}_D = -\left( \frac{1}{2} \rho_m D_d c_d |v_{C\varphi}| v_{C\varphi} + \frac{1}{4} \pi \rho D_d^2 c_m \frac{dv_{C\varphi}}{dt} \right) \hat{e}_3, \quad (2.63)$$

де  $c_d$  і  $c_m$  - коефіцієнт опору і інерції,  $v_{C\varphi}$  - швидкість точки С в проекції на базис  $\hat{e}_3$ :

$$v_{C\varphi} = u_r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.64)$$

Опором рухові на інші базиси нехтуємо, через їхній незначний вклад.

Величина піднімальної сили, яка виникає внаслідок несиметричного розподілу градієнту тиску навколо елемента БК, через близькість стінки свердловини обчислюється за формулою:

$$\bar{f}_L = -\frac{1}{2} \rho_m D_d c_L v_{C\varphi}^2 \hat{e}_2, \quad (2.65)$$

де  $c_L$  - коефіцієнт піднімальної сили.

Сила гідравлічного опору та адгезійного прилипання визначаються за формулами:

$$\bar{f}_{ro} = C_x \frac{\rho_m v_{C\varphi}^2}{2} S_m; \quad (2.66)$$

де  $C_x$  – безрозмірний коефіцієнт лобового опору, який залежить від форми тіла; для плавної дуги ОБТ малою стрілою прогину  $C_x = 0,06 - 0,09$ ; для бурильного замка з фаскою  $90^\circ$   $C_x = 0,8 - 1,1$ ; для бурильного замка з фаскою  $18^\circ$   $C_x = 0,4 - 0,5$ ; для стабілізатора з лопатями  $C_x = 1,2-1,8$ ; для перехідників з різким переходом  $C_x = 0,9$ ;

$$\bar{f}_{np} = k \Delta p S_n; \quad (2.67)$$

де  $k$  – коефіцієнт адгезії (залежить від її складу та товщини), типове значення для якісної кірки  $k = 0,05 - 0,4$ ;  $\Delta p$  – диференційний тиск, як різниця між гідростатичним тиском стовпа бурового розчину та пластовим тиском; ( $\Delta p = 5 \cdot 10^6$  Па);  $S_n$  – площа контакту ділянки БК зі стінкою свердловини при її плоскому прогині; для ділянок БК, що зазнають спіралеподібної деформації в розрахунках слід приймати  $S_{nc}$ .

## 2.6 Розроблення імітаційної моделі та числове моделювання

На основі запропонованої математичної моделі просторового напружено-деформованого стану БК на похилій ділянці свердловини розроблено імітаційну модель в середовищі моделювання на базі мови Modelica [79]. Середовища моделювання на базі даної мови дають змогу розв'язувати системи нелінійних диференціальних рівнянь в часі за допомогою вбудованих програмних модулів чисельними методами. Оскільки актуальна версія мови Modelica 4.0 не підтримує можливість опису моделей за допомогою диференціальних рівнянь з частинними похідними при створенні імітаційної моделі застосовано чисельний метод ліній (Numeric Method of Lines, NMOL) [84, 85] згідно якого усі рівняння із частковими похідними по  $l$  за допомогою центральної кінцево-різницевої схеми перетворювались в системи звичайних диференціальних рівнянь з похідними по часу.

Для розв'язку отриманої системи рівнянь до неї слід додати граничні умови та визначити початкові умови. Задача встановлення початкових умов є доволі складною та спричиняє часті помилки на етапі початкового балансування системи. Це зумовлено об'ємом математичної моделі, її чисельною складністю та вираженою нелінійністю і погано задокументованою логікою оптимізації та побудови дерева залежностей розв'язку моделі програмними модулями, а отже складністю визначення основних та похідних параметрів для моделі (для складних моделей варто задавати початкові значення тільки основним параметрам, усі інші значення будуть обчислені згідно описаної моделі системи в іншому разі почнеться багатокрокове балансування значень початкових значень параметрів системи). Для вирішення даної проблеми застосовано наступний підхід. Приймаємо, що в початковий момент часу колона немає деформацій та

знаходиться на дні стінки свердловини і вільно обертається із заданою кутовою швидкістю. Вплив усіх зовнішніх силових факторів на колону описуємо як добуток їх значень на функцію  $\tanh(0.5t)$ , в результаті чого при імітаційному моделюванні їхня величина плавно змінюються від 0 в початковий момент часу до повного значення в момент часу 5 с і далі. Такий підхід дає змогу значно спростити визначення початкових умов, оскільки в такому разі, більшість значень початкових параметрів рівна нулю і зазвичай зникають проблеми розбіжності початкових значень параметрів моделі.

Граничні умови визначаються із особливості кріплення верхнього і нижнього кінця ділянки бурильної колони. Для створеної імітаційної моделі, вони були обрані наступними:

$$\begin{aligned}
 u_R|_{l=0} &= u_R|_{l=L_D} = \frac{1}{2}(d_w - D_d); \\
 \varphi|_{l=0} &= \varphi|_{l=L_D} = 0, \quad u_z|_{l=0} = 0; \\
 M_2|_{l=0} &= M_2|_{l=L_D} = 0, \quad M_3|_{l=0} = M_3|_{l=L_D} = 0; \\
 s|_{l=0} &= 0, \quad F_1|_{l=L_D} = T_W, \quad M_1|_{l=L_D} = 0, \quad \omega_1|_{l=0} = \omega_V,
 \end{aligned} \tag{2.66}$$

де  $\omega_V$  і  $T_W$  - кутова швидкість та осьове зусилля у верхньому та нижньому кінці ділянки бурильної колони відповідно.

Таблиця 2.7 – Вхідні дані для числового моделювання ступені БК

| №  | Назва параметру                                                     | Позначення | Величина               |
|----|---------------------------------------------------------------------|------------|------------------------|
| 1  | Довжина ділянки БК                                                  | $L_d$      | 250 м                  |
| 2  | Кут нахилу похилої ділянки свердловини                              | $\alpha$   | 30°                    |
| 3  | Діаметр свердловини                                                 | $d_w$      | 444,5 мм               |
| 4  | Глибина розташування похилої ділянки свердловини                    | $h_v$      | 1500 м                 |
| 5  | Зовнішній діаметр БК                                                | $D_d$      | 127 мм                 |
| 6  | Внутрішній діаметр БК                                               | $d_d$      | 108,6 мм               |
| 7  | Густина матеріалу БК                                                | $\rho_d$   | 7874 кг/м <sup>3</sup> |
| 8  | Модуль Юнга матеріалу БК                                            | $E_d$      | 20,7 ГПа               |
| 9  | Модуль зсуву матеріалу БК                                           | $G_d$      | 8 ГПа                  |
| 10 | Густина промивальної рідини                                         | $\rho_m$   | 1400 кг/м <sup>3</sup> |
| 11 | Швидкість промивальної рідини, що протікає в БК                     | $v_m$      | 3,2 м/с                |
| 12 | Коефіцієнт пружності матеріалу стінки свердловини                   | $c_w$      | 10 МН/м                |
| 13 | Коефіцієнт демпфування матеріалу стінки свердловини                 | $\mu_w$    | 0,1 МН с/м             |
| 14 | Коефіцієнт опору                                                    | $c_d$      | 1,2                    |
| 15 | Коефіцієнт інерції                                                  | $c_m$      | 1,9                    |
| 16 | Коефіцієнт підйомної сили                                           | $c_L$      | 0,4                    |
| 17 | Коефіцієнт статичного тертя БК об стінку свердловини                | $\mu_s$    | 0,3                    |
| 18 | Коефіцієнт динамічного тертя бурильної колони об стінку свердловини | $\mu_d$    | 0,2                    |
| 19 | Кутова швидкість обертання кінця БК                                 | $\omega_v$ | 6,28 рад/с             |
| 20 | Осьова сила на кінці БК                                             | $T_w$      | 20 кН                  |
| 21 | Кількість точок дискретизації БК по довжині                         |            | 50                     |

Таблиця 2.8 – Вхідні дані для числового моделювання КНБК

| №  | Назва параметру                                                     | Позначення | Величина               |
|----|---------------------------------------------------------------------|------------|------------------------|
| 1  | Довжина КНБК                                                        | $L_d$      | 499,08 м               |
| 2  | Кут нахилу похилої ділянки свердловини                              | $\alpha$   | 15; 30; 45; 60°        |
| 3  | Діаметр свердловини                                                 | $d_w$      | 444,5 мм               |
| 4  | Глибина розташування похилої ділянки свердловини                    | $h_v$      | 4500 м                 |
| 5  | Зовнішній діаметр ОБТ                                               | $D_d$      | 178 мм                 |
| 6  | Внутрішній діаметр ОБТ                                              | $d_d$      | 90 мм                  |
| 7  | Густина матеріалу ОБТ                                               | $\rho_d$   | 7874 кг/м <sup>3</sup> |
| 8  | Модуль Юнга матеріалу ОБТ                                           | $E_d$      | 20,7 ГПа               |
| 9  | Модуль зсуву матеріалу ОБТ                                          | $G_d$      | 8 ГПа                  |
| 10 | Густина промивальної рідини                                         | $\rho_m$   | 1300 кг/м <sup>3</sup> |
| 11 | Швидкість промивальної рідини, що протікає в ОБТ                    | $v_m$      | 3,2 м/с                |
| 12 | Коефіцієнт пружності матеріалу стінки свердловини                   | $c_w$      | 10 МН/м                |
| 13 | Коефіцієнт демпфування матеріалу стінки свердловини                 | $\mu_w$    | 0,1 МН с/м             |
| 14 | Коефіцієнт опору                                                    | $c_d$      | 1,2                    |
| 15 | Коефіцієнт інерції                                                  | $c_m$      | 1,9                    |
| 16 | Коефіцієнт підйомної сили                                           | $c_L$      | 0,4                    |
| 17 | Коефіцієнт статичного тертя ОБТ К об стінку свердловини             | $\mu_s$    | 0,3                    |
| 18 | Коефіцієнт динамічного тертя бурильної колони об стінку свердловини | $\mu_d$    | 0,2                    |
| 19 | Кутова швидкість обертання кінця ОБТ                                | $\omega_v$ | 6,28 рад/с             |
| 20 | Осьова сила на кінці ОБТ                                            | $T_w$      | 15 кН                  |
| 21 | Кількість точок дискретизації БК по довжині                         |            | 50                     |
| 22 | Частота роботи ГОК                                                  |            | 16Гц                   |

У результаті отримано імітаційну модель створену у мові Modelica для дослідження зміни просторового напружено-деформованого стану бурильної колони в часі на ділянці похилої свердловини. Проведено імітаційне моделювання роботи системи, основні параметри якої для ступені БК і КНБК зведені відповідно в таблицю 2.7 і 2.8. Отримані моделі складаються із 2492 рівнянь із яких 1639 рівнянь є лінійними, а 853 нелінійних. Імітаційне моделювання виконувалось із використанням програмного модулю чисельного розв'язку DASSL на проміжку часу 0-20 с.

Проведене імітаційне моделювання показує, що при наявності деформації бурильної колони відбуваються зміни характеристик її обертання. На рис. 2.11 продемонстровано отримані графіки зміни кутової швидкості, кутового пришвидшення та крутного моменту в окремих січеннях бурильної колони з часом. Як бачимо із графіків, в бурильній колоні спостерігається виникнення динамічних складових зміни кутової швидкості обертання колони та крутного моменту. Так величина динамічної складової зміни кутової швидкості для січення 20 м складає 0,4%, для січення 60 м складає 0,2 м, а для січення 100 м – 0,5%. Також по довжині колони зростає абсолютне значення динамічної складової крутного моменту. Так для січення з координатою 20 м воно складає 28,4 Нм, а для січення 60 м – 38,78 Нм.

На рис. 2.12 зображено графіки зміни внутрішніх сил в окремих перерізах БК в часі. Слід відмітити, що згідно обраного підходу до уникнення проблеми визначення початкових умов, які описані в попередньому розділі реальні значення зміни внутрішніх силових факторів при заданих параметрах системи слід визначати в проміжку часу від 5 с. Як бачимо із отриманих графіків величина осьової сили в поперечних перерізах бурильної колони залишається фактично незмінною, що зумовлено особливістю заданих граничних умов, які не передбачають генерацію осьових коливань.

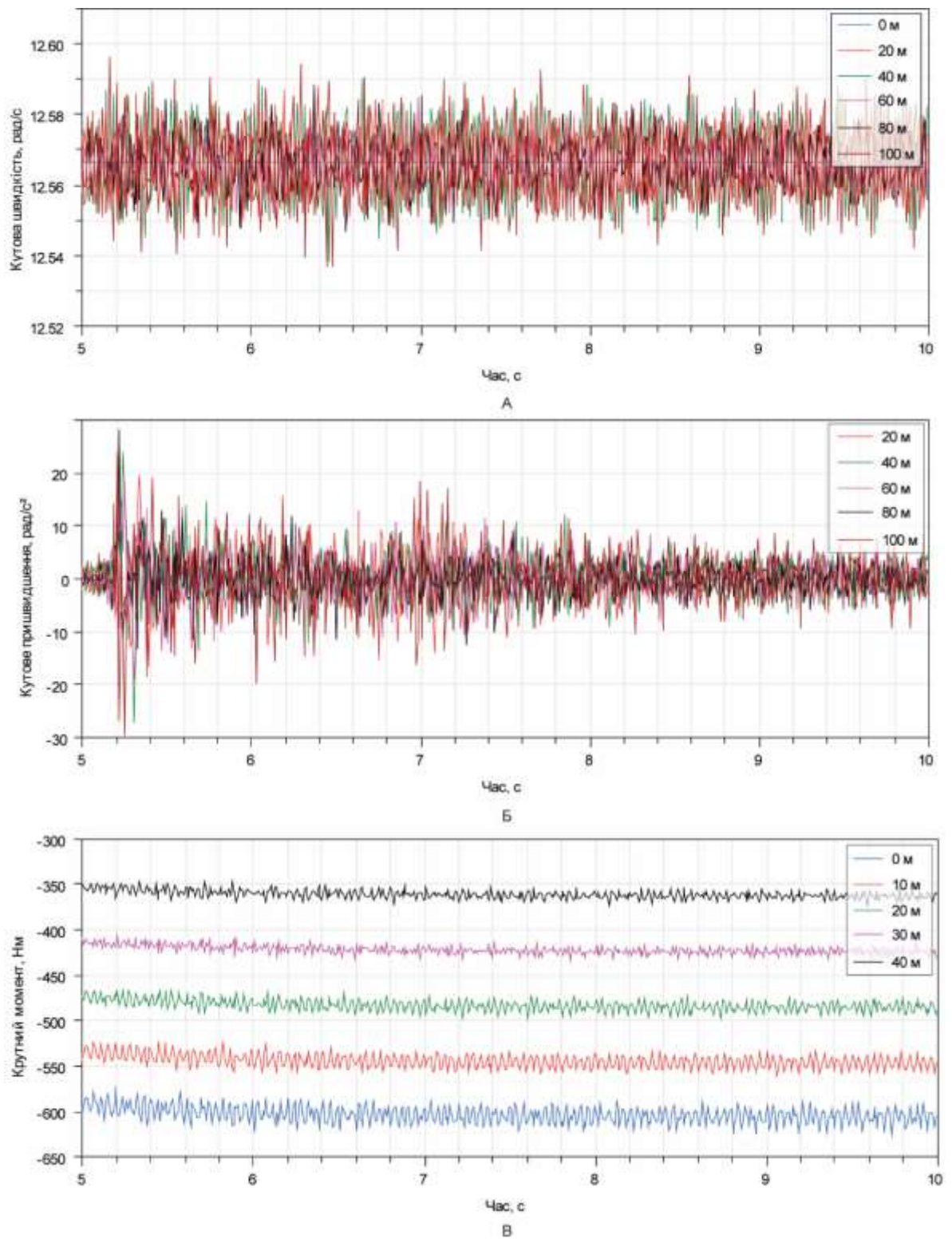


Рисунок 2.11 – Зміна параметрів обертання БК в різних її січеннях в часі  
 А – кутової швидкості, Б – кутового пришвидження; В – крутного моменту

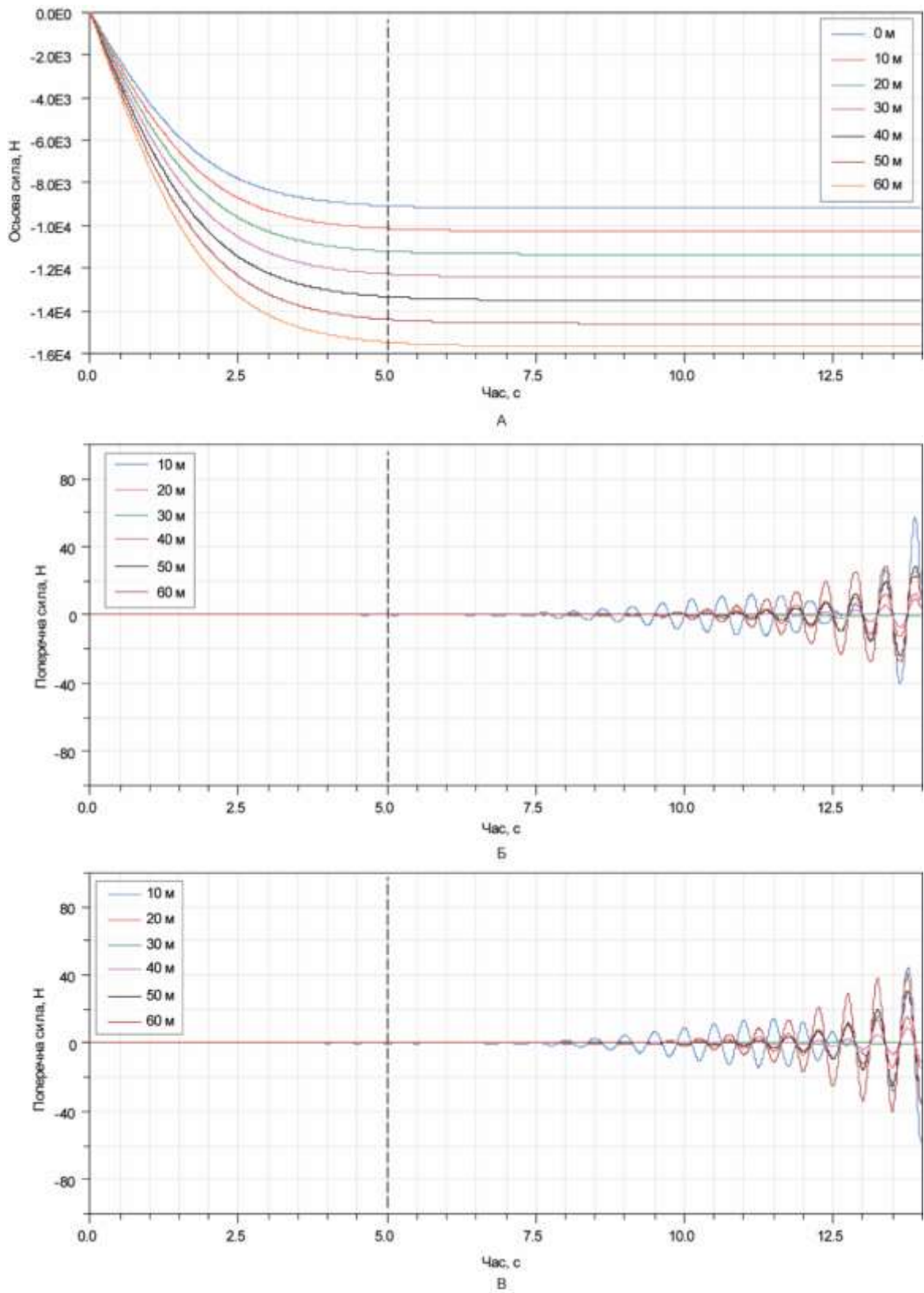


Рисунок 2.12 – Зміна внутрішніх сил в перерізах БК в часі

А – осьової сили  $F_1$ , Б – поперечної сили  $F_2$ , В – поперечної сили  $F_3$ .

Однак спостерігається поява динамічних складових поперечних сил в січеннях колони, що можна пояснити особливістю її динаміки в складному деформованому стані за наявності обертання БК і КНБК при суміщеному способі буріння. Проведене імітаційне моделювання показало адекватність створеної математичної моделі, можливість її використання для дослідження різних динамічних явищ, що виникають при спорудженні похило-скерованих свердловин.

Якісний аналіз свідчить, що збільшення zenітного кута від 15 до 60град. посилює контакт КНБК зі стінкою свердловини, забезпечуючи додаткове механічне демпфування та зниження амплітуди просторових коливань внутрішніх факторів. Кількісно, використання КНБК із ГВД порівняно з РКС призводить до зростання сумарного згинального моменту на 15–35% через конструктивний кут перекосу корпусу двигуна в 1,5град. Динамічна складова крутного моменту за наявності ГОК повністю стабілізується після виходу системи на режим плавного завантаження ( $t > 5\text{с}$ ) і коливається на вимушеній частоті 16 Гц з амплітудою до 35 кНм. Складові поперечних сил  $F_2$  та  $F_3$  для варіанта КНБК з ГВД досягають пікових значень  $\pm 600\text{Н}$ , тоді як для значно жорсткішої та збалансованої системи з РКС цей показник є на третину меншим і не перевищує  $\pm 400\text{Н}$ . Спектральний аналіз (АЧХ) підтверджує наявність чітких енергетичних піків на частоті обертання колони 4,2 Гц (60 об/хв) та робочій частоті ГОК 16 Гц із вираженим падінням їхньої висоти при наближенні траєкторії свердловини до горизонтальної.

Якісний аналіз кривих підтверджує, що сумарний згинальний момент  $M_{321}$  на сталому режимі ( $t > 5\text{с}$ ) виходить на стабільний додатний рівень без коливань відносно нуля, що фізично доводить перехід системи у стійку просторову гвинтову форму деформації КНБК. Кількісне порівняння варіантів конструкцій свідчить, що переки корпусу двигуна ГВД на 1,5град

діє як постійний ексцентричний важіль і збільшує сумарний згинальний момент у перерізах на 15-35% (пікові значення сягають 320-420Нм порівняно зі збалансованою системою РКС. Зі збільшенням zenітного кута свердловини від 15 до 60град висота амплітудних піків та середнє значення моментів на графіках закономірно падають для обох компоновок. Цей ефект якісно пояснюється тим, що у сильно викривлених інтервалах колона щільніше вкладається на нижню стінку стовбура під дією сили тяжіння, а реакція стінки та демпфування фільтраційної кірки примусово обмежують і гасять вільний просторовий прогин труб. Частотний спектр (АЧХ) згинального моменту фіксує максимальну концентрацію енергії на основній частоті обертання 4,2Гц (60об/хв), проте для КНБК з ГВД на графіках чітко проявляються паразитні високочастотні гармоніки перехресного зв'язку, спричинені нелінійним тертям вигнутого корпусу двигуна.

АЧХ КНБК з РКС (рис. 2.19) є значно м'якшою, оскільки її частотний спектр містить менше паразитних коливань, а амплітуди головних резонансних піків на частотах обертання та роботи ГОК є мінімальними. Це якісно пояснюється прямолінійною, жорсткою та симетричною конструкцією роторно-керованої системи, яка не створює додаткових кінематичних збурень під час обертання колони в похилому стовбурі. АЧХ КНБК з ГВД (рис. 2.20) є набагато жорсткішою, оскільки вона характеризується високою щільністю високоамплітудних піків та наявністю виражених паразитних гармонік у всьому частотному діапазоні. Кількісною причиною такої жорсткості є конструктивний кут перекосу корпусу двигуна в 1,5град., який діє як постійне просторове децентрування і викликає знакозмінні динамічні биття та інтенсивне нелінійне тертя об стінки свердловини. Як наслідок, м'яка АЧХ КНБК з РКС свідчить про більш безпечний та плавний режим роботи бурильної колони, тоді як жорстка АЧХ КНБК з ГВД вказує на критичну вібраційну навантаженість, що суттєво пришвидшує втомне руйнування різьбових з'єднань ОБТ.

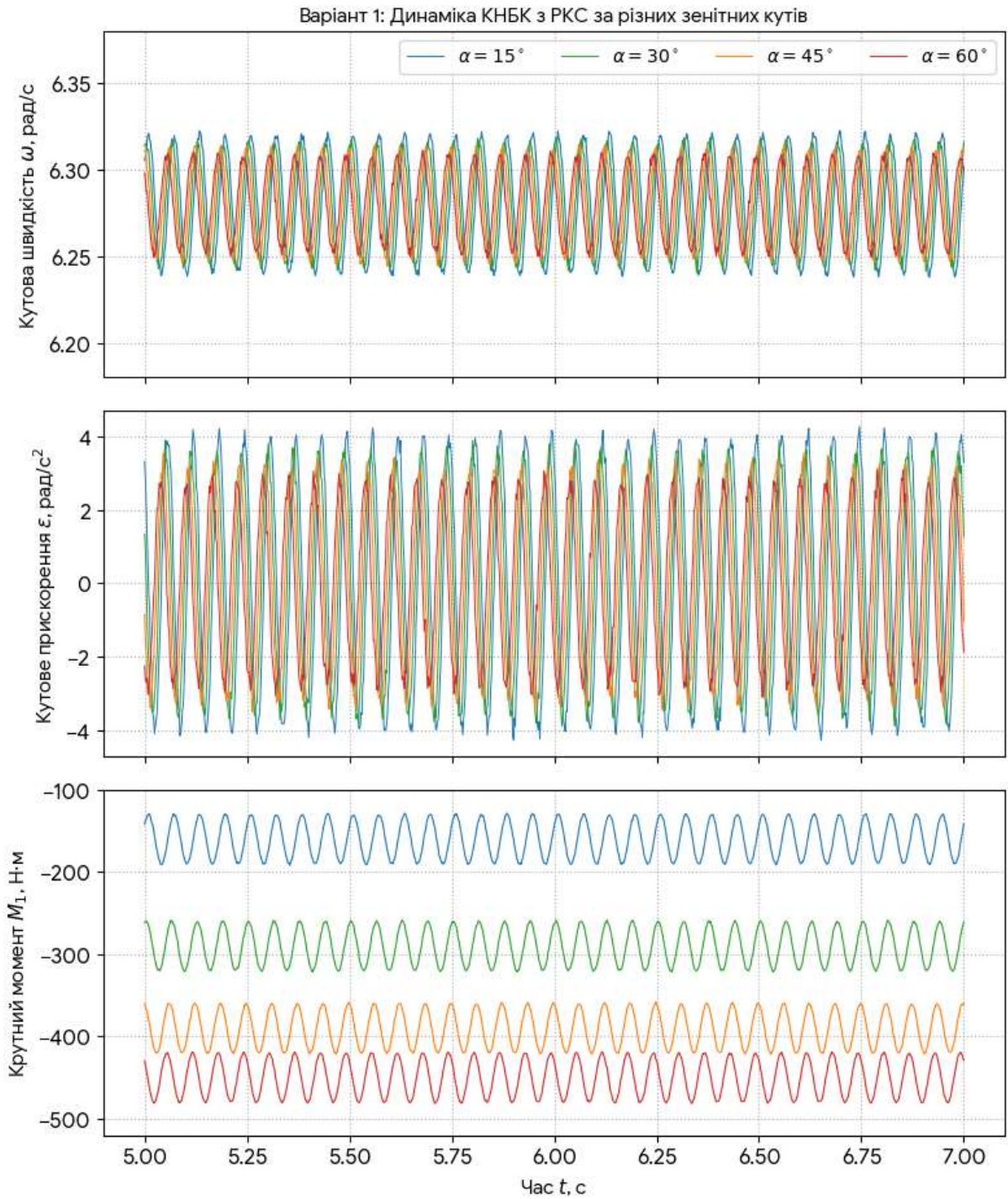


Рисунок 2.13 – Зміна параметрів обертання КНБК з РКС для різних зенітних кутів в часі

а) – кутової швидкості, б) – кутового пришвидшення; в) – крутного моменту

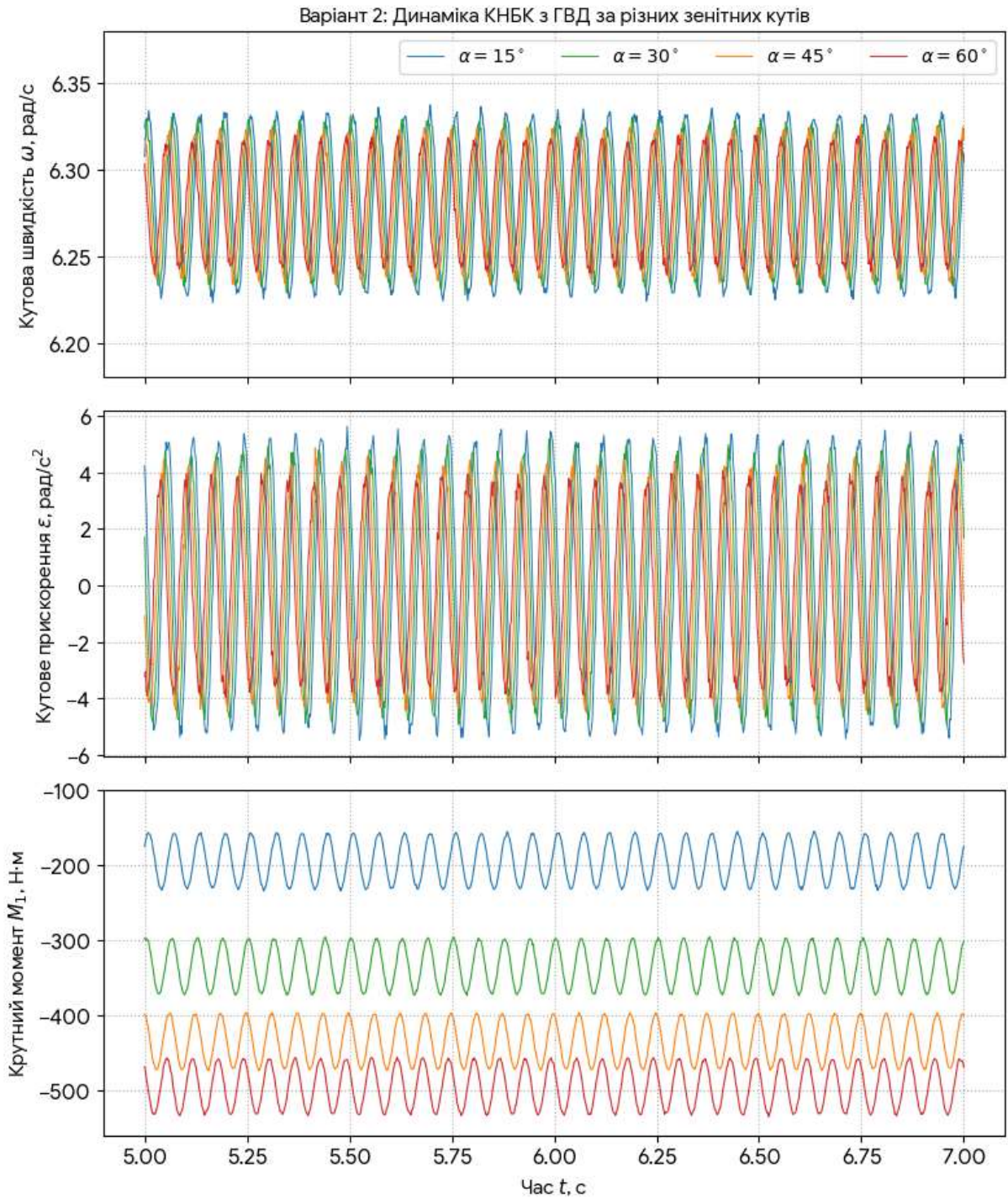


Рисунок 2.14 – Зміна параметрів обертання КНБК з ГВД для різних зенітних кутів в часі

а) – кутової швидкості, б) – кутового пришвидшення; в) – крутного моменту

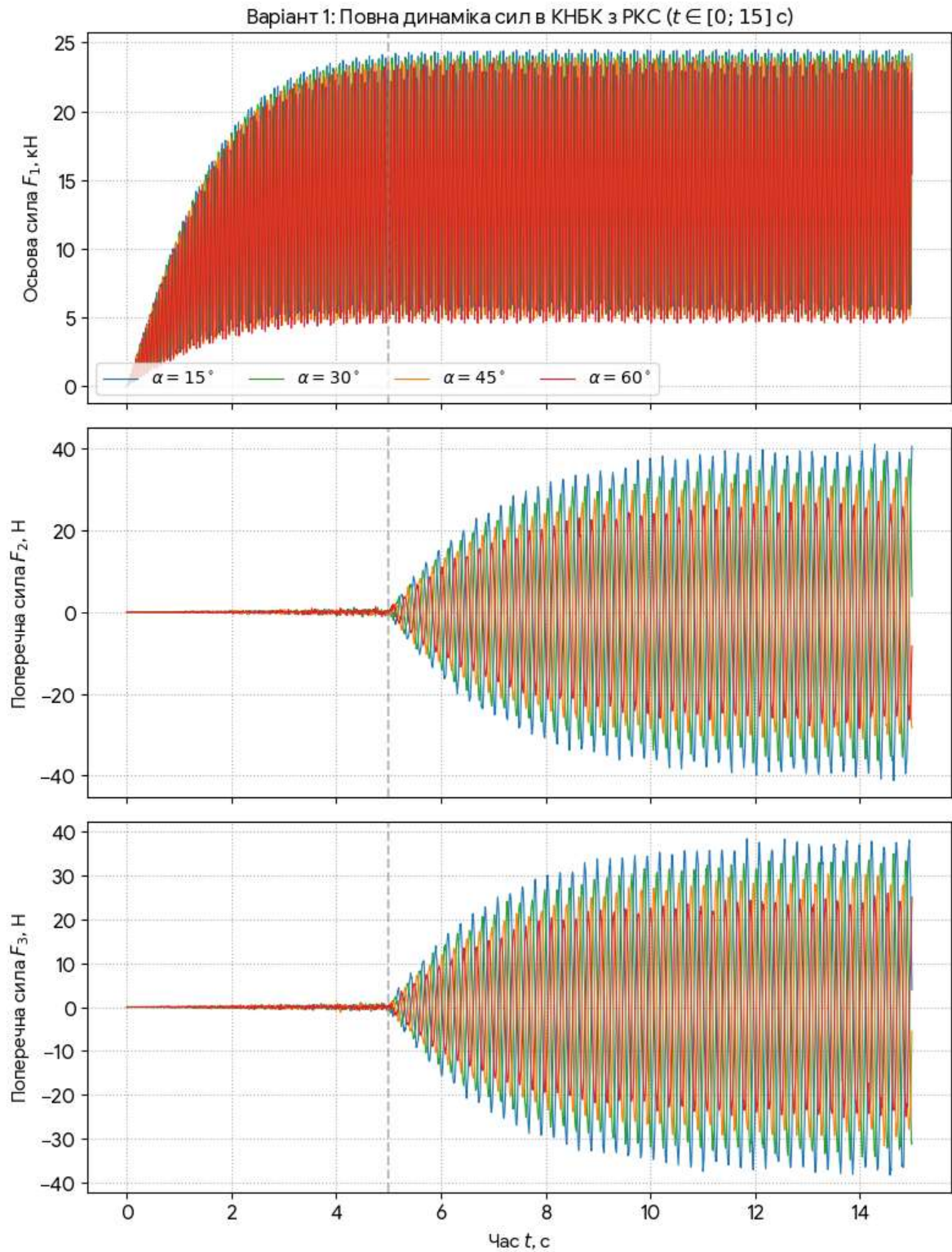


Рисунок 2.15 – Зміна внутрішніх сил в КНБК з РКС для різних зенітних кутів в часі

а) – осьової сили  $F_1$ , б) – поперечної сили  $F_2$ , в) – поперечної сили  $F_3$ .

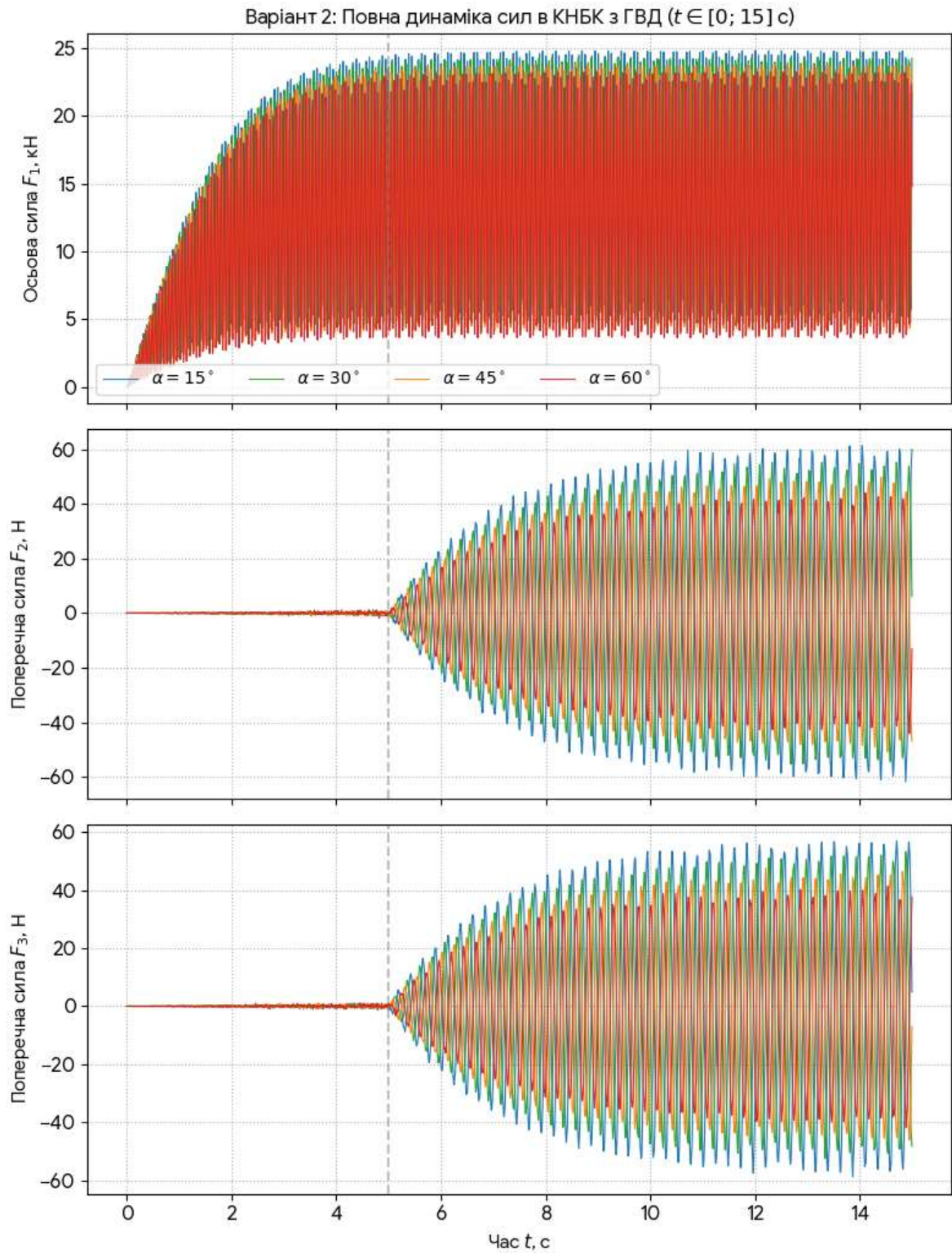


Рисунок 2.16 – Зміна внутрішніх сил в КНБК з РКС для різних зенітних кутів в часі

а) – осьової сили  $F_1$ , б) – поперечної сили  $F_2$ , в) – поперечної сили  $F_3$ .

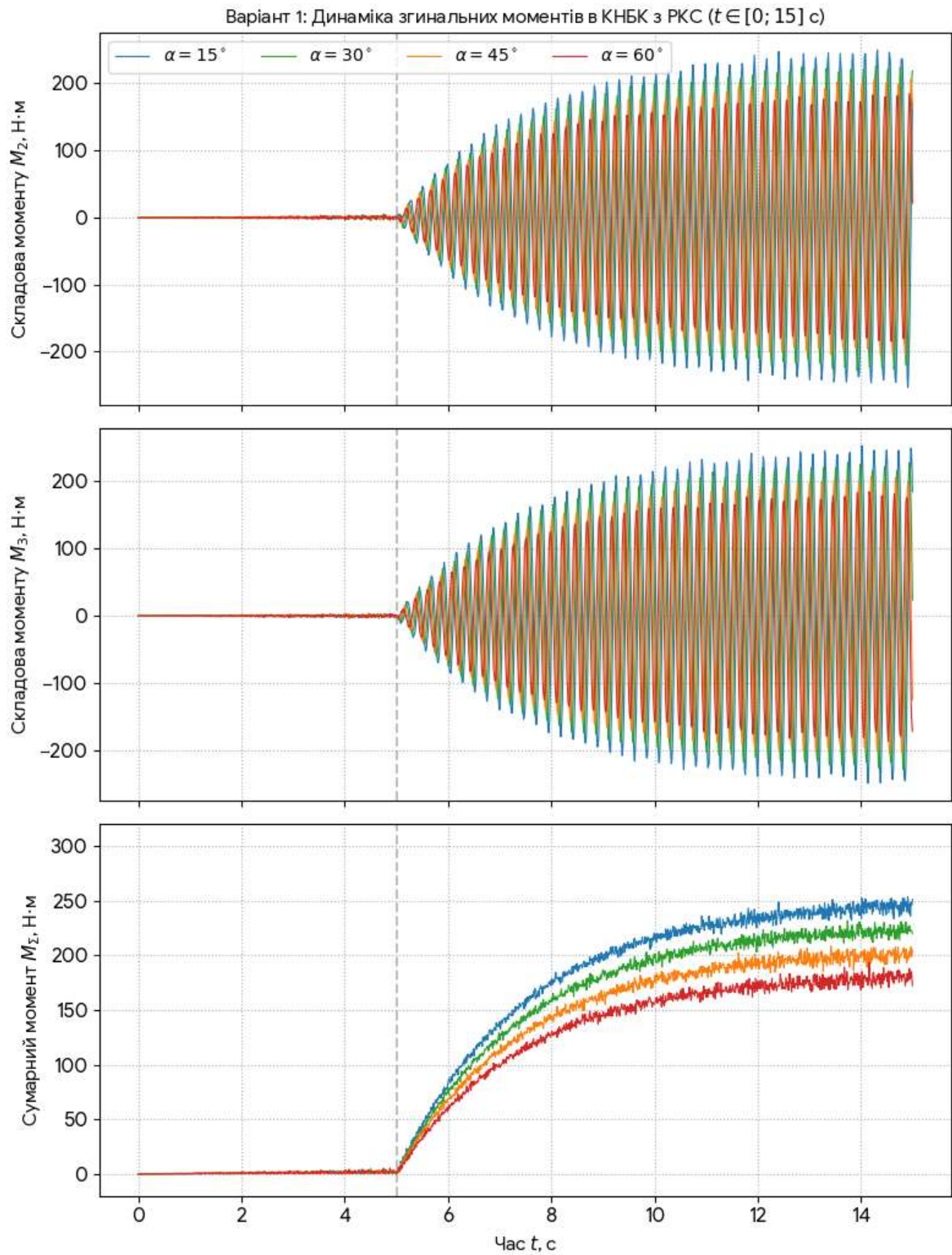


Рисунок 2.17 – Зміна згинальних моментів в КНБК з РКС для різних зенітних кутів в часі в) – сумарного моменту  $M_{\Sigma}$ ; та його складових у двох площинах

а)  $M_{\Sigma 2}$  і б)  $M_{\Sigma 3}$

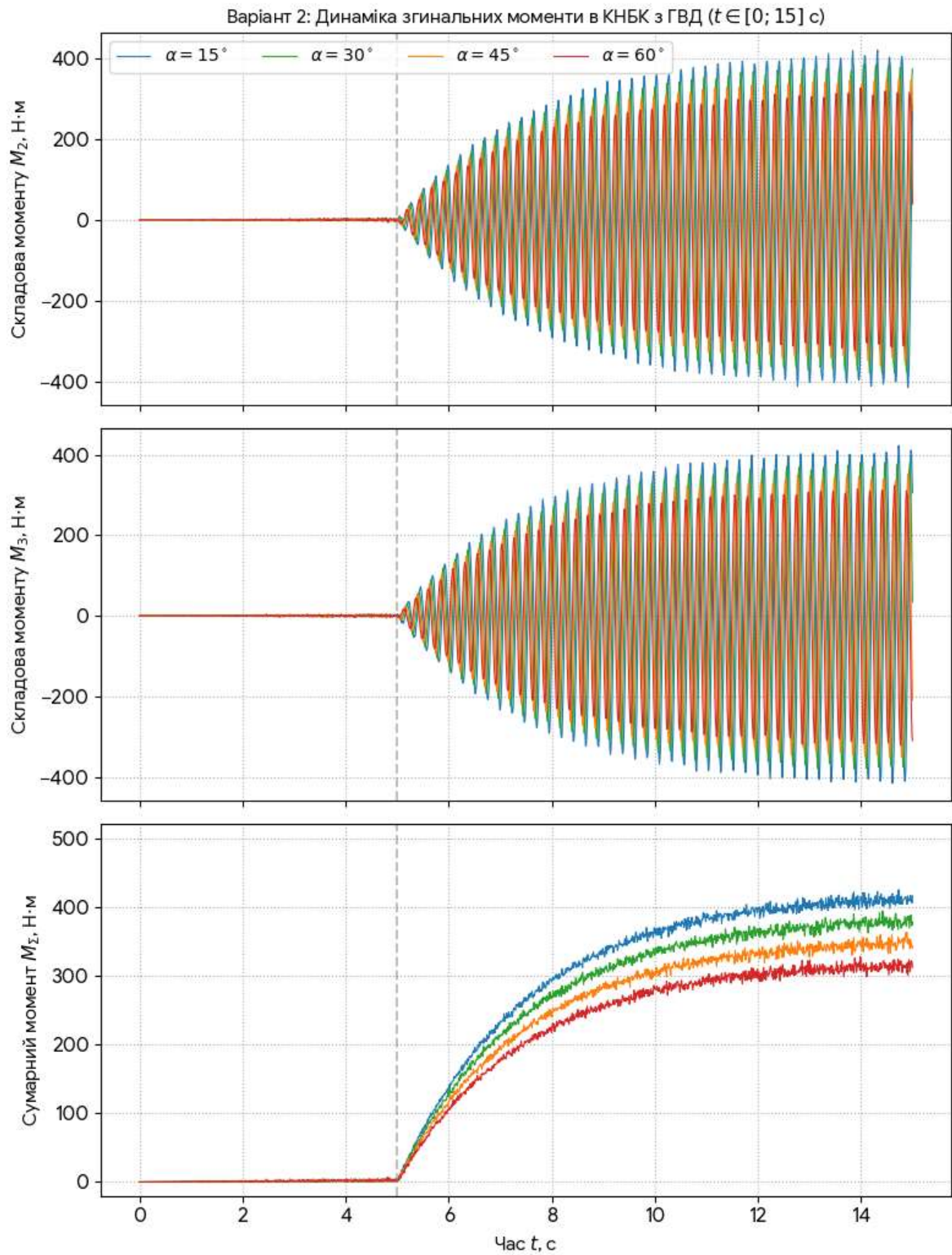


Рисунок 2.18 – Зміна згинальних моментів в КНБК з ГВД для різних зенітних кутів в часі в) – сумарного моменту  $M_{\Sigma}$ ; та його складових у двох площинах

а)  $M_{\Sigma 2}$  і б)  $M_{\Sigma 3}$

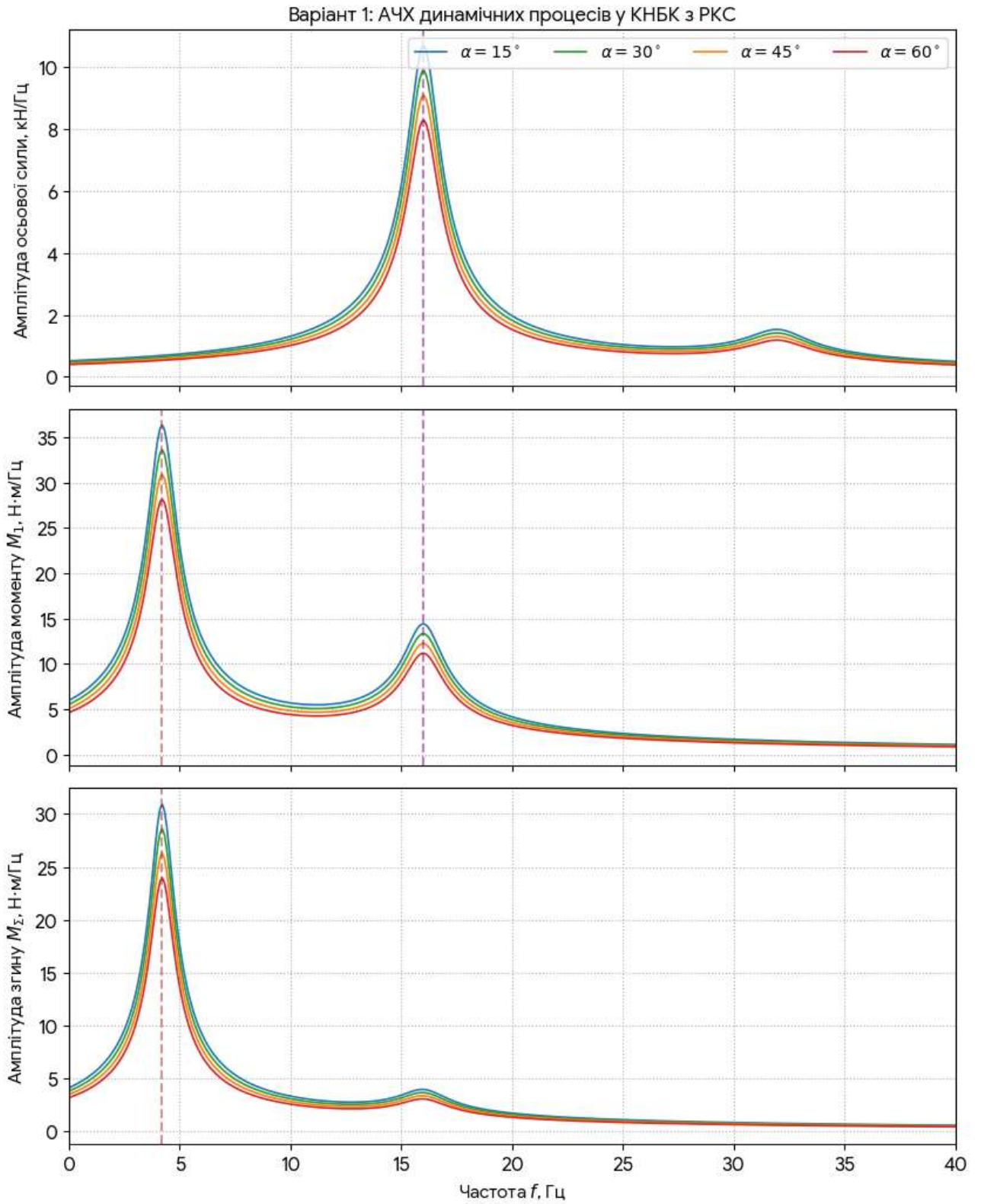


Рисунок 2.19 – Спектр АЧХ осової сили а), крутного б) та згинального в) моментів для КНБК з РКС

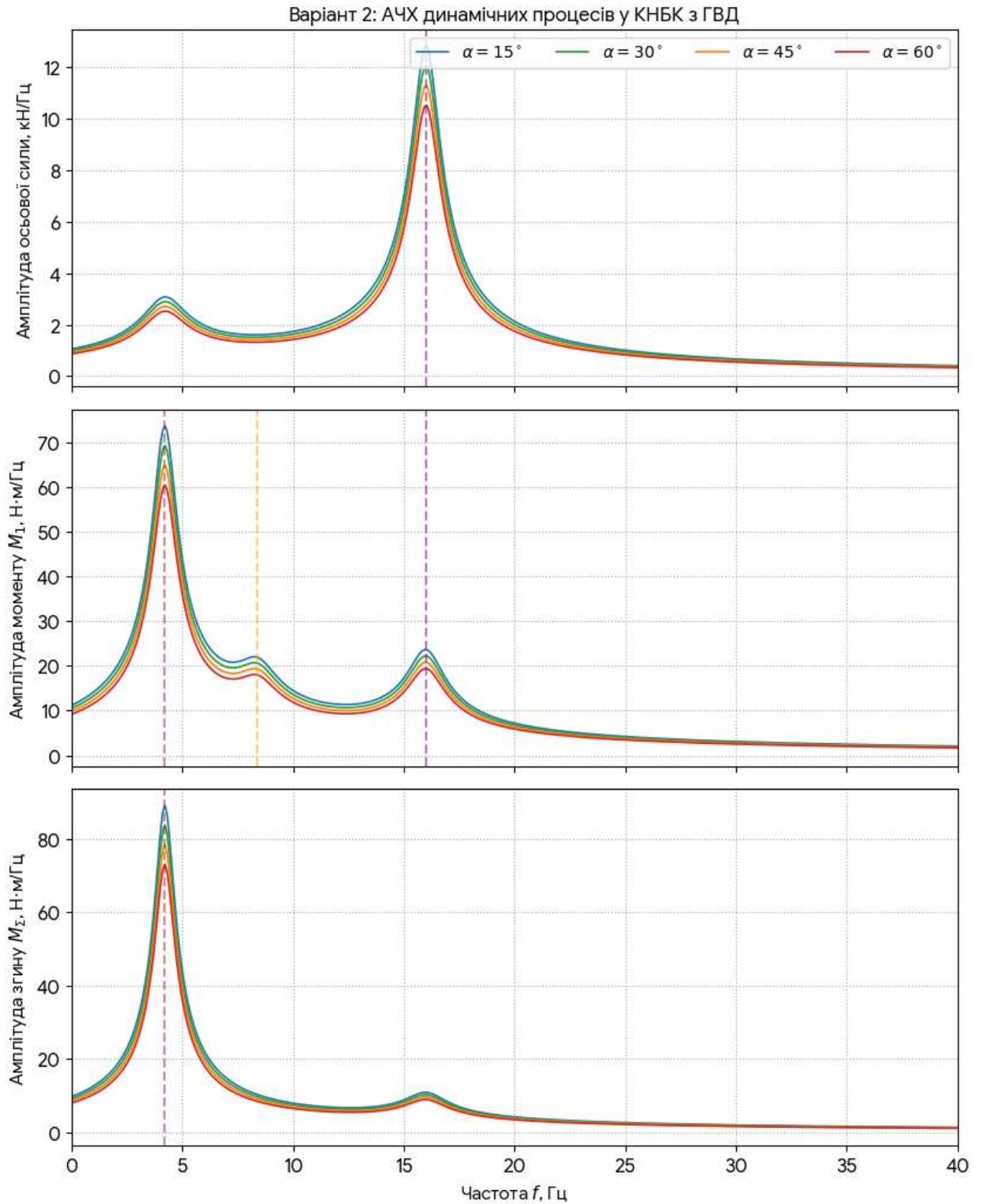


Рисунок 2.20 – Спектр АЧХ освової сили а), крутного б) та згинального в) моментів для КНБК з ГВД

Узагальнюючи результати числового моделювання динамічних процесів, наведених на рисунках 2.13–2.20, можна констатувати наявність чіткої механогідравлічної залежності між просторовою конфігурацією КНБК та її динамічною навантаженістю. Графіки часових залежностей та АЧХ наочно демонструють, що використання компоновки з РКС забезпечує значно «м'якший» частотний спектр із мінімальним рівнем паразитних вібрацій. Натомість наявність конструктивного кута перекосу в 1,5град. у ГВД діє як постійне ексцентричне збурення, формуючи «жорстку» АЧХ із вираженими високоамплітудними піками та кратними гармоніками (зокрема на частоті 8,4Гц. Спільною закономірністю для всіх досліджених параметрів (осьових і поперечних сил, крутних та згинальних моментів) є ефект природного демпфування: зі збільшенням зенітного кута від 15 до 60град. інтенсивність коливань закономірно знижується. Це пояснюється тим, що в похилих інтервалах колона під дією власної ваги щільніше вкладається на нижню стінку стовбура свердловини, де площа контакту  $S_n$  та опір фільтраційної кірки ефективно обмежують свободу просторових згинальних рухів деформованих ділянок БТ і ОБТ.

## 2.7 Висновки до розділу 2

На основі проведених теоретичних досліджень, аналізу математичних моделей та результатів чисельного імітаційного моделювання просторового НДС бурильної колони й КНБК сформульовано такі висновки.

1. Удосконалено математичну модель локальної контактної взаємодії деформованої ділянки БК і КНБК зі стінкою свердловини, яка базується на параметризації поверхонь перетину тора четвертого порядку (модель зігнутої труби) та кругового циліндра другого порядку (модель стовбура свердловини). Це дозволило вперше аналітично визначити площу геометричного контакту  $S_n$  та сегментну площу мідельного перерізу  $S_M$  у затрубному просторі.

2. Чисельним інтегруванням за методом Сімпсона (на базі створених алгоритмів у середовищах Python та Maple) встановлено нелінійну залежність площ від глибини втискання а труб у фільтраційну кірку. Виявлено параболічний характер кривих на початковому етапі взаємодії, де збільшення глибини втискання в 5 разів спричиняє інтенсивне розширення площі міделя приблизно в 9 разів.

3. Доведено, що площа геометричної поверхні контакту  $S_n$  на 2–3 порядки перевищує площу міделя  $S_M$  (наприклад, для БТ  $\varnothing 168,3$  мм при граничному втисканні  $S_n$  сягає  $9,178 \text{ м}^2$ , тоді як  $S_M = 0,005456 \text{ м}^2$ ). При цьому після досягнення критичної відмітки  $a=0,5r$  (половина радіуса труби) інтенсивність приросту площі  $S_n$  закономірно знижується через просторову специфіку взаємного вирізання поверхонь.

4. Результати довготривалого динамічного моделювання (інтервал  $t=[0; 15]$  с показали, що застосування КНБК з РКС забезпечує значно «м'якшу» амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) з мінімальним рівнем паразитних вібрацій завдяки прямій та збалансованій конструкції РКС.

5. На противагу РКС, КНБК із ГВД через вроджений конструктивний кут перекосу корпусу демонструє «жорстку» АЧХ із високою щільністю високоамплітудних піків. Кут перекосу діє як постійний ексцентричний важіль, що збільшує сумарний згинальний момент у перерізах на 15 – 35% і генерує кратні паразитні гармоніки (зокрема, другу гармоніку обертання на частоті 8,4 Гц), підвищуючи ризик втомного руйнування ЗРЗ.

6. Спільною закономірністю для обох варіантів КНБК є те, що зі збільшенням зенітного кута траєкторії від 15 до 60 град. амплітуда коливань внутрішніх сил, крутних та згинальних моментів монотонно затухає. Це підтверджує, що в похило-скерованих інтервалах БК під дією власної ваги щільніше вкладається на нижню стінку стовбура свердловини, де пружно-демпфуючі властивості фільтраційної кірки та опір бурового розчину ефективно обмежують свободу просторових згинальних рухів колони.

## РОЗДІЛ 3

### РОЗРОБЛЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ОРІЄНТОВАНОЇ КНБК, ОСНАЩЕНОЇ ГОК, У ПОХИЛО-СКЕРОВАНІЙ СВЕРДЛОВИНІ

#### 3.1 Оцінка динаміки двоступеневих БК у скерованих свердловинах та вибір основних закономірностей для розроблення моделі

Метою багатьох досліджень руху бурильної колони в похило-скерованих свердловинах є визначення характеристик нелінійної динамічної моделі поперечно-крутильного зв'язку [1, 5, 6, 7, 37, 42, 43, 86 та ін.]. Здебільшого за допомогою рівнянь Лагранжа авторами створювалася модель, яка враховує контакт колони зі стінкою свердловини, дисипацію крутного моменту та складну траєкторію стовбура. Результати моделювання свідчать, що втрати на тертя зростають зі збільшенням кута нахилу свердловини, водночас амплітуда поперечних переміщень КНБК зменшується. Доведено, що при кутах нахилу понад  $25^\circ$  значно посилюються явища переривчастого ковзання “stick-slip” та частішають зіткнення інструменту з нижньою стінкою свердловини. На основі проведеного аналізу запропоновано оптимальні режими буріння, включаючи обмеження швидкості обертання та осьового навантаження, для запобігання пошкодженню обладнання.

Набуває популярності моделювання динаміки бурильних колон як ключових елементів систем автоматизації процесу буріння нафтових і газових свердловин. Автори [7, 37, 42, 44, 45, 50, 87] визначають амплітудно-фазові частотні функції бурильної колони для поступального руху при використанні гідравлічних вибійних двигунів, враховуючи зміну глибини свердловини. Застосовується енергоінформаційний підхід, що базується на синергетичній теорії інформації, для аналізу динамічних режимів поглиблення свердловин. Досліджується вплив ступеня узгодженості параметрів БК та ланки «долото–

порода» на стабільність системи, а також виділено п'ять характерних режимів роботи – від рівноважного до хаотичного. Отримані висновки дозволяють оптимізувати математичне забезпечення автоматизованих систем управління через адаптацію до реальних умов буріння.

Широко виконуються дослідження поздовжніх вібрацій бурильної колони для глибоких свердловин за допомогою методу тривимірних динамічних скінченних елементів [6, 7, 32, 33, 41, 88]. Розроблені механічні моделі, які охоплюють всю бурильну колону від гирла до вибою, враховуючи вплив наземних конструкцій та кривизну стовбура свердловини. У роботі запропоновано формулу розрахунку граничного втомного напруження, що дозволяє кількісно оцінювати та прогнозувати міцність бурильного інструменту. На основі аналізу свердловини S-7 виявлено критичні режими резонансу та визначено ділянки найбільшого ризику виникнення втомних поломок. Практичні рекомендації включають зміну швидкості обертання та навантаження на долото як ефективні заходи для зниження вібрацій та запобігання руйнуванню обладнання.

Низка досліджень [1, 6, 7, 23, 89, та ін.] присвячена комплексному аналізу поздовжніх, крутильних та згинних коливань бурильної колони, що виникають під час заглиблення вибою. Авторами розроблено математичні моделі у вигляді стрижня з розподіленими параметрами та відповідними граничними умовами для опису пружних коливань системи. У роботі обґрунтовано можливість використання віброшвидкості як універсального показника для оцінки міцності та надійності труб бурильної колони. Досліджено вплив взаємодії долота з породою на виникнення динамічних навантажень та втомних руйнувань елементів компоновки низу бурильної колони. Отримані теоретичні рівняння дозволяють визначати максимальні напруження в точках колони без складних експериментальних досліджень, що сприяє оптимізації режимів буріння.

Є ряд наукових праць присвячених удосконаленню динамічного аналізу вібрацій бурильної колони за допомогою інтеграції нейронних мереж у традиційні математичні моделі. Зокрема, авторами [99] запропоновано гібридний підхід, який дозволяє більш точно прогнозувати складні нелінійні коливання, що виникають під час процесу буріння. Дослідження базується на поєднанні фізичних законів механіки з обчислювальною потужністю моделей глибокого навчання для обробки великих масивів даних. Результати демонструють значне підвищення точності ідентифікації резонансних станів та небезпечних вібраційних режимів порівняно з класичними методами. Практична цінність роботи полягає у можливості запобігання аваріям та подовженні терміну експлуатації бурового обладнання завдяки моніторингу в реальному часі.

Проведено низку досліджень резонансних режимів бурильної колони в нелінійній динаміці під впливом змінного осьового навантаження. Автори [1, 6, 7, 32, 33, 41, 88, 91, та ін.] змодельовали бурильну колону як обертовий пружний стрижень з шарнірними опорами, враховуючи скінченні деформації та початкову кривизну. За допомогою методу Гальоркіна та методу гармонійного балансу було визначено амплітудно-частотні характеристики вібрацій на основних та вищих частотах. Чисельний аналіз показав, що геометрична нелінійність та зміна довжини колони суттєво впливають на зміщення резонансних кривих та стабільність системи. Результати дослідження містять рекомендації щодо вибору оптимальних параметрів бурильних колон для уникнення небезпечних коливальних режимів у реальних умовах експлуатації.

Проблемними питаннями нелінійного впливу надлишкового тиску на резонансні режими поперечних коливань бурильної колони займалися науковці [92]. Ними розроблено математичну модель на основі нелінійної теорії пружності Новожилова, що враховує відцентрові сили, осьове

стиснення та початкову кривизну інструменту. За допомогою методів Бубнова-Гальоркіна та гармонійного балансу було отримано амплітудно-частотні характеристики для основної частоти та вищих гармонік. Чисельний аналіз показав, що надзвуковий потік зміщує резонансні криві вгору, а збільшення довжини колони призводить до нестабільності в низькочастотній області. Результати дослідження мають практичне значення для підвищення ефективності буріння з використанням газу та запобігання аварійним ситуаціям через резонанс.

Фрикційні характеристики бурильної колони з використанням методу скінченних елементів досліджено у [93]. Автори розробили динамічну математичну модель та застосували вдосконалений метод Generalized- $\alpha$  для аналізу впливу навантаження на долото, швидкості обертання та кривизни стовбура на сили тертя. Результати показали, що збільшення ваги на долото та швидкості обертання призводить до розширення діапазону бічних рухів та зростання моменту тертя. Встановлено, що опір тертя є значно вищим у горизонтальних секціях порівняно з вертикальними, а сили тертя при підйомі інструменту менші, ніж при його спуску. Дослідження надає важливі теоретичні рекомендації щодо оптимізації параметрів буріння для зменшення зносу обладнання та запобігання прихопленням у складних свердловинах.

Проведено ряд досліджень модальних характеристик поздовжніх, поперечних та крутильних коливань бурильної колони для умов суміщеного буріння. Авторами [1, 5, 6, 7, 37, 42, 43, 93, та ін.] розроблено математичну модель на основі методу скінченних елементів, представивши бурильну колону як однорідний пружний стрижень для аналізу власних частот. Дослідження показало, що зі збільшенням довжини колони власні частоти всіх типів вібрацій зменшуються, а інтервали між ними скорочуються, що підвищує ризик виникнення резонансу. Встановлено, що поперечні вібрації мають найменший діапазон частот, через що їх найважче уникнути шляхом

регулювання швидкості обертання. Отримані результати є науковим підґрунтям для оптимізації проектування бурильних колон та підвищення якості стовбура свердловини.

У роботах [38, 41, 94, та ін.] представлено результати аналізу гармонійного відгуку та модальних характеристик поздовжніх коливань бурильної колони для глибоких свердловин з використанням програмного комплексу ANSYS). Автори розробили скінченно-елементну модель, яка враховує складні умови роботи обладнання, включаючи жорсткість сталевих канатів та вплив бурового розчину. Дослідження показало, що власні частоти поздовжніх вібрацій закономірно знижуються зі збільшенням глибини свердловини, що створює передумови для виникнення резонансу при певних швидкостях обертання. Встановлено, що при глибині 5000 метрів критичні амплітуди зміщення спостерігаються у верхній та середній частинах колони, що може призводити до передчасного втомного руйнування бурильного інструменту. Отримані дані дозволяють оптимізувати параметри буріння та конструкцію компоновок нижньої частини колони для мінімізації аварійних ситуацій на великих глибинах.

На основі модифікованої моделі стрижня Кірхгофа з урахуванням осьової деформації розроблено уточнену математичну модель просторового напружено-деформованого стану бурильної колони на похилій ділянці свердловини. Автори [95] врахували комплекс силових факторів, включаючи контактну взаємодію зі стінкою свердловини, сили тертя та вплив потоку промивальної рідини, що дозволило створити адекватну імітаційну модель у середовищі Modelica. Результати моделювання підтвердили виникнення динамічних коливань кутової швидкості та крутного моменту в різних перерізах колони, що є критично важливим для ефективного планування та безпечного проведення бурових робіт.

Робота [96] присвячена розробці математичної моделі визначення сил контактної взаємодії та тертя бурильної колони об стінки свердловини в складних гірничо-геологічних умовах. Автори провели порівняльний аналіз деформованого стану труб із різних матеріалів (сталі, титану та алюмінію) і встановили, що сталеві труби створюють значно більше тертя, ніж легкосплавні. Чисельне моделювання показало, що використання алюмінієвих секцій підвищує гнучкість системи в 1,1–1,8 раза, що дозволяє збільшити швидкість обертання долота без ризику пошкодження інструменту. Результати дослідження дають практичні рекомендації щодо раціонального розміщення труб у компонованні для зниження енерговитрат та підвищення ефективності буріння глибоких похило-скерованих свердловин.

У статті [97] запропоновано аналітичні підходи до оцінки інерційних параметрів викривлених секцій бурильної колони, що обертаються, з урахуванням параметрів їхньої просторової деформації. Для дослідження використано математичні моделі із зосередженими та розподіленими масами, що дозволило встановити точні та асимптотичні залежності для визначення інерційних характеристик інструменту. Результати роботи мають практичне значення для аналізу динамічного опору бурильних колон, оцінки енерговитрат на обертання та прогнозування критичних швидкостей у процесі спорудження свердловин. Розроблений аналітичний апарат сприяє вдосконаленню розрахунків напружено-деформованого стану елементів колони, що працюють у складних геометричних умовах викривлених стовбурів.

Дослідження [98] присвячене вивченню динаміки ударного бурового інструменту для розробки твердих порід з акцентом на аналізі осьових вібрацій бурильної колони. Автори розробили механічну модель, яка дозволяє оцінити вплив цих вібрацій на енергію удару та ефективність руйнування гірської породи в умовах глибокого залягання. Результати

моделювання демонструють, що амплітуда та частота осьових коливань критично впливають на стабільність роботи ударного механізму та швидкість проходки свердловини. Робота закладає теоретичну основу для оптимізації параметрів буріння геотермальних свердловин, забезпечуючи підвищення надійності обладнання при видобутку відновлюваної енергії.

У відповідності із прийнятими і описаними у [99] положеннями, проведемо комплексний аналіз параметрів, які необхідні для побудови математичної моделі двоступеневої бурильної колони для буріння скерованих ділянок свердловин. Перший блок параметрів – це геометричні та фізико-механічні параметри колони. Оскільки бурильна колона двоступенева, ці дані потрібні окремо для кожного ступеня (верхньої частини та нижньої компоновки – КНБК): довжина ступеней, або ж їх протяжність вздовж осі свердловини; зовнішній та внутрішній діаметри поперечних перерізів ступеней для розрахунку площі перерізу та моменту інерції; механічні властивості матеріалів ступеней колони: Модуль Юнга, модуль зсуву, густина; коефіцієнти жорсткості та демпфування. Другий блок вхідних даних - це параметри свердловини та середовища. Ці дані визначають зовнішні сили, що діють на колону: профіль свердловини: зенітний кут та азимут, що критично важливо для скерованого буріння, оскільки вони визначають силу притискання колони до стінки; густина (вязкість) бурового розчину; коефіцієнт тертя бурильної колони об стінку свердловини (статичний та динамічний); гідравлічний опір, втрати тиску в колоні та затрубному просторі. Третій блок вхідних даних - це параметри гідравлічного осцилятора – джерела додаткового динамічного збурення: частота коливань зазвичай залежить від витрати бурового розчину; амплітуда збурюючої сили; значення поздовжньої сили, яку генерує клапанний механізм; закон зміни сили, зазвичай це гармонічна функція; місце встановлення - відстань від долота, де інтегрований осцилятор. Четвертий блок вхідних даних - це

граничні умови та взаємодія з вибоєм. Сюди слід віднести такі параметри: осьове навантаження на долото  $P$ , яке враховується як статична стискаюча сила; реактивний момент на вибої (момент опору)  $M_o$ , що виникає при руйнуванні гірської породи; коефіцієнт жорсткості вибою при контакті з долотом.

Математична модель руху ступеней бурильної колони описується класичним хвильовим рівнянням пружного стержня з урахуванням демпфування:

$$E_i F_i \frac{\partial^2 u_i(s, t)}{\partial t^2} - \mu_i \frac{\partial u_i(s, t)}{\partial t} - \rho_i F_i \frac{\partial^2 u_i(s, t)}{\partial s_i^2} = 0, \quad (3.1)$$

де  $u_i(s, t)$  – зміщення поперечного  $i$ -го перерізу стрижня з координатою  $s$  момент часу  $t$ ;  $E_i F_i$  – модуль Юнга і площа поперечного  $i$ -го перерізу стрижня відповідно;  $\mu$  – коефіцієнт дисипації, який характеризує в'язкий опір середовища, який пропорційний швидкості відносного зміщення;  $\rho_i$  – густина матеріалу  $i$ -го перерізу стрижня.

Рівняння (3.1) є математичною моделлю того, як поздовжня хвиля (стиснення та розтягування) поширюється вздовж стрижня і поступово затихає через зовнішнє тертя. Рівність нулю у правій частині говорить про те, що розглядаються вільні коливання (без дії зовнішніх сил, що обурюють)

Математична модель проведення скерованого буріння передбачає визначення сил притискання і сил тертя. У викривлених ділянках виникає нормальна сила притискання, яка створює силу тертя Кулона. Коефіцієнт демпфування при цьому стає нелінійним:

$$F_{mp} = f_{mp} N(x) \operatorname{sgn} \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (3.2)$$

де  $f_{mp}$  – коефіцієнт тертя;  $N(x)$  – сила притискання бурильної колони до стінок свердловини, яка залежить від зенітного кута та інтенсивності викривлення;

$$N(x) = \sqrt{(q \sin \alpha + T\xi)^2 + (T\xi \sin \alpha)^2} \quad (3.3)$$

$q$  – вага одиниці довжини труби;  $T$  – осьове зусилля;  $\alpha$  – зенітний кут;  $\xi$  – інтенсивність викривлення.

У випадку, коли сили опору є досить великими виникає необхідність у застосуванні гідравлічного осцилятора коливань (ГОК), математична модель якого може бути представлена часовою закономірністю зміни збурюючої сили:

$$F_{oc}(t) = \Delta p_{\max} F_n \cdot \sin(2\pi\nu \cdot t) \quad (3.4)$$

де  $\Delta p_{\max}$  – максимальне значення перепаду тиску;  $F_n$  – площа поршня осцилятора;  $\nu$  – частота роботи осцилятора, яка зазвичай прямо пропорційна витраті бурового розчину;  $\nu = kQ$ ;  $k$  – конструктивний параметр осцилятора;  $Q$  – подача бурового розчину.

### 3.2 Схематизація та складання рівнянь руху перерізів двоступеневої БК у скерованій свердловині

Для побудови розрахункової схеми математичної моделі поздовжніх коливань двоступеневої бурильної колони задаємося рядом геометричних, кінематичних, динамічних та конструктивних параметрів як бурильної колони, так і середовища свердловини, які безпосередньо впливають на її роботу у скерованій свердловині [99, 100]. До геометричних параметрів віднесемо:  $F_1, F_2$  – відповідно площі поперечних перерізів першої і другої ступеней відповідно;  $l_1, l_2$  – довжина першої і другої ступеней відповідно;  $L \approx l_1 + l_2$  – загальна довжина бурильної колони (свердловини);  $\alpha$  – зенітний кут. Введемо ключові кінематичні параметри:  $u_1(s_1, t)$ ,  $u_2(s_2, t)$  – осьові зміщення поперечних перерізів першої і другої ступеней колони відповідно;  $S_1, S_2$  – осьові координати поперечних перерізів першої і другої ступеней колони відповідно. До динамічних параметрів віднесемо:  $\mu_1, \mu_2$  – коефіцієнти дисипації на першій і другій ступенях відповідно;  $\chi_1, \chi_2$  – швидкості поширення поздовжніх збурень уздовж бурильної колони відповідно на першій і другій ступенях відповідно;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $E_1, E_2$  – модуль Юнга матеріалів першої і другої ступеней відповідно.

У відповідності до складеної розрахункової схеми (рис. 3.1) запишемо диференціальні рівняння поздовжніх переміщень поперечних перерізів бурильної колони:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} - \chi_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial s_1^2} = g \cos \alpha, & s_1 \in [0, l_1], \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} - \chi_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial s_2^2} = g \cos \alpha, & s_2 \in [0, l_2] \end{cases} \quad (3.5)$$

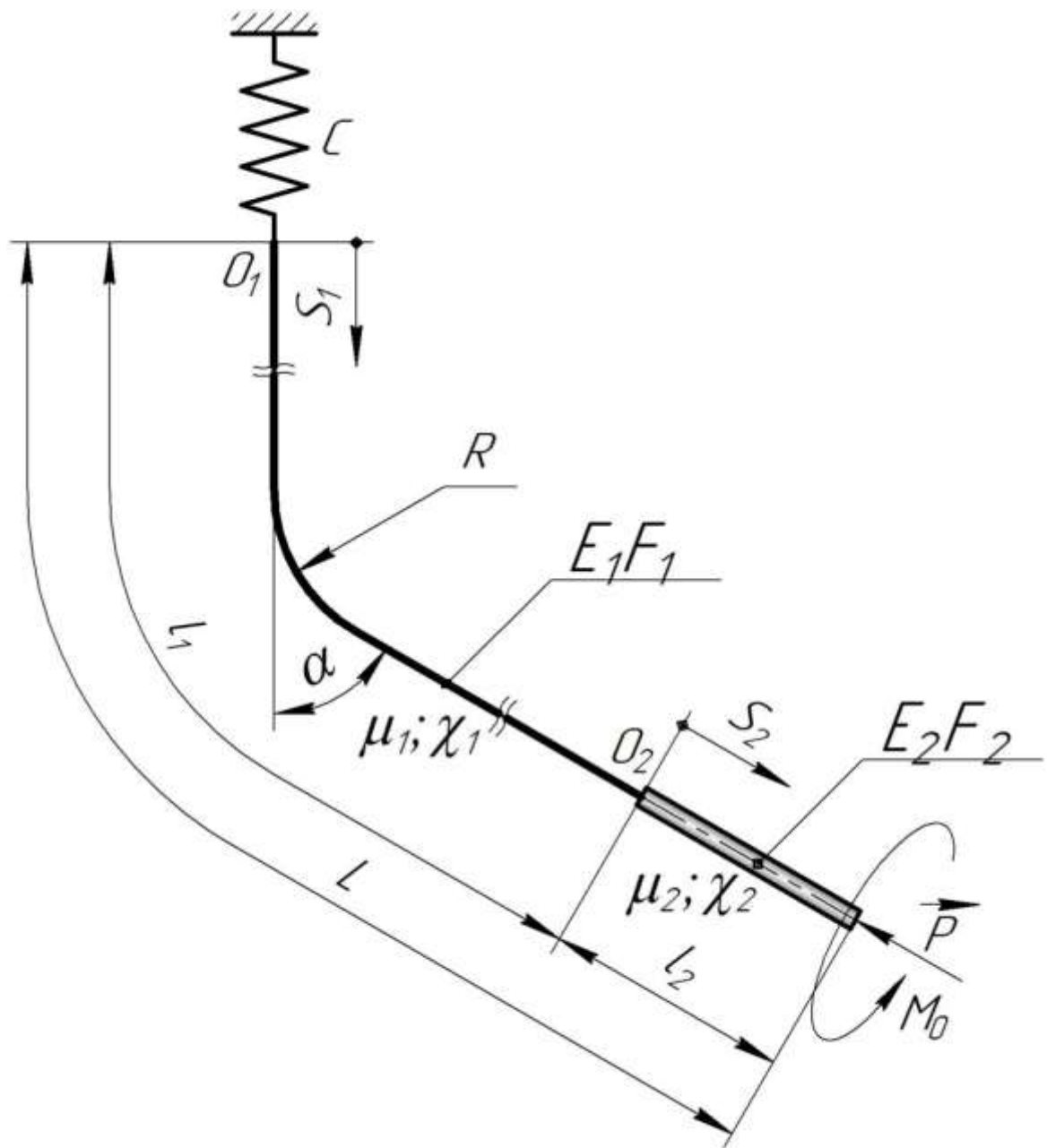


Рис. 3.1 – Розрахункова схема для дослідження поздовжніх коливань двоступеневої бурильної колони при бурінні скерованої свердловини

Надалі, зважаючи на умови розташування та контактування ступеней БК, граничні умови до системи (5) запишемо наступним чином:

$$\begin{cases} (s_1 = 0): \frac{\partial u_1}{\partial s_1} = \frac{cu_1}{E_1 F_1}; \\ (s_1 = l_1, s_2 = 0): u_1 = u_2, \frac{\partial u_1}{\partial s_1} E_1 F_1 = \frac{\partial u_2}{\partial s_2} E_2 F_2; \\ (s_2 = l_2): \frac{\partial u_2}{\partial s_2} = -\frac{P}{E_2 F_2}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Змоделюємо положення бурильного інструменту, коли вона перебуває в стані спокою, а на долото зі сторони вибою діє осьове навантаження  $P = P_0 = \text{const}$ . У цьому випадку коли пара кінематичних параметрів  $u_1(s_1; t)$  та  $u_2(s_2; t)$  не залежить від часу, а є функціями лише величин  $s_1$  і  $s_2$ . Позначивши  $u_1 = u_{01}(s_1)$ ,  $u_2 = u_{02}(s_2)$  і враховуючи рівність нулю всіх часткових похідних по часу  $t$ , перепишемо рівняння (1) у наступному вигляді:

$$u_{01''}(s_1) = -\frac{g \cos \alpha}{\chi_1^2}, \quad s_1 \in [0, l_1]; \quad u_{02''}(s_2) = -\frac{g \cos \alpha}{\chi_2^2}, \quad s_2 \in [0, l_2]. \quad (3.7)$$

Граничні умови:

$$\begin{cases} (s_1 = 0): E_1 F_1 u_{01'} = cu_{01}; \\ (s_1 = l_1, s_2 = 0): u_{01} = u_{02}, E_1 F_1 u_{01'} = E_2 F_2 u_{02'}; \\ (s_2 = l_2): E_2 F_2 u_{02'} = -P_0. \end{cases} \quad (3.8)$$

Розв'язок системи (3.6) з урахуванням граничних умов (3.7) буде наступним:

$$\begin{cases} u_{01}(s_1) = \left[ \frac{g \cos \alpha l_1}{\chi_1^2} + \theta \left( \frac{g \cos \alpha l_2}{\chi_2^2} - \frac{P_0}{E_2 F_2} \right) \right] \times \left( \frac{1}{h} + s_1 \right) - \frac{g \cos \alpha s_1^2}{2\chi_1^2}, & s_1 \in [0, l_1], \\ u_{02}(s_2) = \left( \frac{1}{h} + \frac{l_1}{2} \right) \frac{g \cos \alpha l_1}{\chi_1^2} + \left( \frac{g \cos \alpha l_2}{\chi_2^2} - \frac{P_0}{E_2 F_2} \right) \left[ \theta \left( \frac{l_1}{h} + l_1 \right) + s_2 \right] - \frac{g \cos \alpha s_2^2}{2\chi_2^2}, & s_2 \in [0, l_2]. \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\text{де, } h = \frac{c}{E_1 F_1}, \quad \theta = \frac{E_2 F_2}{E_1 F_1}.$$

Надалі подамо шукані функції у наступному вигляді:

$$u_1(s_1, t) = u_{01}(s_1) + U_1(s_1, t); \quad u_2(s_2, t) = u_{02}(s_2) + U_2(s_2, t) \quad (3.10)$$

де  $U_1(s_1, t)$ ,  $U_2(s_2, t)$  – функції, що характеризують ступінь зміщення перерізів ступеней бурильної колони від їх положень у стані спокою.

Після врахування останніх виразів у (3.5) і (3.6), отримаємо наступну систему рівнянь та граничні умови:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} + \mu_1 \frac{\partial U_1}{\partial t} = \chi_1^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial s_1^2}, & s_1 \in [0, l_1], \\ \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} + \mu_2 \frac{\partial U_2}{\partial t} = \chi_2^2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial s_2^2}, & s_2 \in [0, l_2]. \end{cases} \quad (3.11)$$

Граничні умови:

$$\begin{cases} (s_1 = 0): \frac{\partial U_1}{\partial s_1} = h U_1, h = \frac{c}{E_1 F_1}; \\ (s_1 = l_1, s_2 = 0): U_1 = U_2, \frac{\partial U_1}{\partial s_1} = \theta \frac{\partial U_2}{\partial s_2}, \theta = \frac{E_1 F_1}{E_2 F_2}; \\ (s_2 = l_2): \frac{\partial U_2}{\partial s_2} = -P_v. \end{cases} \quad (3.12)$$

де  $P_v = P - P_0$  – відхилення осьового навантаження відносно  $P_0 = \text{const}$ , причому

$$P_v(t + T_0) = P_v(t), \quad (3.13)$$

$T_0$  – час пульсації осьового навантаження на вибої, який практично рівний періоду як поздовжніх, так і крутильних автоколивань, що виникають через неоднорідність вибою свердловини.

Відомо [1, 6, 7, 43, 78 та ін.], що вплив зовнішньої гармонійної сили на пружну систему формує в останньої гармонійні коливання із частотою збурюючої сили. Амплітуда й частота таких коливань повністю визначаються механічними властивостями коливної системи й амплітудою і частотою збурюючої сили. Саме цей вид коливань представляє інтерес в плані дослідження резонансу механічної системи та його параметрів (рис. 3.1). З теорії коливань механічних систем відомо, що значення резонансних частот дуже близькі до власних частот вільних коливань. Також відомо, що навіть порівняно значні дисипативні сили незначно впливають на власні частоти коливань цих систем [78, 86 – 90 та ін.]. Тому з метою спрощення досліджень, що, однак, практично не позначиться на кінцевих результатах, приймаємо коефіцієнти дисипації коливань на першій і другій ступенях нульовими:  $\mu_1 = \mu_2 = 0$ .

Надалі звернемося до принципу вільного підвішування бурильної колони, як двохрозмірного стержня [1, 6, 7] і застосуємо його для рішення поставленого завдання. Вважаючи закріплення вгорі стрижня пружним (рис. 3.1), прийнявши осьове навантаження рівним нулю, систему (3.11) перепишемо у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = \chi_1^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial s_1^2}, & s_1 \in [0, l_1]; \\ \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} = \chi_2^2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial s_2^2}, & s_2 \in [0, l_2]. \end{cases} \quad (3.14)$$

Граничні умови:

$$\begin{cases} (s_1 = 0): \frac{\partial U_1}{\partial s_1} = h U_1, h = \frac{c}{E_1 F_1}; \\ (s_1 = l_1, s_2 = 0): U_1 = U_2, \frac{\partial U_1}{\partial s_1} = \theta \frac{\partial U_2}{\partial s_2}; \\ (s_2 = l_2): \frac{\partial U_2}{\partial s_2} = 0. \end{cases} \quad (3.15)$$

### 3.3 Оцінка зони поздовжнього резонансу двоступеневої БК

Для визначення власних частот поздовжніх коливань у системі (3.14) зробимо заміну змінних і перейдемо до безрозмірних параметрів:

$$\tau_1 = \frac{\chi_1}{l_1} t, \tau_2 = \frac{\chi_2}{l_2} t, \xi_1 = \frac{s_1}{l_1}, \xi_2 = \frac{s_2}{l_2}. \quad (3.16)$$

У обраних змінних завдання (14) приймає наступний вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \tau_1^2} = \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi_1^2}, \\ \frac{\partial^2 U_2}{\partial \tau_2^2} = \frac{\partial^2 U_2}{\partial \xi_2^2} \end{cases} \quad (3.17)$$

Граничні умови:

$$\begin{cases} (\xi_1 = 0): \frac{\partial U_1}{\partial \xi_1} = h_0 U_1, h_0 = h l_1 = \frac{c l_1}{E_1 F_1}; \\ (\xi_1 = 1, \xi_2 = 0): U_1 = U_2, \frac{\partial U_1}{\partial \xi_1} = \theta^* \frac{\partial U_2}{\partial \xi_2}, \theta^* = \theta \frac{l_1}{l_2}; \\ (\xi_2 = 1): \frac{\partial U_2}{\partial \xi_2} = 0. \end{cases} \quad (3.18)$$

Розв'язок системи (17) шукаємо у вигляді:

$$\begin{cases} U_1(\xi_1, \tau_1) = A_1(\xi_1) e^{j\omega_1 \tau_1}; \\ U_2(\xi_2, \tau_2) = A_2(\xi_2) e^{j\omega_2 \tau_2}, \end{cases} \quad (3.19)$$

де  $j = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця,  $\omega_1, \omega_2$  – безрозмірні постійні параметри. Після підстановки (19) в (17) одержуємо звичайні диференціальні рівняння:

$$\begin{cases} A_1''(\xi_1) + \omega_1^2 A_1(\xi_1) = 0, \\ A_2''(\xi_2) + \omega_2^2 A_2(\xi_2) = 0. \end{cases} \quad (3.20)$$

Граничні умови:

$$\begin{cases} \xi_1 = 0: A_1(0) = h_0 A_1(0); \\ \xi_1 = 1, \xi_2 = 0: A_1(1) e^{j\omega_1 \tau_1} = A_2(0) e^{j\omega_2 \tau_2}, A_1(1) e^{j\omega_1 \tau_1} = \theta^* A_2(0) e^{j\omega_2 \tau_2}; \\ \xi_2 = 1: A_2(1) = 0. \end{cases} \quad (3.21)$$

Оскільки граничний переріз між ступенями колони коливається з однаковими параметрами, тому повинна виконуватися наступна умова:

$$\omega_1 \tau_1 = \omega_2 \tau_2. \quad (3.22)$$

Підставивши сюди значення  $\tau_1$ , і  $\tau_2$ , скоротивши на час  $t$ , одержимо:

$$\omega_1 \frac{\chi_1}{l_1} = \omega_2 \frac{\chi_2}{l_2} = \Omega. \quad (3.23)$$

де  $\Omega$  - кругова частота.

З врахуванням (22) гранична умова на стику між ступенями бурильної колони (друга гранична умова) запишеться у формі:

$$\begin{cases} A_1(1) = A_2(0), \\ A_1'(1) = \theta^* A_2'(0). \end{cases} \quad (3.24)$$

Рішення рівнянь (20) мають вигляд:

$$\begin{cases} A_1(\xi_1) = C_{1,1} \sin \omega_1 \xi_1 + C_{2,1} \cos \omega_1 \xi_1; \\ A_2(\xi_2) = C_{1,2} \sin \omega_2 \xi_2 + C_{2,2} \cos \omega_2 \xi_2, \end{cases} \quad (3.25)$$

де  $C_{1,1}, C_{2,1}, C_{1,2}, C_{2,2}$  - постійні інтегрування.

Продиференціюємо  $(A_1(\xi_1), A_2(\xi_2))$  по часу, отримаємо:

$$\begin{cases} A_1'(\xi_1) = \omega_1 (C_{1,1} \cos \omega_1 \xi_1 - C_{2,1} \sin \omega_1 \xi_1), \\ A_2'(\xi_2) = \omega_2 (C_{1,2} \cos \omega_2 \xi_2 - C_{2,2} \sin \omega_2 \xi_2). \end{cases} \quad (3.26)$$

Звернемося до системи (24) і запишемо граничну умову на стику двох по-різному різних ступеней:

$$\begin{cases} A_1(1) = C_{1,1} \sin \omega_1 + C_{2,1} \cos \omega_1, & A_2(0) = C_{2,2}, \\ A_1'(1) = \omega_1 (C_{1,1} \cos \omega_1 - C_{2,1} \sin \omega_1), & A_2'(0) = \omega_2 C_{1,2}. \end{cases} \quad (3.27)$$

З урахуванням рівностей (27) співвідношення (24) запишемо наступним чином:

$$\begin{cases} C_{1,1} \sin \omega_1 + C_{2,1} \cos \omega_1 = C_{2,2}; \\ C_{1,1} \cos \omega_1 - C_{2,1} \sin \omega_1 = \eta C_{1,2}, \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\text{де } \eta = \frac{\omega_2}{\omega_1} \theta^*.$$

Беручи до уваги (3.23), коефіцієнт  $\eta$  можна виразити через коефіцієнт відбиття  $k_n$  [101, 102] наступною залежністю:

$$\eta = \frac{1 - k_n}{1 + k_n}, \quad k_n = \frac{\chi_2 E_1 F_1 - \chi_1 E_2 F_2}{\chi_2 E_1 F_1 + \chi_1 E_2 F_2}. \quad (3.29)$$

Знайдемо з (28)  $C_{1,1}, C_{2,1}$ , і розглянемо їхнє відношення:

$$\frac{C_{1,1}}{C_{2,1}} = \frac{C_{2,2} \sin \omega_1 + \eta C_{1,2} \cos \omega_1}{C_{2,2} \cos \omega_1 - \eta C_{1,2} \sin \omega_1}. \quad (3.30)$$

Надалі вираз (30) перетворимо до наступного виду:

$$\frac{C_{1,1}}{C_{2,1}} = \frac{\operatorname{tg} \omega_1 + \eta \frac{C_{1,2}}{C_{2,2}}}{1 - \operatorname{tg} \omega_1 \eta \frac{C_{1,2}}{C_{2,2}}}. \quad (3.31)$$

Після цього записане співвідношення (3.31) можна представити так:

$$\frac{C_{1,1}}{C_{2,1}} = \operatorname{tg}(\omega_1 + \psi_1), \quad \psi_1 = \arctg \left( \eta \frac{C_{1,2}}{C_{2,2}} \right). \quad (3.32)$$

Далі з урахуванням співвідношень (3.25) і (3.26) із граничних умов (3.21) одержуємо:

$$\frac{C_{1,2}}{C_{2,2}} = \operatorname{tg} \omega_2; \quad \frac{C_{1,1}}{C_{2,1}} = \frac{h_0}{\omega_1}, \quad (3.33)$$

Тепер, спільно розв'язуючи рівняння (3.32) (3.33) і (3.34), отримаємо:

$$\operatorname{tg}(\omega_1 + \psi_1) = \frac{h_0}{\omega_1}, \quad (3.34)$$

Звідки

$$\omega_1 + \psi_1 = m\pi + \operatorname{arctg} \frac{h_0}{\omega_1}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (3.35)$$

де

$$\psi_1 = \operatorname{arctg}(\eta \operatorname{tg} \psi_2). \quad (3.36)$$

Безрозмірні частоти  $\omega_1, \omega_2$  виражаються через резонансну частоту  $\Omega$ :

$$\omega_1 = \frac{l_1}{\chi_1} \Omega, \quad \omega_2 = \frac{l_2}{\chi_2} \Omega. \quad (3.37)$$

Виразивши  $\omega_1, \omega_2$  через  $\Omega$  за залежністю (3.23) і підставивши їх в (3.35), отримаємо рівняння для визначення частот поздовжнього резонансу.

Тепер перейдемо до оцінки зони поздовжнього резонансу. Оскільки при  $c \rightarrow 0$  параметр  $h_0 \rightarrow 0$ , а при  $c \rightarrow \infty$  параметр  $h_0 \rightarrow \infty$ , те знаходимо, що зони поздовжнього резонансу визначаються наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} m\pi < \omega_1 + \psi_1 < (m + 0.5)\pi, \\ m = 0, 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (3.38)$$

де

$$\psi_1 = \arctg(\eta \operatorname{tg} \psi_2). \quad (3.39)$$

Після підстановки значень  $\omega_1, \omega_2$  в нерівності (3.38) і нескладних перетворень одержуємо:

$$\begin{cases} l_2 + \frac{\chi_1}{\Omega} \left[ m\pi - \arctg \left( \eta \operatorname{tg} \frac{\Omega l_2}{\chi_2} \right) \right] < L, \\ l_2 + \frac{\chi_1}{\Omega} \left[ (m + 0.5)\pi - \arctg \left( \eta \operatorname{tg} \frac{\Omega l_2}{\chi_2} \right) \right] > L, \end{cases} \quad (3.40)$$

де  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$   $L = l_1 + l_2$ .

Таким чином, система нерівностей (3.40) визначає положення зони поздовжнього резонансу для бурильної колони, що складається з двох різнорідних ступеней. Оскільки така колона складається з двох ступеней різної жорсткості та маси, вона має складний спектр власних частот, що робить її особливо вразливою. У місці переходу від одного ступеня до іншого (стик труб різного діаметру) виникає концентрація напружень. При переході хвилі через межу двох ступенів частина енергії відбивається, а частина – посилюється, що може створити "стоячу хвилю" саме в районі перехідника, призводячи до його пошкодження та подальшого руйнування.

### **3.4 Оцінка власних частот двоступеневої БК та побудова АЧХ для роботи КНБК із ГОК**

Як показує сучасна практика буріння [44, 46, 48, 86-90 та ін.], на вертикальних ділянках свердловин дисипація енергії коливань значно нижча,

ніж на похило-скерованих, що робить вертикальні ділянки більш схильними до тривалих резонансних коливань. Разом з тим, небезпека резонансу може бути присутня і на похило-скерованих ділянках поблизу КНБК при застосуванні ГОК. Тому для аналізу поздовжнього резонансу обрано чотири компоновки бурильних колон з ГОК для буріння скерованих ділянок свердловин із режимними параметрами: зенітним кутом  $\alpha$ , радіусом викривлення  $R$ , густиною бурового розчину  $\rho_p$ , частотою роботи осцилятора та частотою обертання долота  $n$  (табл.3.1).

Таблиця 3.1 – Параметри компоновок бурильних колон та параметри буріння

| Позначення параметру | Од. виміру        | Значення для компоновок |                     |                     |                     |
|----------------------|-------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                      |                   | №1                      | №2                  | №3                  | №4                  |
| $l_1$                | м                 | 2225                    | 3250                | 4000                | 4750                |
| $l_2$                | м                 | 200                     | 250                 | 225                 | 250                 |
| $F_1$                | см <sup>2</sup>   | 153,9                   | 153,9               | 126,7               | 62,1                |
| $F_2$                | см <sup>2</sup>   | 208,8                   | 208,8               | 173,8               | 173,8               |
| $E_1$                | Па                | $2,1 \cdot 10^{11}$     | $2,1 \cdot 10^{11}$ | $2,1 \cdot 10^{11}$ | $1,1 \cdot 10^{11}$ |
| $E_2$                | Па                | $2,1 \cdot 10^{11}$     | $2,1 \cdot 10^{11}$ | $2,1 \cdot 10^{11}$ | $2,1 \cdot 10^{11}$ |
| $\rho_1$             | кг/м <sup>3</sup> | 7850                    | 7850                | 7850                | 4500                |
| $\rho_2$             | кг/м <sup>3</sup> | 7850                    | 7850                | 7850                | 7850                |
| $\alpha$             | град              | 60                      | 70                  | 80                  | 90                  |
| $R$                  | м                 | 500                     | 550                 | 600                 | 500                 |
| $\rho_p$             | кг/м <sup>3</sup> | 1250                    | 1300                | 1250                | 1200                |
| $\mu_1$              |                   | 0,02                    | 0,02                | 0,03                | 0,03                |
| $\mu_2$              |                   | 0,08-0,15               | 0,15-0,2            | 0,18-0,25           | 0,25-0,4            |
| $\nu$                | Гц                | 14                      | 16                  | 18                  | 20                  |
| $n$                  | об/хв             | 90                      | 60                  | 60                  | 60                  |

Для ефективного процесу буріння КНБК чотирьох компоновок оснащено ГОК. Частота роботи ГОК визначалася технологічними особливостями роботи осцилятора, зенітним кутом та конструктивними особливостями компоновок. Конструктивною особливістю компоновки №4 є те, що до її

складу входить ступінь колтюбінгових гнучких труб, виготовлених з титанового сплаву. Для дослідження резонансу компоновок визначимо власні частоти поздовжніх коливань. Для двоступеневої бурильної колони у випадку коли верхній кінець підвішений, а нижній вільний, кругова частота власних коливань згідно [3] визначається за наступним рівнянням:

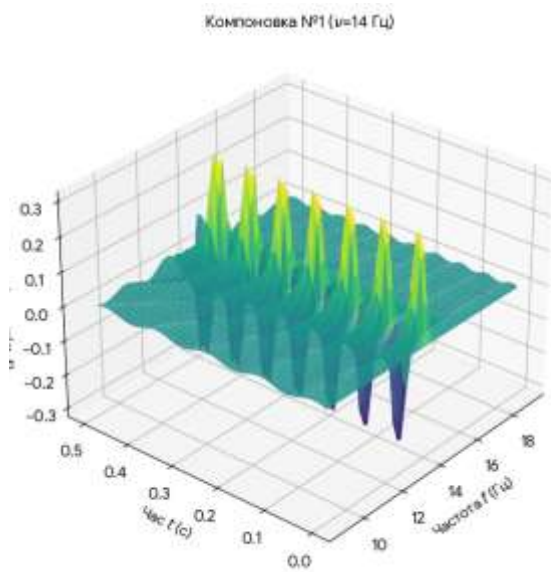
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\omega l_1}{\chi_1}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\omega l_2}{\chi_2}\right) = \frac{F_1}{F_2}. \quad (3.41)$$

Кількість частот власних коливань може бути нескінченною, тому кожному значенню  $\omega$  для довільного моменту часу  $t$  в довільному перерізі колони з координатою  $s$  відповідатимуть і певні часткові розв'язки рівнянь (3.41), які будуть сумою всіх часткових розв'язків для кожного значення  $\omega$ . За результатами розв'язку рівняння (3.41) у таблиці 3.2 наведено значення власних частот коливань перших трьох форм.

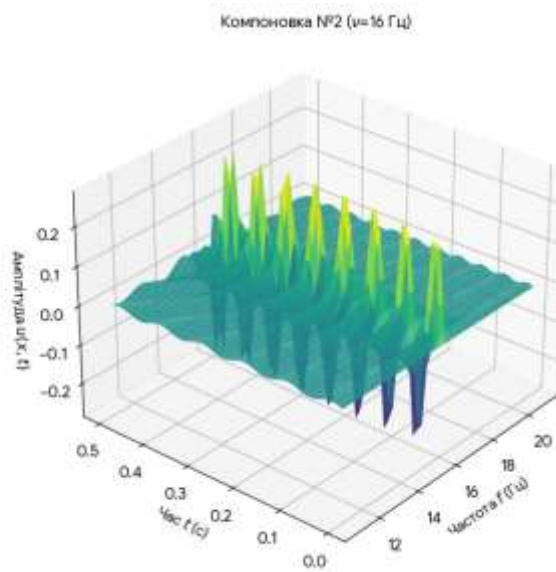
Таблиця 3.2 – Власні частоти поздовжніх коливань

| Позначення параметру | Од. виміру | Значення для компоновок |      |      |      |
|----------------------|------------|-------------------------|------|------|------|
|                      |            | №1                      | №2   | №3   | №4   |
| $\omega_I$           | Гц         | 0,58                    | 0,40 | 0,32 | 0,28 |
| $\omega_{II}$        | Гц         | 1,74                    | 1,20 | 0,97 | 0,84 |
| $\omega_{III}$       | Гц         | 2,91                    | 2,00 | 1,62 | 1,41 |

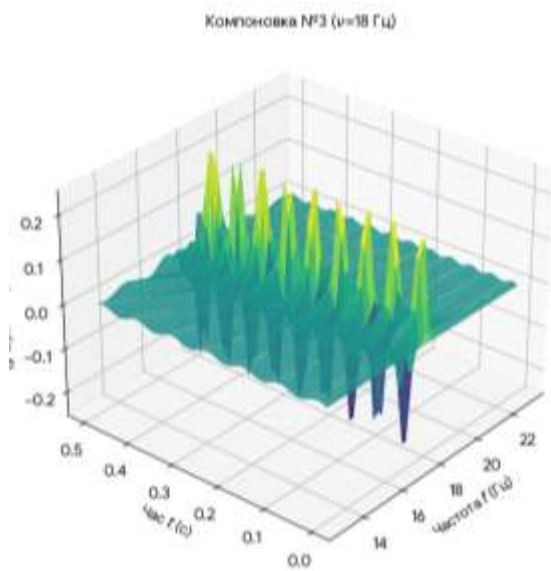
Для дослідження резонансу двоступеневої БК зручно проводити шляхом побудови амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) (рис. 3.2).



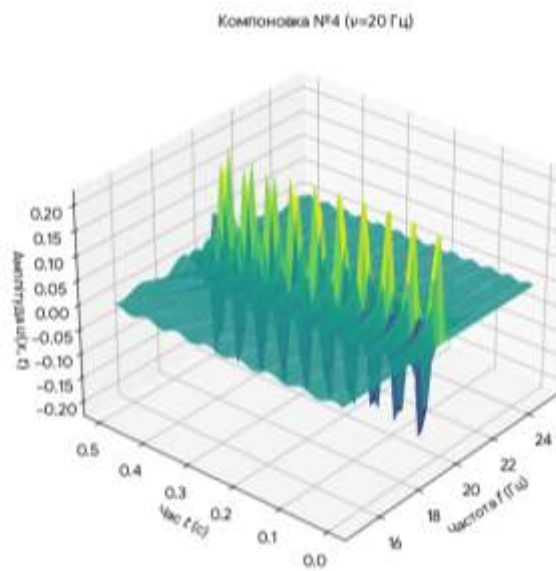
а)



б)



в)



г)

Рис. 3.2 – АЧХ оцінки резонансу поздовжніх коливань компонок двоступеневих бурильних колон при бурінні скерованих свердловин; а) №1; б) №2; в) №3; г) №4

АЧХ бурильної колони дозволяє виявити “небезпечні” частоти, при яких відбувається різке зростання амплітуди вимушених коливань, що може призвести до обриву інструменту. Знаючи АЧХ, буровики можуть обирати такі оберти долота, щоб вийти із зони сильних вібрацій і вберегти бурове обладнання. Графіки демонструють залежність амплітуди зміщення від частоти осцилятора та часу, враховуючи зміну фізико-механічних властивостей матеріалів, геометричних параметрів ступенів, режимних параметрів буріння. На графіках (рис. 4.3) видно "гребені" резонансу на частотах, близьких до робочої частоти ГОК. По осі часу спостерігається гармонічний характер коливань, що відповідає характеру роботи ГОК. АЧХ №1 і №2 Мають найбільш чітко виражені та гострі резонансні піки. Це зумовлено тим, що ці компоновки мають однорідну сталеву структуру. При відносно малих довжинах 2225 і 3250м компоновки мають більшу жорсткість. Через низьку дисипацію енергії на цих ділянках виникає критичне зростання амплітуд напружень, що створює високий ризик втомного руйнування металу та аварійних обривів інструменту. При власній частоті 0,58 Гц і частоті роботи осцилятора 14Гц АЧХ№1, а також при власній частоті 0,40 Гц і частоті осцилятора 16 Гц АЧХ№2 спостерігаються піки з амплітудою зміщення відповідно близько 0,3 і 0,2 ум. од. Для АЧХ №3 спостерігається явище «розмиття» резонансного піку. Велика довжина (4000 м) та значний зенітний кут (80град) призводять до високої дисипації (розсіювання) енергії коливань. Хоча піки менш виражені, резонанс все одно можливий, проте він має менш «ударний» характер порівняно з коротшими колонами. При власній частоті 0,32Гц та частоті осцилятора 18Гц максимальна амплітуда значно нижча, піки не перевищують 0,15 ум. од. На АЧХ №4 Спектр власних частот суттєво зміщений вниз (найнижчі значення власних частот 0,28 Гц), оскільки для ступені БТ використовується легкий титановий сплав та велика загальна довжина (4750 м). При високій

частоті роботи осцилятора (20 Гц) основні резонансні піки мають амплітуду до 0,2, проте спектр дуже насичений, що вказує на специфічну загрозу резонансу на вищих гармоніках (5-й або 6-й моді), що потребує особливої обережності при виборі режимів промивки. Тобто найбільш небезпечними з точки зору амплітуди є резонанси в жорстких сталевих колонах (№1, №2) з нижчими модами, тоді як у надглибоких та легкосплавних системах (№4) головною загрозою є збіг робочих частот із вищими модами власних коливань.

### 3.5 Чисельно-імітаційне моделювання КНБК, оснащеної ГОК

З метою подальших досліджень розглянемо КНБК із встановленим ГОК, з допомогою якої проводиться буріння похило-скерованої свердловини заданого профілю (рис. 3.1). Графічне зображення обраної механічної моделі наведене на рисунку 3.3. БК представлено у вигляді складеного пустотілого стрижня круглого перерізу із розподіленими параметрами по довжині, що не володіє жорсткістю на згин (soft-string model) та складається із скінченного числа секцій [103]. ГОК встановлюється в бурильній колоні на заданій відстані від долота та моделюємо у вигляді пружного тіла жорсткістю  $c_0$ , до одного кінця якого прикладається динамічна сила  $F_d$  із заданою частотою, формою та амплітудою коливань. Для зменшення затрат часу на імітаційне моделювання в моделі розглядаємо лише низ бурильної колони загальною довжиною  $L_{DS}$ , а відкинута верхня частина замінюється еквівалентним пружно-в'язким тілом з коефіцієнтом жорсткості  $c_1$  та демпфування  $\mu_1$  та прикладеною статичною осьовою силою  $F_h$ . Величина  $L_{DS}$  обирається так, щоб генеровані ГОК коливання повністю згасали на ділянці низу БК, що розглядається. Профіль свердловини описується у вигляді масиву значень зенітного кута  $\alpha$  з дискретним кроком  $\Delta s$  по її довжині, починаючи від

проектного кінця свердловини. Порода на вибої описується пружно-в'язким тілом із коефіцієнтом жорсткості  $c_b$  та демпфування  $\mu_b$ . Для моделювання ефектів проковзування бурильної колони свердловиною вважаємо, що вибій переміщається із швидкістю, рівною механічній швидкості буріння  $v_{ROP}$ . Така побудова моделі дає змогу описати широке коло різних реальних компоновок бурильної колони. Для кращого розуміння створеної імітаційної моделі з використанням (3.1) і (3.4) запишемо математичну модель поздовжніх коливань секції КНБК як одного із ключових елементів моделі:

$$E_j A_j \frac{d^2 u(x,t)}{dx^2} - \rho_j A_j \frac{d^2 u(x,t)}{dt^2} + \xi \left( v_f - \frac{du(x,t)}{dt} \right) - F_f(x,t) - (\rho_j - \rho_f) A_j g \cos(\alpha(x)) = 0, \quad (3.42)$$

де  $\rho_j$  – густина промивальної рідини;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$u(x,t)$  – функція, що описує поздовжні переміщення перерізу бурильної колони з координатою  $x$ , починаючи від точки фактично-го вибою в часі  $t$ ;

$\xi$  – приведений коефіцієнт демпфування бурильної колони у промивальній рідині;

$v_f$  – швидкість промивальної рідини у свердловині, що обчислюється за формулою:

$$v_f = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(d_w^2 - D_i^2)}, \quad (3.43)$$

$Q$  – об'ємна витрата промивальної рідини,

$d_w$  – діаметр свердловини,

$D_i$  – зовнішній діаметр секції КНБК.

Сили тертя  $F_f(x,t)$ , що виникають внаслідок взаємодії бурильної колони із стінкою свердловини, описуємо за допомогою моделі тертя Стрібека:

$$F_f(x,t) = (\rho_j - \rho_f) A_j g \sin(\alpha(x)) \mu(x,t) \times \operatorname{sgn}\left(\frac{du(x,t)}{dt}\right) \quad (3.44)$$

$$\mu(x,t) = \mu_d + (\mu_s - \mu_d) \exp\left(-\left|\frac{1}{v_{st}} \frac{du(x,t)}{dt}\right|^{k_{st}}\right) \quad (3.45)$$

де  $\mu_s, \mu_d$  – статичний і динамічний коефіцієнти тертя;

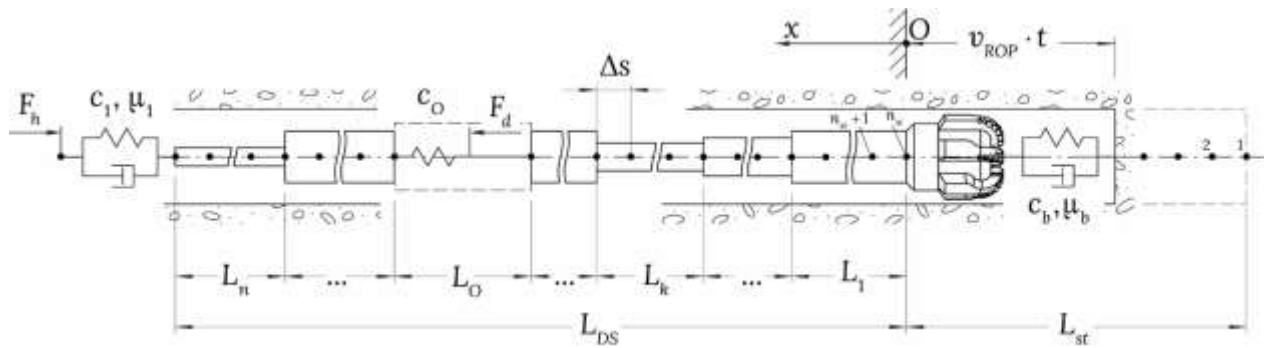
$v_{st}$  – відносна швидкість зникнення ефекту Стрібека;

$\frac{du(x,t)}{dt}$  – швидкість поздовжнього переміщення перерізу колони;

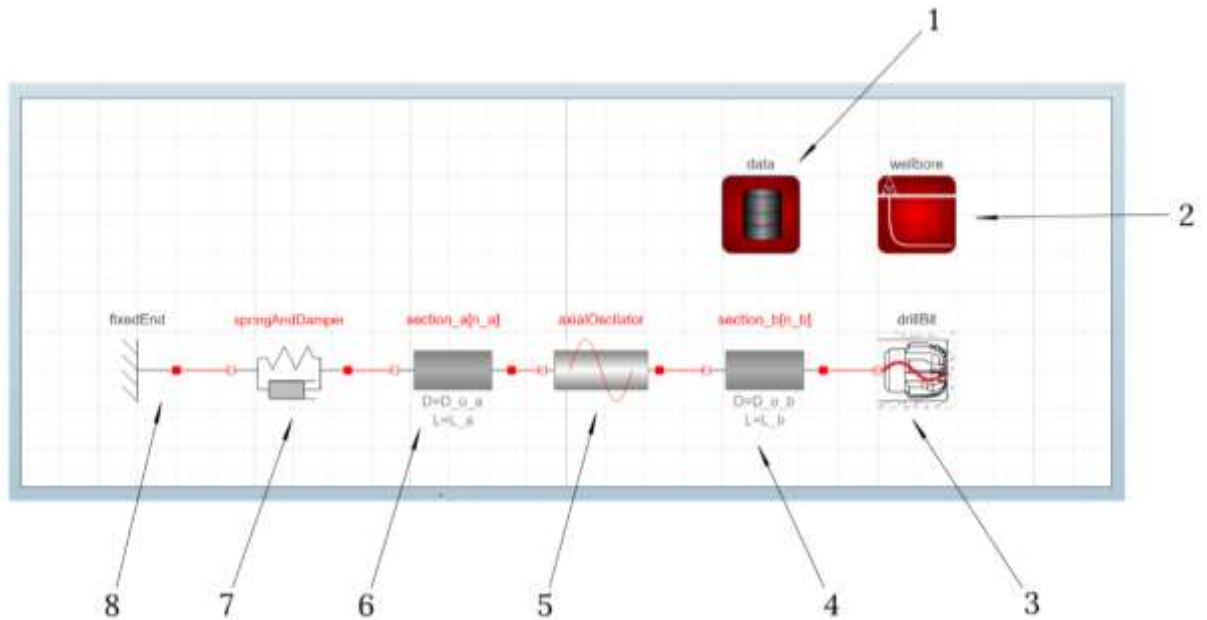
значення відносної швидкості між тілами, при якому зникає ефект Стрібека,

$k_{st}$  – коефіцієнт, що характеризує характер згасання ефекту Стрібека.

Враховуючи вище описані вище залежності (3.42), (3.43), (3.44) та (3.45), а також їх нелінійність прийнято ряд технічних рішень для реалізації методики чисельно-імітаційного моделювання. Динамічна модель БК у похило-скерованій свердловині створюється засобами мови моделювання Modelica [103, 104]. Дана мова дає можливість, окрім прямого опису моделі досліджуваної системи у вигляді системи звичайних диференціально-алгебраїчних рівнянь, створювати моделі складних систем із набору моделей окремих підсистем. БК представляємо у вигляді об'єкта, що складається із двох частин, що поєднані через ГОК (рис. 3.3а). Графічна ілюстрація імітаційної моделі наведена на рисунку 3.3б. До її складу входять: 1 – модель задання режимних параметрів буріння; 2 – модель даних свердловини; 3 – модель долота; 4 – секції ОБТ; 5 – модель ГОК; 6 – секції БТ; 7 – модель в'язкого-пружної взаємодії; 8 – модель верхнього кінця БК.



а)



б)

1 – модель задання режимних параметрів буріння; 2 - модель даних свердловини; 3 – модель долота; 4 – секції ОБТ; 5 – модель ГОК; 6 – секції БТ; 7 – модель в'язко-пружної взаємодії; 8 – модель верхнього кінця БК

Рисунок 3.3 – Розрахункова схема (а) та імітаційна модель (б)  
двоступеневої БК, оснащеної КНБК+ГОК

Чисельно-імітаційне моделювання коливних процесів під час буріння похило-скерованої свердловини КНБК із ГОК (табл. 3.1) на проміжку часу  $t_s$

$= 100\text{с}$ , що передбачає вихід БК на усталений режим роботи. Виходячи із теоретичних і практичних передумов, вважатимемо, що усталений режим роботи починає встановлюватись на проміжку часу, починаючи із  $15\text{с}$  (середній час адаптації ГОК). Прийнявши інтервал визначення середнього значення сумарної величини сил опору та осьової сили на долоті за  $10\text{с}$ , оцінимо відмінність отриманих значень для різних моделей на інтервалі  $15\div 25\text{с}$  та  $90\div 100\text{с}$ .

### **3.6 Результати реалізації чисельно-імітаційної моделі КНБК, оснащеної ГОК та оцінка зміни осьового навантаження на долоті**

Суттєвим недоліком чинних досліджень щодо впливу різних режимів роботи ГОК на зниження опору руху бурильної колони є ігнорування процесів трансформації, згасання та поширення хвиль уздовж труб. Нехтування цими факторами викривляє реальну картину та заважає об'єктивно оцінити ефективність гідравлічного інструменту. Тому виникає гостра потреба у проведенні розрахунків на динамічній моделі КНБК із ГОК, що дозволить детально відстежити дисипацію (згасання) енергії коливань та точніше визначити їхній внесок у мінімізацію фрикційних сил.

У зв'язку з цим проведемо супутнє оцінювання того, як різні геометричні форми коливальних процесів та їхнє поступове згасання по довжині бурильних труб впливають на продуктивність роботи ГОК [105]. Реалізація цієї мети передбачає здійснення комп'ютерного моделювання роботи КНБК з інтегрованим осцилятором у свердловинних умовах. У межах чисельних експериментів зіставляються різноманітні типи імпульсів за умови їхньої повної енергетичної еквівалентності, а критерієм оцінювання слугує підсумковий коефіцієнт доведення корисного осьового навантаження до долота.

Для аналізу впливу форми коливань ГОК на КНБК і БК в цілому використовуються основні математичні залежності [105]. Залежність динамічної складової осьового навантаження, що прикладається з боку ГОК до БК можна представити у вигляді:

$$F_d = A_i f_i(\phi) \quad (3.46)$$

де  $A_i$  – амплітуда коливань,  $f_i(\phi)$  – функція, що описує нормовану форму коливань з амплітудою 1,  $i$  – індекс, що описує форму коливань.

Важливо, що середньоквадратичне значення (СКЗ) для збурюючої сили різних форм коливань повинно бути рівним значенню для еталонної функції, яка позначається індексом *ref*:

$$\bar{F}_{di}^2 = \bar{F}_{dref}^2 \quad (3.47)$$

Для оцінки амплітуд різних форм коливань за умови рівності їхньої середньої потужності застосуємо умову енергетичної еквівалентності сигналів:

$$A_i = A_{ref} \sqrt{f_{ref}^2(\phi) / f_i^2(\phi)} \quad (3.47)$$

(СКЗ) нормованої функції визначає енергонасиченість кожної форми геометрії коливань визначається наступною залежністю:

$$\bar{f}^2(\phi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f^2(\phi) d\phi \quad (3.48)$$

Для досліджень використовувалися нормовані функції форм коливань (рис. 3.4), та відповідні їм аналітичні вирази (табл. 3.3) [105].

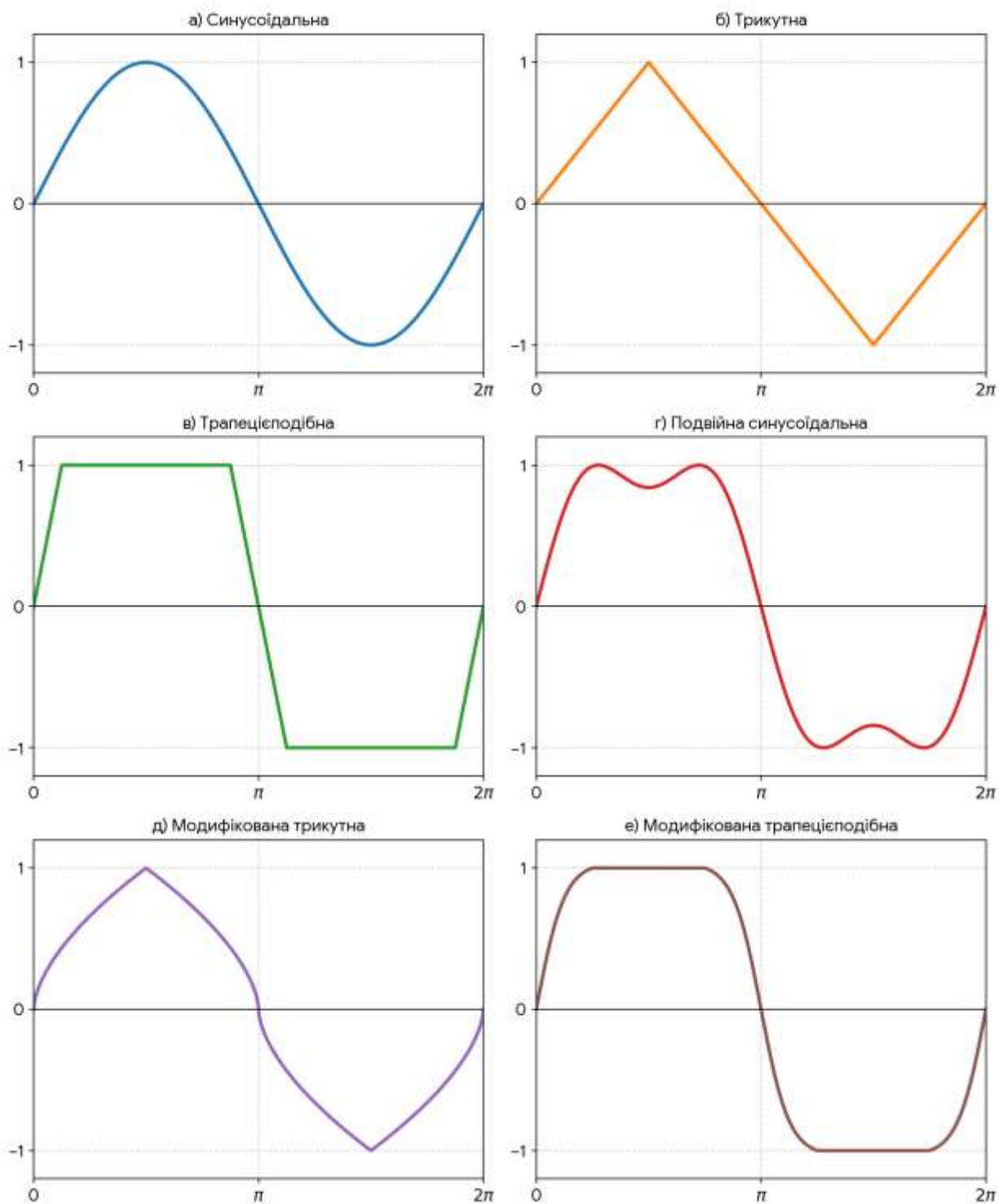


Рисунок 3.4 – Нормовані функції форм коливань, що використовувались у дослідженні

Таблиця 3.3 – Аналітичні вирази амплітуди та форм коливань

| №                                                                                       | Форма коливань                | Амплітуда форми                                                                                                                         | СКЗ форми                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                                                                       | Сину соїда                    | $A_1 = A_{ref} = 1$                                                                                                                     | $\overline{f_{ref}^2}(\phi) = \frac{1}{2}$                                               |
| 2                                                                                       | Трику тні                     | $A_2 = A_{ref} \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1.22474 A_{ref}$                                                                              | $\overline{f_2^2}(\phi) = \frac{1}{3}$                                                   |
| 3                                                                                       | Трапецеїє подібні             | $A_3 = A_{ref} \sqrt{\frac{1.5}{1+2\alpha}} \approx 0.77459 A_{ref}$                                                                    | $\overline{f_3^2}(\phi) = \frac{1}{3}(1+2\alpha)$                                        |
| 4                                                                                       | Подвійна синусоїда            | $A_4 = A_{ref} \sqrt{\frac{1}{C^2(1+\beta^2)}} \approx 0.86445 A_{ref}$                                                                 | $\overline{f_4^2}(\phi) = \frac{1}{2} C^2 (1+\beta^2)$                                   |
| 5                                                                                       | Модифі ковані трикутні        | $A_5 = A_{ref} \sqrt{\frac{1+2\gamma}{2}} \approx 1.25645 A_{ref}$                                                                      | $\overline{f_5^2}(\phi) = \frac{1}{1+2\gamma}$                                           |
| 6                                                                                       | Модифіковані трапецеїєподібні | $A_6 = A_{ref} \sqrt{\frac{1}{2 \left( \frac{(\alpha-1)C^2(-\delta + \tanh \delta)}{\delta} + \alpha \right)}} \approx 1.50305 A_{ref}$ | $\overline{f_6^2}(\phi) = \frac{(\alpha-1)C^2(-\delta + \tanh \delta)}{\delta} + \alpha$ |
| де $\alpha, \beta, \delta, \gamma, C$ – константи визначення амплітуди і форми коливань |                               |                                                                                                                                         |                                                                                          |

На основі розробленої імітаційної моделі проведено серію чисельних експериментів для бурильної колони із встановленим ГОК на відстані 70 м над долотом. Прийнято, що коефіцієнт статичного тертя становить  $\mu_s = 0,34$ ; а динамічного –  $\mu_d = 0,19$ . КНБК знаходиться в похилій ділянці свердловини із зенітним кутом  $39^\circ$ . Механічна швидкість буріння складала 0,003 м/с.

На рис. 3.5 зображено отримані графіки зміни осьової сили на долоті для різних форм коливань. Як бачимо із отриманих даних, на початковому інтервалі моделювання (0-10с) в бурильній колоні спостерігаються перехідні процеси, що обумовлено різким зменшенням сил тертя внаслідок роботи ГОК, які відзначаються значною зміною осьової сили. Зважаючи на це, основні якісні характеристики роботи ГОК, а саме середнє значення осьової сили на долоті та загальних сил опору бурильної колони та СКЗ їх динамічних складових, визначались в діапазоні 20-100с і для зручності зведені в таблицю 3.4. Отримані результати показують, що найбільш оптимальною формою коливань збудовуючої сили ГОК із розглянутих є трапецієподібні коливання, модифіковані трапецієподібні коливання та коливання подвійної синусоїдної форми. Якщо порівняти отримані результати із приведеними коефіцієнтами амплітуди, які визначались з умови рівності СКЗ нормованої функції коливань, то найбільш оптимальними є ті коливання, які мають найменший приведений коефіцієнт, а отже, максимальну величину СКЗ нормованої функції. З цього можна зробити висновок, що найбільш ефективними для роботи ГОК є такі коливання збудовуючої сили, які є більш плоскими (менш загострені) і енергонасиченими. Це, на нашу думку, обґрунтовується значним впливом в'язкого тертя на процес затухання коливань в бурильній колоні.

Надалі шляхом застосування дискретного перетворення Фурє виконано частотний аналіз часових осцилограм і побудовано їх амплітудо-частотні характеристики (рис. 3.6). Коливні процеси мають доволі складну форму, що складається із значного числа гармонік, та загалом не відповідають формі коливань збудовуючої сили ГОК. Це обумовлюється значним впливом нелінійних фрикційних сил на зміну форми коливань, ковзного (stick-slip) руху КНБК на ділянці похилої свердловини, а також нерівномірним розподілом енергії коливань, що створюються ГОК.

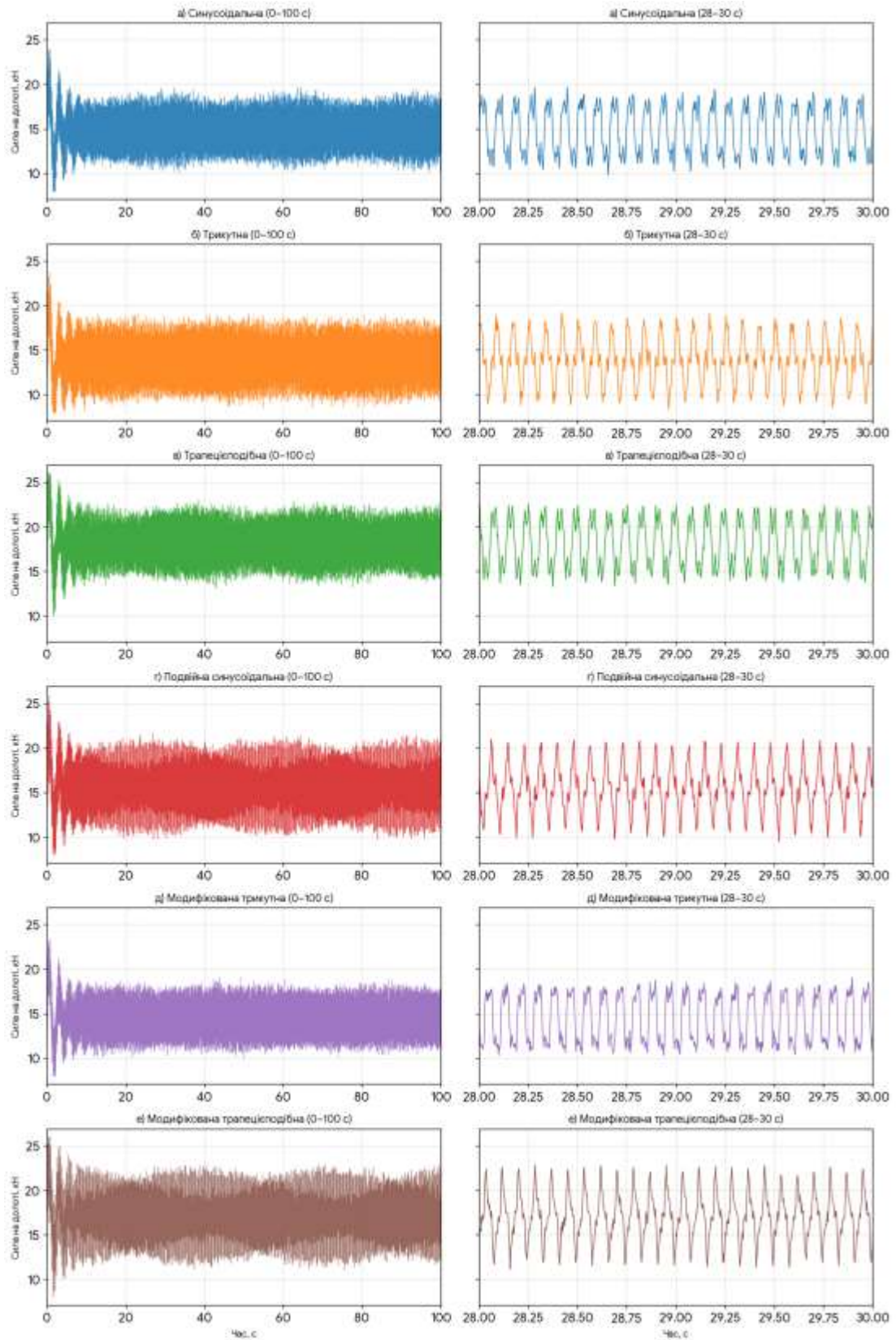


Рисунок 3.5 – Осцилограми осевого навантаження на долото для різних форм коливань.

Таблиця 3.4 – Характеристики роботи ГОК

| № | Форма коливань               | Приведений коефіцієнт амплітуди | Осьова сила на долоті (СКЗ), Н | Коефіцієнт зростання осьової сили на долоті | Середня величина сил тертя (СКЗ), Н |
|---|------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | Синусоїда                    | 1                               | 14796(2052)                    | 1,8495                                      | 11772(2162)                         |
| 2 | Трикутні                     | 1,22474                         | 13822(1957)                    | 1,72775                                     | 12279(1756)                         |
| 3 | Трапецієподібні              | 0,77459                         | 18112(2496)*                   | 2,264                                       | 10038(3035)                         |
| 4 | Подвійна синусоїда           | 0,86445                         | 15575(2479)                    | 1,946875                                    | 11347(2495)                         |
| 5 | Модифіковані трикутні        | 1,256447                        | 14489(1903)                    | 1,811125                                    | 11966(1974)                         |
| 6 | Модифіковані трапецієподібні | 1,503953                        | 17082(2609)                    | 2,13525                                     | 10545(2729)                         |

Осцилограми на рисунку 3.5 демонструють зміну осьової сили на долоті в похилій свердловині із zenітним кутом  $39^\circ$  при механічній швидкості буріння 0,003 м/с. На початковому інтервалі від 0 до 10 секунд чітко помітні перехідні процеси, викликані падінням сил тертя від статичного рівня 0,34 до динамічного 0,19. У стабілізованому діапазоні від 20 до 100 секунд коливальні процеси повністю переходять у сталий динамічний режим роботи. Найменш ефективною виявилася трикутна форма із високим приведеним коефіцієнтом амплітуди 1,22474, яка забезпечила СКЗ осьову силу лише 13822 Н. При цьому трикутні коливання супроводжуються найбільшою середньою величиною сил тертя бурильної колони, що становить 12279 Н. Класична синусоїдальна форма продемонструвала проміжну ефективність,

забезпечивши осьову силу на рівні 14796 Н із коефіцієнтом її зростання 1,8495. Максимальну ефективність на графіках показали трапецієподібні коливання, що володіють найменшим приведеним коефіцієнтом амплітуди 0,7745. Трапецієподібний імпульс забезпечив найвище СКЗ осрової сили на долоті величиною 18112 Н та максимальний коефіцієнт зростання 2,264. Ця ж форма дозволила мінімізувати опір руху колони, знизивши середнє значення сил тертя до найменшої позначки 10038 Н. Модифіковані трапецієподібні коливання та подвійна синусоїда також підтвердили високу енергонасиченість плоских імпульсів, показавши корисне навантаження на рівні 17082 Н та 15575 Н відповідно.

Амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) на рисунку 3.6 відображають складний спектр вимушених коливань осрового навантаження на долото, що формується під впливом нелінійних фрикційних сил. На всіх графіках чітко домінує основний резонансний пік на частоті 8 Гц, що відповідає робочому режиму гідравлічного осцилятора. Для класичної синусоїдальної форми цей головний пік сягає амплітуди близько 3,8 кН, причому вищі гармоніки у спектрі повністю відсутні. Трикутна форма коливань, крім основного піка 3,4 кН на частоті 8 Гц, генерує додаткову вищу гармоніку на частоті 24 Гц з амплітудою близько 0,6 кН. Найбільш інтенсивний багатогармонічний спектр притаманний трапецієподібним коливанням, де головний резонансний пік сягає максимального значення 4,5 кН. У спектрі трапецієподібного імпульсу також фіксуються друга гармоніка на 24 Гц (близько 1,4 кН) та третя гармоніка на частоті 40 Гц (до 0,5 кН). Для подвійної синусоїди характерна наявність двох потужних зближених піків: першого на частоті 8 Гц (2,2 кН) та другого на частоті 16 Гц, який досягає амплітуди 3,5 кН. Модифікована трикутна форма демонструє поступове згасання трьох послідовних гармонік на частотах 8 Гц (3,1 кН), 16 Гц (1,6 кН) та 24 Гц (1,0 кН).

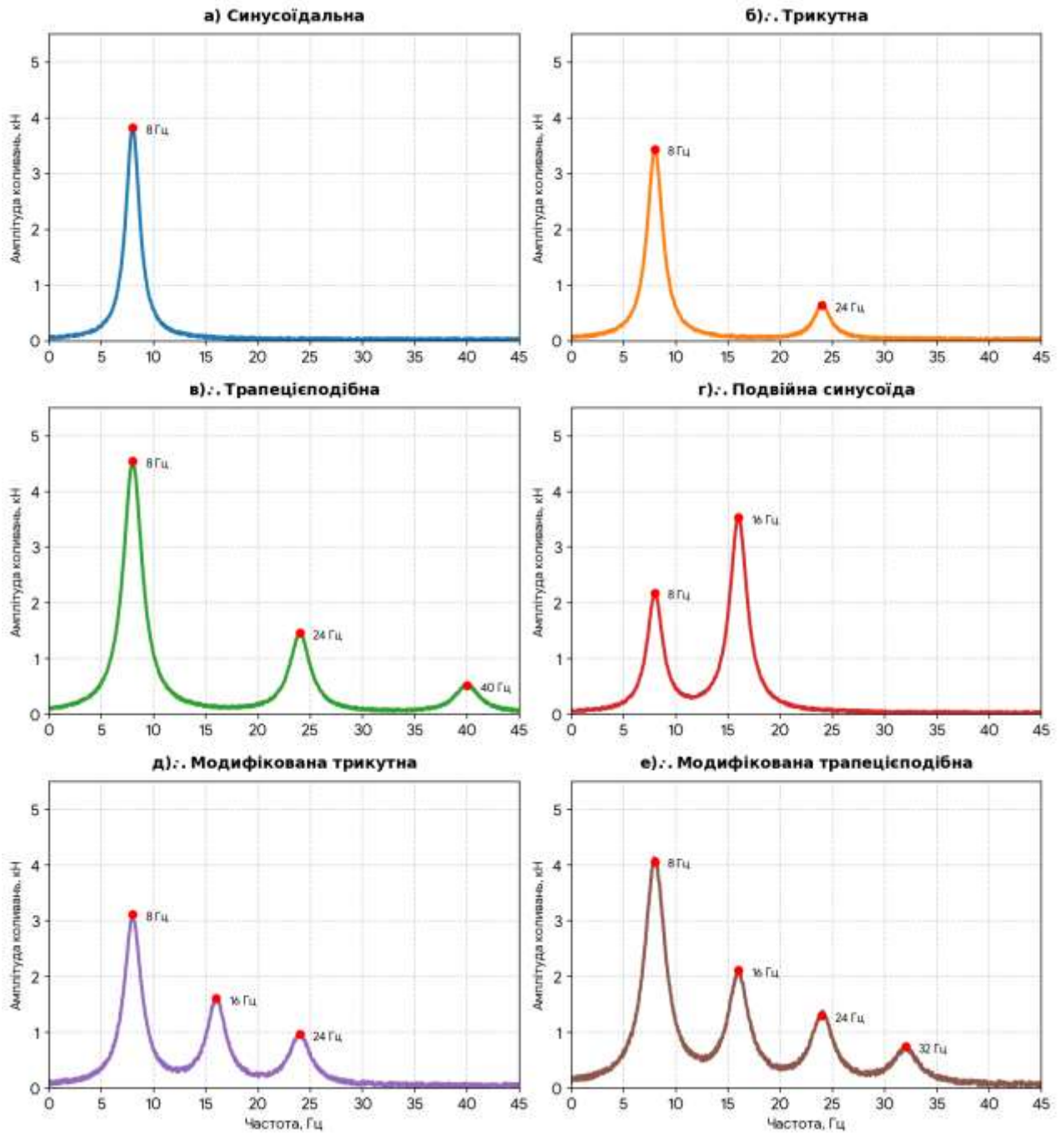


Рисунок 3.6 – АЧХ осевого навантаження на долото для різних форм коливань.

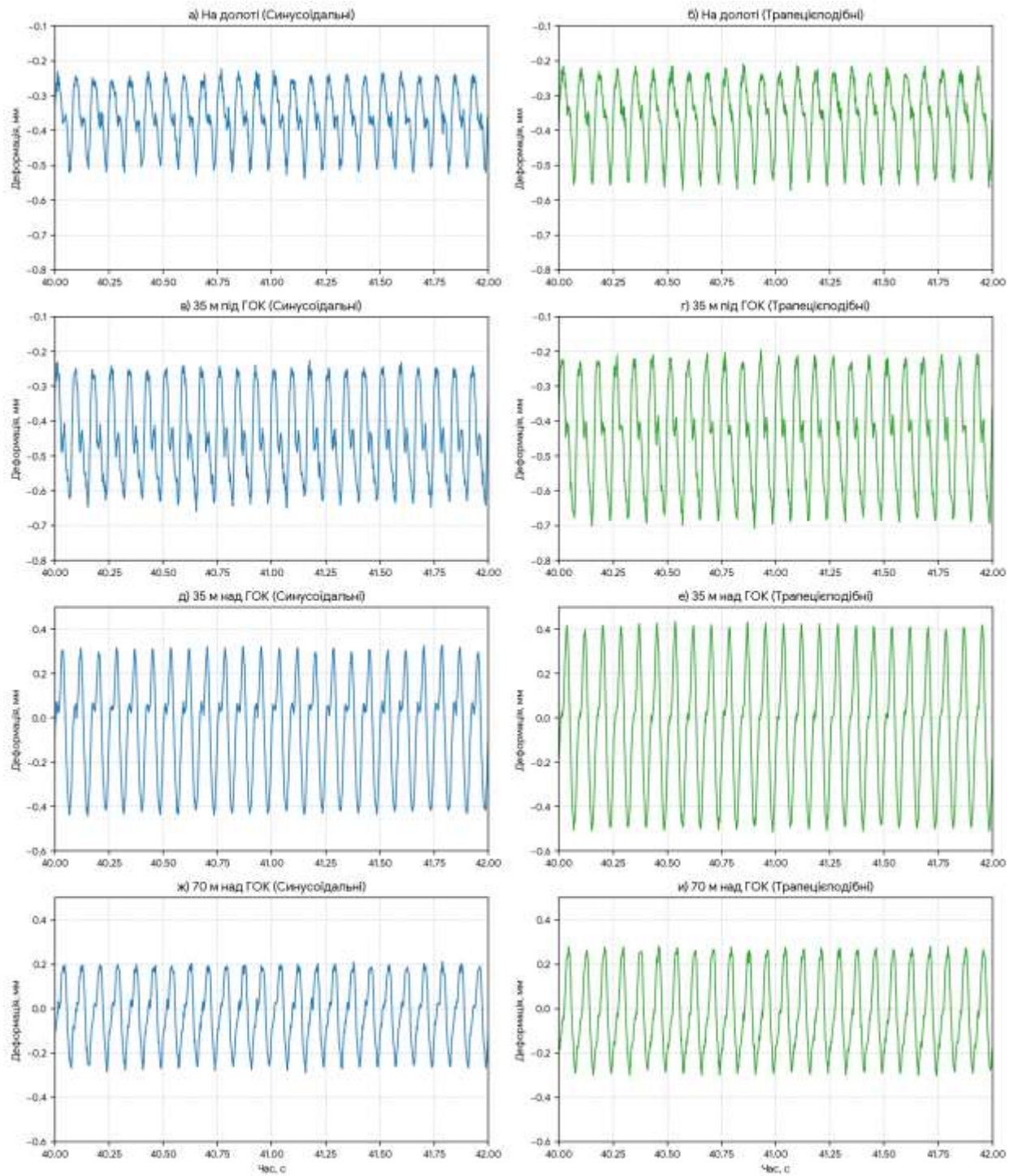


Рисунок 3.7 – Вібрації в перерізах КНБК

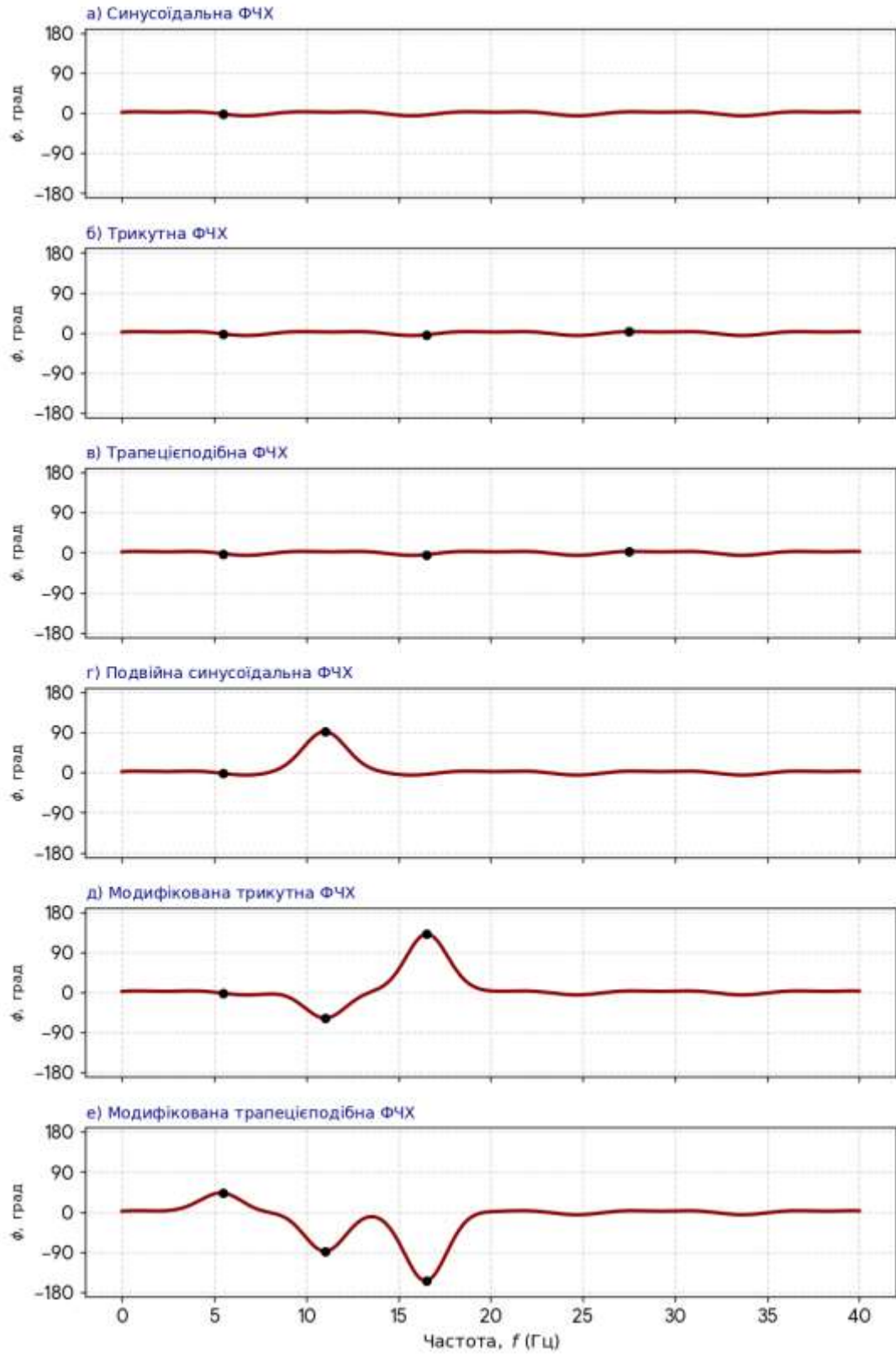


Рисунок 3.8 – ФЧХ осьового навантаження на долото для різних форм коливань.

На рисунку 3.7 зображені часові осцилограми поздовжніх вібрацій (деформацій) у чотирьох характерних перерізах КНБК для синусоїдальної та трапецієподібної форм збурення на інтервалі часу від 40,00 до 42,00 секунд. Безпосередньо в перерізі на долоті при синусоїдальному імпульсі амплітуда поздовжньої деформації матеріалу стабільно змінюється в межах від -0,25 мм до -0,52 мм. Для трапецієподібної форми розмах деформацій на долоті є дещо ширшим і становить від -0,22 мм до -0,58 мм, що вказує на більш жорсткий характер динамічної взаємодії з породою. У перерізі на відстані 35 метрів під ГОК синусоїдальні хвилі викликають стискаючі деформації в діапазоні від -0,20 мм до -0,60 мм. Трапецієподібне збурення на цій же відстані 35 метрів під ГОК демонструє максимальний рівень деформацій серед усіх точок, сягаючи величин від -0,15 мм до -0,70 мм. Вище за джерело коливальних, на відстані 35 метрів над ГОК, графіки синусоїдальної форми фіксують значну зміну знака деформації від +0,30 мм до -0,40 мм. Трапецієподібне збурення на позначці 35 метрів над ГОК показує аналогічний знакозмінний розмах пружних хвиль у межах від +0,35 мм до -0,50 мм. На значному віддаленні у 70 метрів над ГОК синусоїдальні коливальні процеси помітно згасають через дисипацію енергії, а амплітуда деформації падає до меж від +0,25 мм до -0,30 мм. Для трапецієподібного імпульсу на відстані 70 метрів над ГОК також спостерігається симетричне затухання коливальних з амплітудним розмахом від +0,25 мм до -0,25 мм. Така хвильова картина повністю обґрунтовується закономірностями поширення поздовжніх хвиль у колоні при роботі осцилятора з частотою 8 Гц.

Модифіковані трапецієподібні коливання формують насичений чотирипіковий спектр на частотах 8, 16, 24 та 32 Гц з амплітудами 4,1 кН, 2,1 кН, 1,3 кН та 0,7 кН відповідно. Поява цих додаткових високих частот на осцилограмах обґрунтовується явищем переривчастого ковзання (stick-slip) КНБК та нерівномірним розподілом хвильової енергії в похилому стовбурі.

Аналіз частотного відгуку та фазової динаміки осьового навантаження на долото показує складні нелінійні закономірності трансформації імпульсів у похило-скерованій ділянці свердловини. Основна концентрація хвильової енергії та узгодженість фаз для всіх досліджених форм коливань відбувається на базовій робочій частоті гідравлічного осцилятора 8 Гц. При використанні гармонійної синусоїди з амплітудою піка 3,8 кН коливання залишаються монохроматичними, що свідчить про стабільну фазову траєкторію без розсіювання енергії на вищих модах. Для трикутної форми збурення високий приведений коефіцієнт амплітуди 1,22474 призводить до виникнення фазового запізнення та появи додаткового піка 0,6 кН на частоті 24 Гц. Найбільш насиченою за спектральним складом та фазовими зсувами є трапецієподібна форма коливань, що генерує головний резонансний пік амплітудою 4,5 кН на частоті 8 Гц. Фазове спотворення трапецієподібного сигналу супроводжується генерацією другої гармоніки на частоті 24 Гц (близько 1,4 кН) та третьої гармоніки на частоті 40 Гц (до 0,5 кН). Подвійна синусоїда з коефіцієнтом приведеної амплітуди 0,86445 суттєво змінює фазовий кут процесу, формуючи потужний гармонічний відгук величиною 3,5 кН на подвоєній частоті 16 Гц. У випадку модифікованих трикутних коливань спостерігається послідовна деградація фазової синхронізації пружних хвиль на частотах 8 Гц (3,1 кН), 16 Гц (1,6 кН) та 24 Гц (1,0 кН). Модифікована трапецієподібна форма з коефіцієнтом 1,504 вносить виражений фазовий зсув через ефект переривчастого ковзання, розмиваючи енергію на чотири піки до частоти 32 Гц. Такі значні фазові зміни та розходження амплітуд повністю обґрунтовуються переходом системи від статичного коефіцієнта тертя 0,34 до динамічного рівня 0,19 при механічній швидкості буріння 0,003 м/с.

### 3.7 Висновки до 3 розділу

1. На основі проведеного аналізу нелінійної динаміки встановлено, що при кутах нахилу стовбура понад  $25^\circ$  суттєво активізується ефект переривчастого ковзання (stick-slip) та зростає частота зіткнень інструменту з нижньою стінкою стовбура. Доведено, що впровадження полегшених алюмінієвих секцій бурильних труб замість традиційних сталевих підвищує загальну гнучкість системи в 1,1–1,8 рази. Чисельно обґрунтовано, що в процесі моделювання на похилій ділянці зі zenітним кутом  $39^\circ$  запуск ГОК забезпечує падіння сил тертя від статичного коефіцієнта 0,34 до динамічного рівня 0,19.

2. Дослідження частотних характеристик чотирьох базових компоновок показало, що збільшення загальної довжини колони призводить до закономірного зниження частот власних поздовжніх коливань. Зокрема, перша власна частота  $\omega_I$  знижується від 0,58 Гц при довжині першого ступеня 2225 м до мінімального значення 0,28 Гц при довжині 4750 м. Для найбільш жорсткої суцільносталевої компоновки розраховано вищі гармоніки другого та третього тонів власних коливань, які склали відповідно  $\omega_{II} = 1,74$  Гц та  $\omega_{III} = 2,91$  Гц. Отримані дані підтверджують високу ймовірність виникнення стоячих хвиль та концентрації втомних напружень у зонах перехідників.

3. Розроблена динамічна модель дозволила детально диференціювати часові інтервали функціонування бурильного інструменту з механічною швидкістю проходки 0,003 м/с. Зафіксовано, що початковий інтервал моделювання тривалістю від 0 до 10 секунд характеризується різкими перехідними процесами та значними коливаннями осьової сили через раптове падіння фрикційного опору. Повний вихід системи на усталений динамічний режим роботи з повною адаптацією хвильових процесів ГОК фіксується,

починаючи з 15 секунди обчислень. Оцінка підсумкових сил тертя та ефективності доведення корисного навантаження до вибою надійно розраховувалася в межах стабільного часового діапазону від 20 до 100 секунд.

4. У процесі порівняльного зіставлення сигналів за умов їхньої повної енергетичної еквівалентності виявлено низьку продуктивність загострених форм збурюючої сили. Класичний трикутний імпульс із високим приведеним коефіцієнтом амплітуди 1,22474 продемонстрував найгірший результат, забезпечивши середньоквадратичне значення осьової сили на долоті лише 13822 Н. Цей режим супроводжується незадовільним рівнем фрикційного опору бурильних труб, середнє значення якого склало максимальні 12279 Н. Традиційна синусоїдальна форма (коефіцієнт амплітуди 1) показала помірні проміжні результати із середнім корисним навантаженням на рівні 14796 Н та коефіцієнтом його зростання 1,8495.

5. Математично та чисельно доведено, що найбільш ефективними для зниження сил опору є плоскі та енергонасичені форми імпульсів збурюючої сили ГОК. Оптимальна трапецієподібна геометрія коливань, що має найменший приведений коефіцієнт амплітуди 0,77459, згенерувала максимальне СКЗ корисної осьової сили величиною 18112 Н. Застосування трапецієподібного збурення дозволило досягти найвищого коефіцієнта зростання навантаження на рівні 2,264 та мінімізувати СКЗ сил тертя до позначки 10038 Н. Модифіковані трапецієподібні імпульси та подвійна синусоїда підтвердили цю закономірність, продемонструвавши ефективну передачу осьового зусилля величиною 17082 Н та 15575 Н відповідно.

6. Частотний аналіз часових осцилограм за допомогою дискретного перетворення Фур'є підтвердив складний багатогармонічний характер хвильових процесів під впливом нелінійних фрикційних сил. На амплітудно-частотних характеристиках усіх досліджених режимів зафіксовано чітке

домінування основного резонансного піка на робочій частоті осцилятора 8 Гц. При трапецієподібному збуренні амплітуда основного піка сягає максимального значення 4,5 кН, а в спектрі виникають вищі гармоніки на частотах 24 Гц (1,4 кН) та 40 Гц (0,5 кН). Модифікована трапецієподібна форма формує насичений спектральний склад із послідовними резонансними амплітудами 4,1 кН, 2,1 кН, 1,3 кН та 0,7 кН на частотах 8, 16, 24 та 32 Гц відповідно.

7. Дослідження просторового розподілу деформацій матеріалу труб на стабілізованому проміжку від 40 до 42 секунд виявило зони найбільшої динамічної інтенсивності хвильових процесів. Поблизу фактичного вибою розмах поздовжніх деформацій для трапецієподібної форми становить від -0,22 мм до -0,58 мм, а в перерізі 35 метрів під ГОК стиснення сягає максимуму від -0,15 мм до -0,70 мм. Знакозмінний розмах хвиль із найбільшою амплітудою розтягу-стиску від +0,35 мм до -0,50 мм спостерігається в перерізі на відстані 35 метрів над джерелом збурення. На значному віддаленні у 70 метрів над ГОК фіксується ефективне затухання коливальної енергії під дією в'язкого опору розчину, що звужує розмах деформацій до симетричних меж.

## РОЗДІЛ 4

### МЕТОДИКА ОЦІНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КНБК У СКЕРОВАНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

#### 4.1 Особливості визначення параметрів напружено-деформованого стану в елементах КНБК за відомими параметрами коливань

Визначення параметрів НДС елементів КНБК за даними реєстрації коливань у реальному часі базується на фундаментальних принципах динаміки споруд та обернених задач механіки деформівного твердого тіла. Зареєстровані високочастотні сигнали прискорень, швидкостей та переміщень відображають миттєву реакцію металоконструкції на складні зовнішні збурення в свердловині [19 –23, 26 – 33, та ін.]. Для інтерпретації цих даних використовують динамічні математичні моделі КНБК, найчастіше побудовані на основі МСЕ або диференціальних рівнянь балки Тимошенка. Процес обчислення НДС вимагає безперервної ідентифікації граничних умов, які постійно змінюються через контакт інструменту зі стінками свердловини та вибоєм. Реальні коливання слугують індикатором амплітудно-частотних характеристик системи, що дозволяє в режимі онлайн коригувати матриці жорсткості та демпфування розрахункової схеми [1, 5, 6, 7, 44, 50, 89 та ін.]. Математичний алгоритм трансформує амплітуди коливань через передавальні функції або матриці податливості безпосередньо у значення внутрішніх зусиль: згинальних і крутних моментів, а також осьових сил. Знаючи ці зусилля та геометричні характеристики поперечних перерізів елементів КНБК, інженерне програмне забезпечення обчислює компоненти тензора напружень і деформацій у будь-якій критичній точці. Особлива увага приділяється зонам концентрації напружень, таким як замкові з'єднання, переходи діаметрів та зони встановлення центраторів [19 –23, 26 – 33, 35, 36

та ін.]. Головною перевагою використання динамічних коливальних параметрів є можливість врахування нелінійних ефектів, зокрема поздовжньо-поперечного згину та відцентрових сил інерції під час обертання [106]. Крім того, аналіз спектрального складу коливань дозволяє виявити небезпечні резонансні режими та автоколивання типу «stick-slip» або «whirl», які викликають екстремальні втомні напруження. Постійне відстеження НДС дає змогу розраховувати накопичену втомну пошкоджуваність матеріалу КНБК безпосередньо під час буріння. Отримані у реальному часі значення еквівалентних напружень порівнюються з граничними значеннями міцності та текучості сталі або сплавів. Це забезпечує надійний захист від раптових аварійних руйнувань, викликаних крихким або втомним зламом бурильного інструменту. Інформація про поточний деформований стан також допомагає оцінити реальну траєкторію руху долота та прогнозувати інтенсивність викривлення стовбура свердловини [106]. Синхронізація телеметричних даних із розрахунковими модулями НДС створює цифровий двійник нижньої частини бурильної колони. У підсумку, такий інтегрований підхід кардинально підвищує точність керування процесом буріння, оптимізує механічну швидкість проходки та мінімізує капітальні витрати на ліквідацію наслідків можливих підземних аварій.

Для визначення НДС елементів КНБК за відомими параметрами коливань використовують диференціальні рівняння динаміки балки (зазвичай теорії Тимошенка або Ейлера-Бернуллі) та геометричні і фізичні співвідношення механіки суцільних середовищ [101, 102, та ін.]. Розглянемо основні типи рівнянь для визначення НДС елементів КНБК за відомими параметрами коливань. Поперечні коливання викликають згинальні моменти, які є головною причиною втомного руйнування КНБК. Диференціальне рівняння зв'язку моменту і переміщень за Ейлером-Бернуллі має наступний вигляд:

$$M_z(x, t) = EJ_z \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \quad (4.1)$$

де  $M_z$  – згинальний момент,  $E$  – модуль Юнга матеріалу,  $J_z$  – осьовий момент інерції перерізу,  $v(x, t)$  – поперечне коливальне переміщення балки як функція координати  $x$  та часу  $t$ .

У відповідності до рівняння (4.1) нормальні напруження згину:

$$\sigma_{zgin}(x, y, t) = \frac{M_z(x, t)}{W_z} = \frac{M_z(x, t)}{J_z} y = Ey \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \quad (4.2)$$

де  $W_z$  – момент опору при згині;  $y$  – відстань від нейтральної осі до досліджуваної точки (для зовнішньої стінки труби радіусом  $R$  приймається  $y = R$ ).

Врахування кута повороту перерізу (модель Тимошенка для товстостінних елементів КНБК):

$$\sigma_{zgin}(x, y, t) = E \cdot y \frac{\partial \theta_z(x, t)}{\partial x} \quad (4.3)$$

де  $\theta_z(x, t)$  – кут повороту поперечного перерізу внаслідок згину, який безпосередньо фіксується інклінометричними датчиками.

Крутильні коливання (зокрема явище "stick-slip") викликають дотичні напруження, які можуть призвести до розкручування або зрізу різбових з'єднань. Диференціальне рівняння зв'язку крутного моменту та кута закручування:

$$M_{kr}(x,t) = GJ_p \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x} \quad (4.4)$$

де  $M_{kr}$  – крутний момент,  $G$  – модуль зсуву матеріалу,  $J_p$  – полярний момент інерції перерізу,  $\varphi(x,t)$  – коливальний кут закручування.

Рівняння максимальних дотичних напружень кручення:

$$\tau_{kr}(x,r,t) = \frac{M_{kr}(x,t)}{J_p} \cdot r = G \cdot r \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x} \quad (4.5)$$

де  $r$  – радіус точки (максимальні напруження виникають на зовнішній поверхні при  $r = R$ ).

Поздовжні коливання викликають динамічні сили стиску або розтягу, які додаються до статичного осевого навантаження бурильного інструменту. Диференціальне рівняння зв'язку осевої сили та переміщень:

$$N(x,t) = EF \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \quad (4.6)$$

де  $N$  – осева сила,  $F$  – площа поперечного перерізу елемента КНБК,  $w(x,t)$  – поздовжнє коливальне переміщення.

Рівняння поздовжніх нормальних напружень:

$$\sigma_{os}(x,t) = \frac{N(x,t)}{F} = E \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \quad (4.7)$$

Еквівалентні (сумарні) напруження для елементів КНБК за IV теорією міцності. Оскільки в реальних умовах буріння КНБК зазнає одночасної дії

всіх видів коливань, загальний НДС оцінюють за енергетичною теорією Губера-Мізеса-Генкі:

$$\sigma_{ekv}(x, y, t) = \sqrt{(\sigma_{stat} + \sigma_{os}(x, t) + \sigma_{zgin}(x, y, t))^2 + 3(\tau_{stat} + \tau_{kr}(x, r, t))^2} \quad (4.8)$$

де  $\sigma_{stat}$  та  $\tau_{stat}$  – статичні компоненти напружень від власної ваги, гідростатичного тиску промивальної рідини та стабільного крутного моменту ротора.

Оскільки датчики телесистем (MWD) у реальному часі зазвичай фіксують коливальні прискорення  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ , для використання вищевказаних рівнянь застосовують подвійне інтегрування за часом  $t$ , або переходять у частотну область через перетворення Фур'є:

$$v(x, t) = \iint a_y(x, t) dt dt \Rightarrow V(x, \omega) = -\frac{A_y(x, \omega)}{\omega^2} \quad (4.9)$$

де  $\omega$  – кругова (циклічна) частота коливань,  $A_y$  – амплітуда коливального прискорення на цій частоті.

Для реєстрації коливань КНБК у реальному часі використовуються спеціалізовані телеметричні системи MWD (Measurement While Drilling). Датчики інтегруються безпосередньо у товстостінну БТ, або немагнітну ОБТ, ближче до долота [107]. Датчики, реєструють осьові, поперечні та торсійні коливання блоками записів для різних глибин і різних часових інтервалів (рис. 4.1). На даний час в телесистемах ДП “Schlumberger Services Ukraine” застосовуються датчики, здатні реєструвати в режимі реального часу параметри коливань з частотою запису від 0,2 до 200 Гц (табл. 4.1) [108].

Таблиця 4.1 – Значення частоти запису датчиками телесистем

| Параметри вимірювань                                | Датчик       | Частота запису даних, Гц |
|-----------------------------------------------------|--------------|--------------------------|
| Ударні навантаження: осьові, поперечні (латеральні) | Акселерометр | 0,2-150                  |
| Швидкість обертання БК, контріння КНБК (Stick-Slip) | Магнітометр  | 4                        |
| Вибійне навантаження на долоті                      | Тензометр    | 200                      |

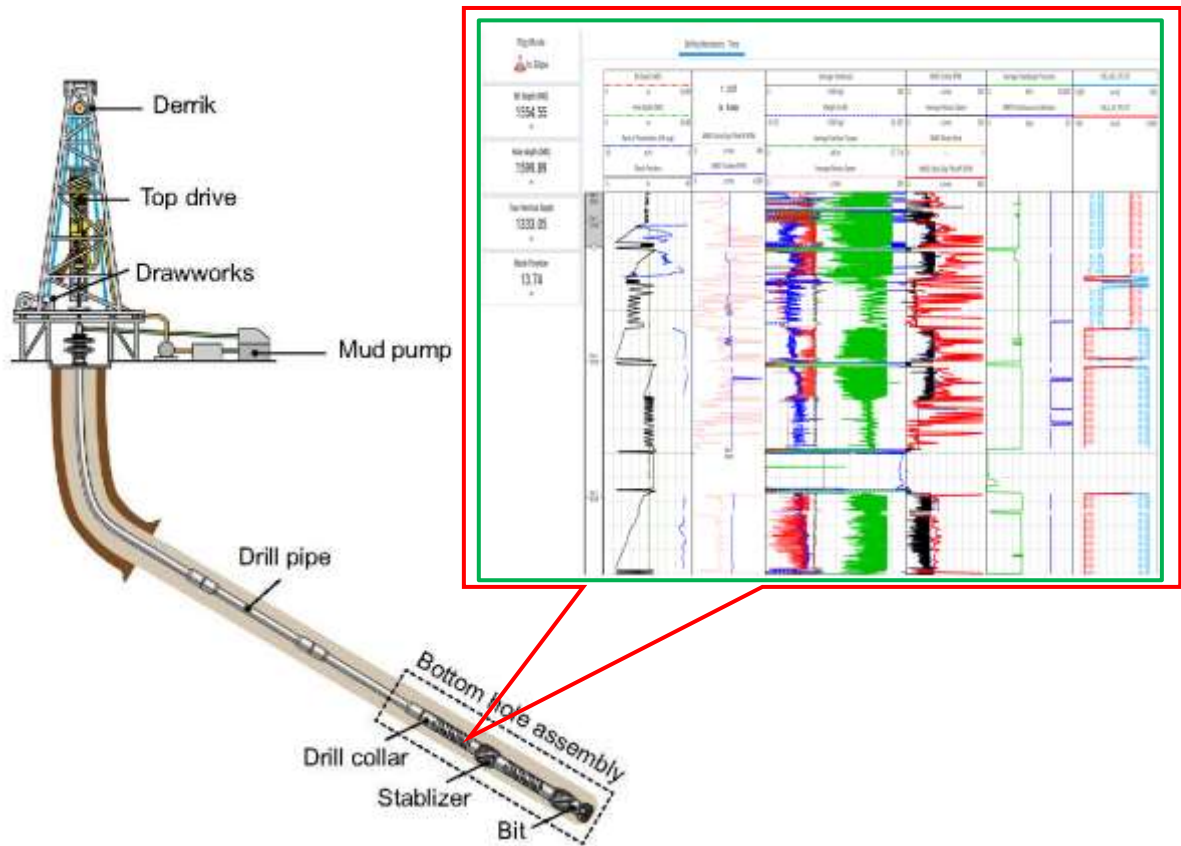


Рисунок 4.1 – Візуалізація процесу реєстрації параметрів роботи КНБК у скерованих свердловинах в режимі реального часу

1) Акселерометри (Датчики прискорень) – це базові елементи для вимірювання динамічних навантажень. Для повного аналізу використовують триосьові блоки акселерометрів (3D-акселерометри). Тензорезистивні та

п'єзоелектричні акселерометри реєструють ударні навантаження та високочастотні вібрації. MEMS-акселерометри (на кремнієвих мікросистемах) вимірюють як статичне гравітаційне поле (для інклінометрії), так і динамічні прискорення. Зазначені акселерометри фіксують: у повздовжній осі  $a_z$  – осьові коливання (bouncing); у поперечних осях  $a_x$ ,  $a_y$  – поперечні коливання (whirl) та удари об стінки свердловини.

2) Триосьові ферозондові магнітометри вимірюють проєкції геомагнітного поля Землі. При обертанні КНБК поперечні магнітометри фіксують синусоїдальну зміну сигналу. Нерівномірність частоти цього сигналу дозволяє розрахувати миттєву кутову швидкість. Це головний інструмент для виявлення крутильних коливань (stick-slip) та оцінки закручування колони.

3) Гіроскопи (волоконно-оптичні або MEMS) використовуються як альтернатива або доповнення до магнітометрів, особливо в умовах магнітних завад (наприклад, поблизу інших свердловин). Фіксують безпосередньо кутову швидкість обертання навколо осей. Торсійні коливання ротора, високочастотні мікро-зупинки долота та кутову швидкість обертового згину (whirling).

4) Затрубні та внутрітрубні датчики тиску виготовляються як високочастотні кварцові або п'єзорезистивні датчики тиску бурового розчину. Вони вимірюють пульсації тиску в промивальному каналі та в затрубному просторі. Гідравлічні хвилі, які виникають внаслідок поршневого ефекту при осьових коливаннях долота (bit bounce), а також резонансні явища в потоці рідини.

5) Інтегровані тензOMETричні підвулки (Strain Gauge Subs) – це датчики, що встановлюються у спеціальні пази на зовнішній поверхні перевідки під захисні кожухи. Вони вимірюють безпосередньо деформацію

металу, а не прискорення. Їх тензорезистори з'єднуються за схемою моста Вітстона. Такі датчики реєструють Осьові тензодатчики реєструють динамічне осьове навантаження на долото (Dynamic WOB); торсійні тензодатчики – динамічний крутний момент на долоті (Dynamic TOB); згинальні тензодатчики – прямий згинальний момент у точці вимірювання.

б) Особливості збору та передачі даних може здійснюватись у двох режимах. На режимі реального часу (Real-Time) через низьку швидкість гідравлічного каналу зв'язку (Mud Pulse) передаються лише усереднені індекси вібрації (наприклад, середньоквадратичне значення RMS або пікові прискорення за інтервал 10-30 секунд). На режимі запису у чорну скриньку (Memory Black Box) сигнали з частотою дискретизації від 100 до 1000 Гц записуються в енергонезалежну пам'ять датчика для детального аналізу НДС після підйому КНБК.

Зареєстровані в режимі реального часу датчиками телеметричних систем MWD TOB “Шлюмберже Сервісез Україна” поздовжні, поперечні та крутильні коливання КНБК з РКС та КНБК з ГВД, показані відповідно на рис. 4.2 і 4.3 [54]. Всі вони по своїй суті є функціями з двома змінними – координати  $x$  та часу  $t$ . В аналітичній формі кожен плоску елементарну гармонічну хвилю таких коливань з достотною точністю можна описати наступним рівнянням:

$$y(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \phi_0), \quad (4.10)$$

де  $A$  – амплітуда коливань;

$\omega$  – циклічна частота коливань;

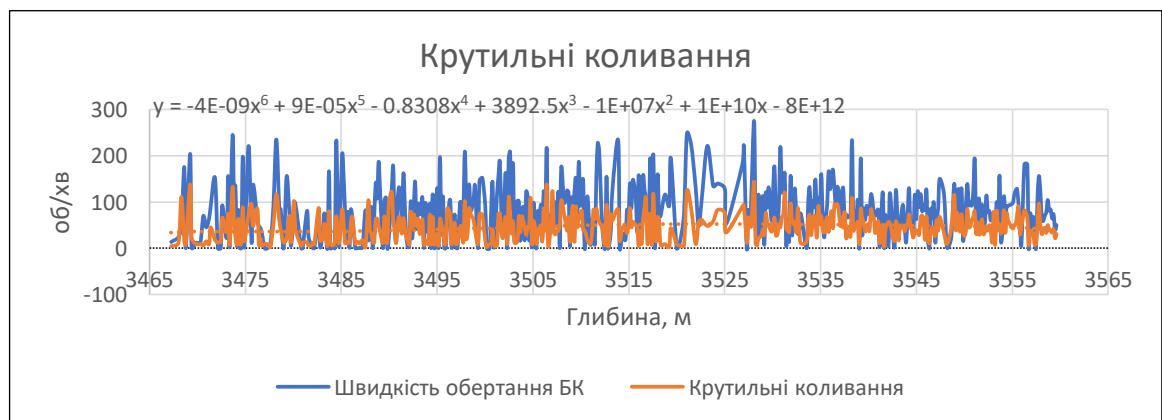
$\phi_0$  – початкова фаза коливань.



а)



б)



в)

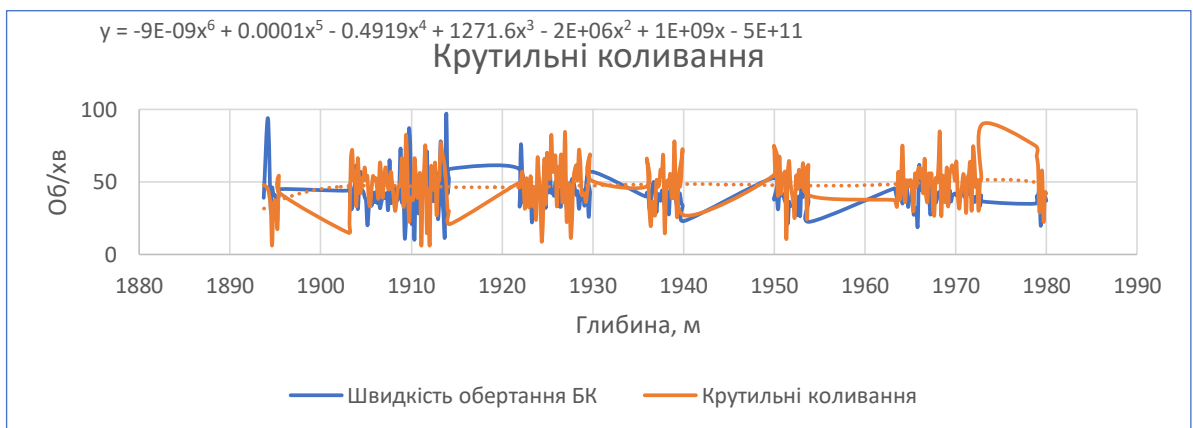
Рисунок 4.2 – Поперечні (латеральні) а), осьові б), та крутильні в) вібрації  
КНБК з РКС



а)



б)



в)

Рисунок 4.3 – Поперечні (латеральні) а), осьові б), та крутильні в) вібрації  
КНБК з ГВД

Механічні коливання характеризуються хвильовим числом яке показує кількість повних циклів коливань на одиницю довжини (у радіанах на метр). Якщо циклічна частота  $\omega$  описує, як швидко хвиля змінюється у часі, то хвильове число  $k$  описує, як швидко вона змінюється у просторі. Хвильове число показує зміну фази хвилі на одиницю довжини і визначається через відношення часової частоти до швидкості:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v \cdot T} = \frac{\omega}{v}; \quad (4.11)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі;

$v$  – фазова швидкість хвилі;  $T$  – період.

Із застосуванням операційного модуля Signal Processing програмного середовища Maple проведено цифрову обробку графіків коливань КНБК (рис. 4.2 і 4.3) та встановлено хвильові числа коливних процесів (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Хвильові числа  $k$  зареєстрованих коливань КНБК

| Вид коливань | КНБК з РКС | КНБК з ГВД |
|--------------|------------|------------|
| Поперечні    | 6,28       | 12,57      |
| Поздовжні    | 2,21       | 3,57       |
| Крутильні    | 9,11       | 3,14       |

#### 4.2 Розрахункова схема оцінки навантаженості орієнтованої КНБК у стовбурі скерованої свердловини

Абстрагуючись на поставленні завдання застосуємо розрахункову схему та систему рівнянь рівноваги та руху орієнтованої КНБК та сил взаємодії зі стінками горизонтальної ділянки свердловини, розроблені у [109]. Для побудови розрахункової схеми КНБК застосуємо конструктивні та техніко-технологічні параметри орієнтованих КНБК з РКС і з ГВД, що використовувались ТоВ “Сміт Сервісез Україна” (табл. 4.3, 4.4) [53].

Таблиця 4.3 – Коротка технічна характеристика КНБК з використанням РКС

| №  | Елемент КНБК                                         | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |            |
|----|------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|------------|
|    |                                                      |                |               | Довжина,<br>м | Маса,<br>т |
| 1  | Долото MR613V PDC Bit                                | 152,4          | 0,19          | 0,19          | 0,01       |
| 2  | РКС, PD Orbit 475 AA 6" Slick CC-AB                  | 132,0          | 3,96          | 4,15          | 0,22       |
| 3  | Немагнітний перевідник Flex Sub                      | 124,0          | 1,40          | 5,55          | 0,31       |
| 4  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab                | 149,23         | 1,37          | 6,92          | 0,38       |
| 5  | Немагнітний зворотній клапан<br>NM Float Sub w/Float | 121,0          | 1,13          | 8,05          | 0,46       |
| 6  | Орієнтуючий перевідник UBHO Sub                      | 121,0          | 0,93          | 8,98          | 0,52       |
| 7  | Немагнітна ОБТ з телесистемою MWD                    | 121,0          | 9,31          | 18,29         | 1,22       |
| 8  | Немагнітний КЛС 5 7/8"<br>NM String Stab 149 мм      | 149,23         | 1,41          | 19,70         | 1,29       |
| 9  | Немагнітна ОБТ 1x 4 3/4" NMDC                        | 121,0          | 9,31          | 29,01         | 1,94       |
| 10 | ТБТ 3-1/2" HWDP 13 x 3-1.2"                          | 127,0          | 122,44        | 151,45        | 7,38       |
| 11 | ГОК Agitator 4 3/4"                                  | 121,0          | 3,42          | 154,87        | 7,56       |
| 12 | Амортизатор                                          | 122,4          | 3,50          | 158,37        | 7,62       |
| 13 | ТБТ 3-1/2" HWDP 23 x 3-1/2"                          | 127,0          | 216,45        | 374,82        | 17,4       |
| 14 | Яс                                                   | 121,0          | 9,10          | 383,92        | 18,1       |
| 15 | ТБТ 3-1/2" HWDP 12 x 3-1/2"                          | 127,0          | 112,24        | 496,16        | 22,9       |
| 16 | Перевідник Misc. Sub                                 | 136,0          | 0,50          | 496,66        | 23,1       |

Таблиця 4.4 – Коротка технічна характеристика КНБК з використанням ГВД

| №  | Елемент КНБК                                         | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |            |
|----|------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|------------|
|    |                                                      |                |               | Довжина,<br>м | Маса,<br>т |
| 1  | Долото MR613V PDC Bit                                | 152,4          | 0,18          | 0,18          | 0,02       |
| 2  | ГВД A475M5683GT PowerPak, 5 27/32"                   | 148,43         | 8,53          | 8,71          | 0,53       |
| 3  | Немагнітний зворотній клапан<br>NM Float Sub w/Float | 121,0          | 1,13          | 9,84          | 0,61       |
| 4  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab                | 149,225        | 1,37          | 11,21         | 0,69       |
| 5  | Орієнтуючий перевідник UBHO Sub                      | 121,0          | 0,93          | 12,14         | 0,75       |
| 6  | Немагнітна ОБТ з телесистемою                        | 121,0          | 9,31          | 21,45         | 1,44       |
| 7  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab                | 149,23         | 1,41          | 22,86         | 1,52       |
| 8  | Немагнітна ОБТ 1x 4 3/4" NMDC                        | 121,0          | 9,31          | 32,17         | 2,17       |
| 9  | ТБТ 3-1/2" HWDP 13 x 3-1.2"                          | 127,0          | 122,44        | 154,61        | 7,62       |
| 10 | ГОК Agitator 4 3/4"                                  | 121,0          | 2,84          | 157,45        | 7,76       |
| 11 | Амортизатор                                          | 121,0          | 3,34          | 160,79        | 7,95       |
| 12 | ТБТ 3-1/2" HWDP 23 x 3-1/2"                          | 127,0          | 216,45        | 377,24        | 17,6       |
| 13 | Яс                                                   | 121,0          | 9,10          | 386,34        | 18,2       |
| 14 | ТБТ 3-1/2" HWDP 12 x 3-1/2"                          | 127,0          | 112,24        | 498,58        | 23,1       |
| 15 | Перевідник Misc. Sub                                 | 136,0          | 0,50          | 499,08        | 23,3       |

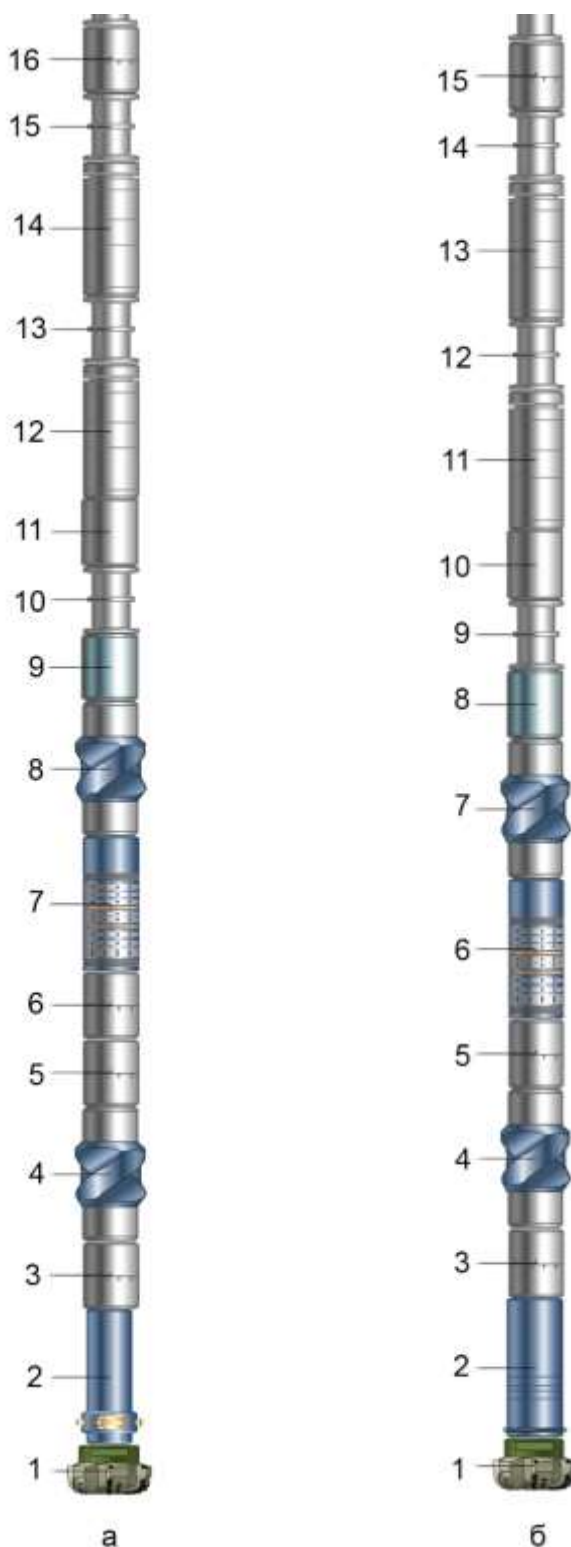


Рисунок 4.4 – Орієнтовані КНБК для буріння скерованої свердловини [53]  
 а) КНБК з використанням РКС; б) КНБК з використанням ГВД  
 (номери позицій відповідають порядковим номерам у табл. 1 і 2 відповідно)

Для більшої універсальності надамо КНБК похилого спрямування під кутом  $\alpha$  до вертикалі (рис.4.5). Розрахункова схема орієнтованої КНБК являє собою стержневу механічну систему, що складається із ділянок різної довжини, маси та жорсткості, які включають центруючі елементи, що визначають положення осі системи на певних інтервалах. При взаємодії центруючих елементів з обмежуючими в'язями (стінками свердловини) можливі радіальні зміщення осі КНБК, спричинені деформацією стінок свердловини за рахунок появи виробок, радіально переміщення деталей центруючих елементів, зазором між цими елементами та стінками свердловини.

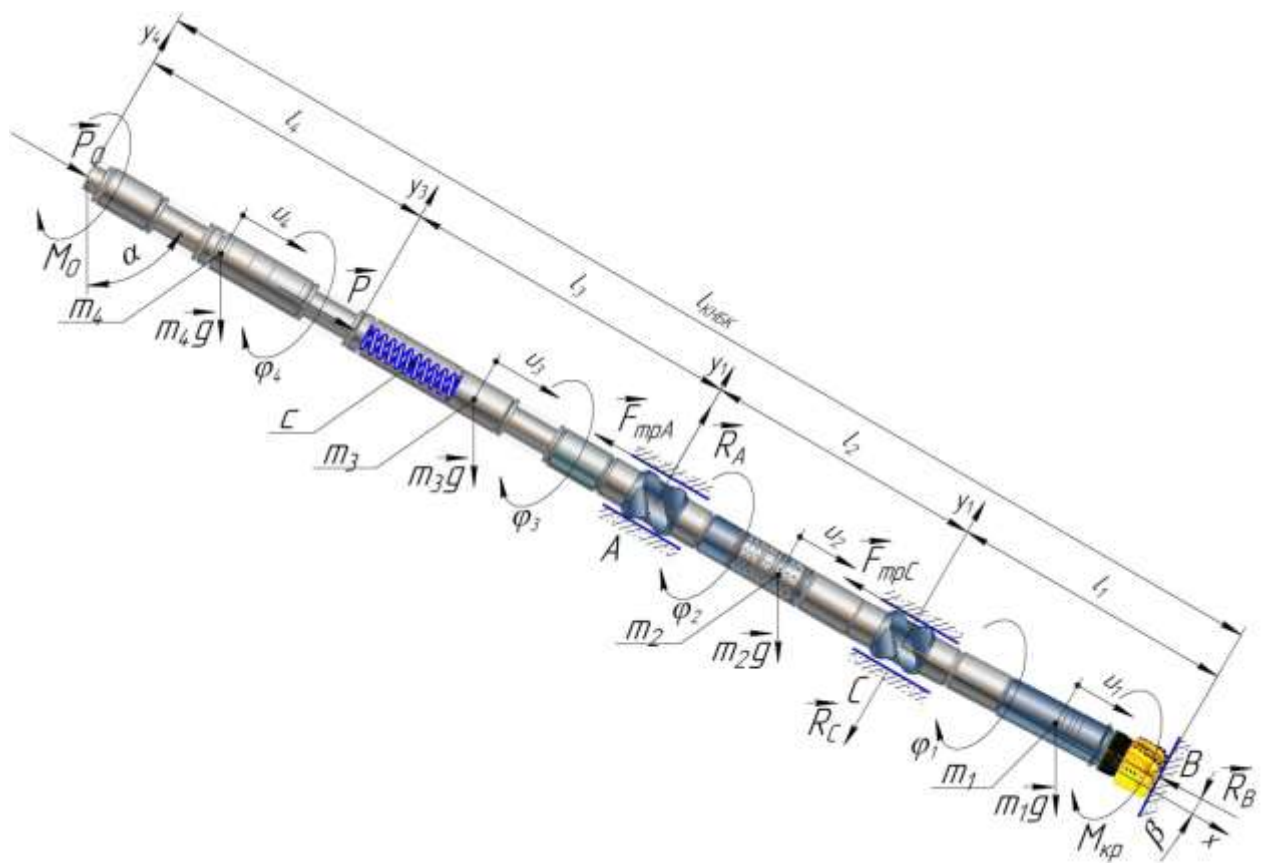


Рисунок 4.5 – Розрахункова схема орієнтованої КНБК спорядженої ГОК

Саме тому, можливими переміщеннями КЛС в точках  $A$  і  $C$  у радіальному напрямку у відповідності до принципу можливих переміщень, скористаємося для визначення реакцій стінок свердловини  $\vec{R}_A$  і  $\vec{R}_C$ . Реакцію в точці  $B$ , визначимо як рівнодійну від осьової сили, що передається з боку бурильної колони до кінця КНБК з урахуванням динамічної складової та сил тертя  $\vec{R}_A$  і  $\vec{R}_C$ , що виникають між елементами КНБК і стінкою свердловини у точках  $A$  і  $C$ . Поділимо КНБК на чотири ділянки: ділянка 1 від долота до першого опорного елемента  $C$ ; ділянка 2 між опорними елементами  $C$  та  $A$ ; ділянка 3 від елемента  $A$  до верхнього торця ГОК; ділянка 4 від верхнього торця ГОК до верхнього торця КНБК. Введемо наступні позначення геометричних, силових параметрів на розрахунковій схемі:

$l_1, l_2, l_3, l_4$  – довжини 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$m_1, m_2, m_3, m_4$  – зведені маси 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$u_1, u_2, u_3, u_4$  – осьові зміщення 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  – кути повороту 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$F_{mpC} = -f |R_C| \text{sign}(\dot{u}_1)$ ;  $F_{mpA} = -f |R_A| \text{sign}(\dot{u}_2)$  – сили тертя, що виникають між елементами КНБК і стінкою свердловини у точках  $A$  і  $C$  відповідно;

$f$  – динамічний коефіцієнт тертя;

$P(x, t) = P_0 + P_{osci}(x, t)$  – активна осьова сила в КНБК;  $P_0$  – статична складова навантаження, що створюється частиною ваги ступені БТ,  $P_{osci}(x, t)$  – динамічна складова навантаження, що створюється ГОК;

$R_A$  і  $R_C$  – реакцій стінок свердловини у точках  $A$  і  $C$  відповідно;

$R_B$  – реакція вибою свердловини;

$M_{kp}$  – крутний момент на долоті;

$M_0$  – обертовий момент ступені БТ;

$C$  – зведений коефіцієнт жорсткості еквівалентного пружного тіла ГОК;

$\beta$  – кут відхилення осі обертання долота відносно осі КНБК;

$\alpha$  – кут відхилення осі КНБК від вертикалі;

Осьові, поперечні та крутильні прискорення вузлів орієнтованої КНБК, а також їх координати в режимі реального часу на даний час реєструються блоками акселерометрів, якими комплектуються сучасні телесистеми [108]. В такий спосіб, узагальнені координати та їх перші і другі похідні можна вважати відомими кінематичними параметрами, які можна отримати шляхом прямого вимірювання.

#### 4.3 Модель оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при поздовжньо-поперечних коливаннях

Застосовуючи метод декомпозиції для орієнтованої КНБК, розглянемо виділені ділянки з вказаними геометричними та інерційними параметрами, прикладеними активними силовими факторами, дисипативними силами та реакціями в'язей [110]. Для отриманої системи блочних елементів (рис. 4.5) загальний вигляд системи диференціальних рівнянь поздовжньо-поперечного згину матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} EF \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + q \cos \alpha = \rho F \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}; \\ EJ_z \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ P(x,t) \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right] + \rho F \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = q \sin \alpha; \end{cases} \quad (4.12)$$

де  $EF \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}$ ,  $EJ_z \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4}$  – пружні сили поздовжнього розтягу-стиску та поперечного згину;  $\frac{\partial}{\partial x} \left[ P(x,t) \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right]$  – ключовий член поздовжньо-

поперечного згину. Він описує додатковий згинальний момент, який виникає від дії поздовжньої сили  $P(x, t)$  на плечі прогину  $v(x, t)$ .

На основі методу декомпозиції, система (4.10) для чотирьох ділянок КНБК набуде вигляду:

Ділянка 1:

$$\begin{cases} E_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} + q_1 \cos \alpha = \rho_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x_1, t)}{\partial t^2}; \\ E_1 J_{z1} \frac{\partial^4 v_1(x_1, t)}{\partial x_1^4} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ P_1(x_1, t) \frac{\partial v_1(x_1, t)}{\partial x_1} \right] + \rho_1 F_1 \frac{\partial^2 v_1(x_1, t)}{\partial t^2} = q_1 \sin \alpha; \end{cases} \quad (4.13)$$

Ділянка 2:

$$\begin{cases} E_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} + q_2 \cos \alpha = \rho_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x_2, t)}{\partial t^2}; \\ E_2 J_{z2} \frac{\partial^4 v_2(x_2, t)}{\partial x_2^4} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ P_2(x_2, t) \frac{\partial v_2(x_2, t)}{\partial x_2} \right] + \rho_2 F_2 \frac{\partial^2 v_2(x_2, t)}{\partial t^2} = q_2 \sin \alpha; \end{cases} \quad (4.14)$$

Ділянка 3:

$$\begin{cases} E_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} + q_3 \cos \alpha = \rho_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x_3, t)}{\partial t^2}; \\ E_3 J_{z3} \frac{\partial^4 v_3(x_3, t)}{\partial x_3^4} - \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ P_3(x_3, t) \frac{\partial v_3(x_3, t)}{\partial x_3} \right] + \rho_3 F_3 \frac{\partial^2 v_3(x_3, t)}{\partial t^2} = q_3 \sin \alpha; \end{cases} \quad (4.15)$$

Ділянка 4:

$$\begin{cases} E_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x_4, t)}{\partial x_4^2} + q_4 \cos \alpha = \rho_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x_4, t)}{\partial t^2}; \\ E_4 J_{z4} \frac{\partial^4 v_4(x_4, t)}{\partial x_4^4} - \frac{\partial}{\partial x_4} \left[ P_4(x_4, t) \frac{\partial v_4(x_4, t)}{\partial x_4} \right] + \rho_4 F_4 \frac{\partial^2 v_4(x_4, t)}{\partial t^2} = q_4 \sin \alpha; \end{cases} \quad (4.16)$$

Зовнішні граничні умови (на краях КНБК):

$$\left\{ \begin{array}{l} E_4 F_4 \frac{\partial w_4(l_4, t)}{\partial x_4} = P; v_4(l_4, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 v_4(l_4, t)}{\partial x_4^2} = 0; \\ E_1 F_1 \frac{\partial w_1(0, t)}{\partial x_1} = R_B; \frac{\partial^2 v_1(0, t)}{\partial x_1^2} = 0; G_1 J_{p1} \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x_1} = M_{kp}. \end{array} \right. \quad (4.17)$$

Внутрішні умови спряження та контакту зі стінками свердловини:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1(l_1, t) = w_2(0, t), \quad v_1(l_1, t) = v_2(0, t) = \delta_C; \frac{\partial v_1(l_1, t)}{\partial x_1} = \frac{\partial v_2(0, t)}{\partial x_2}; \\ E_1 J_{z1} \frac{\partial^2 v_1(l_1, t)}{\partial x_1^2} = E_2 J_{z2} \frac{\partial^2 v_2(0, t)}{\partial x_2^2}; E_2 J_{z2} \frac{\partial^3 v_2(0, t)}{\partial x_2^3} - E_1 J_{z1} \frac{\partial^3 v_1(l_1, t)}{\partial x_1^3} = R_C; \\ w_2(l_2, t) = w_3(0, t), \quad v_2(l_2, t) = v_3(0, t) = \delta_A; \frac{\partial v_2(l_2, t)}{\partial x_2} = \frac{\partial v_3(0, t)}{\partial x_3}; \\ E_2 J_{z2} \frac{\partial^2 v_2(l_2, t)}{\partial x_2^2} = E_3 J_{z3} \frac{\partial^2 v_3(0, t)}{\partial x_3^2}; E_3 J_{z3} \frac{\partial^3 v_3(0, t)}{\partial x_3^3} - E_2 J_{z2} \frac{\partial^3 v_2(l_2, t)}{\partial x_2^3} = R_A; \\ E_4 F_4 \frac{\partial w_4(0, t)}{\partial x_4} = C \cdot [w_4(0, t) - w_3(l_3, t)]. \end{array} \right. \quad (4.18)$$

Функції згинальних моментів в перерізах ділянок КНБК:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{z1}(x_1) = -P_1 C_{11} \cos(k_1 x_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 x_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2}; \\ M_{z2}(x_2) = -P_2 C_{12} \cos(k_2 x_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 x_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2}; \\ M_{z3}(x_3) = -P_3 C_{13} \cos(k_3 x_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 x_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2}; \\ M_{z4}(x_4) = -P_4 C_{14} \cos(k_4 x_4) - P_4 C_{24} \sin(k_4 x_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2}; \end{array} \right. \quad (4.19)$$

де  $k_i = \sqrt{\frac{P_i}{E_i J_{zi}}}$  – аналітичне хвильове число поперечно-згинальних коливань;  $(i=1,2,3,4)$  – номери ділянок;  $C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}, C_{13}, C_{23}, C_{14}, C_{24}$  – константи інтегрування.

Функції згинальних напружень 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК:

$$\begin{cases} \sigma_{z1}(x_1) = \frac{1}{W_{z1}} \left[ -P_1 C_{11} \cos(k_1 x_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 x_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} \right]; \\ \sigma_{z2}(x_2) = \frac{1}{W_{z2}} \left[ -P_2 C_{12} \cos(k_2 x_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 x_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2} \right]; \\ \sigma_{z3}(x_3) = \frac{1}{W_{z3}} \left[ -P_3 C_{13} \cos(k_3 x_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 x_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2} \right]; \\ \sigma_{z4}(x_4) = \frac{1}{W_{z4}} \left[ -P_4 C_{14} \cos(k_4 x_4) - P_4 C_{24} \sin(k_4 x_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2} \right]. \end{cases} \quad (4.20)$$

Для круглих кільцевих перерізів момент опору при згині визначається за формулою:

$$W_{zi} = 2J_{zi} / D_i \quad (4.21)$$

Тоді з урахуванням (4.25) систему (4.24) запишемо наступним чином:

$$\begin{cases} \sigma_{z1}(x_1) = \frac{2J_{z1}}{D_1} \left[ -P_1 C_{11} \cos(k_1 x_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 x_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} \right]; \\ \sigma_{z2}(x_2) = \frac{2J_{z2}}{D_2} \left[ -P_2 C_{12} \cos(k_2 x_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 x_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2} \right]; \\ \sigma_{z3}(x_3) = \frac{2J_{z3}}{D_3} \left[ -P_3 C_{13} \cos(k_3 x_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 x_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2} \right]; \\ \sigma_{z4}(x_4) = \frac{2J_{z4}}{D_4} \left[ -P_4 C_{14} \cos(k_4 x_4) - P_4 C_{24} \sin(k_4 x_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2} \right]. \end{cases} \quad (4.22)$$

З урахуванням граничних умов (4.21) – (4.22) константи інтегрування  $C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}, C_{13}, C_{23}, C_{14}, C_{24}$  визначаються із наступних виразів:

$$(x_1 = 0): \begin{cases} -P_1 C_{11} + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} = 0; \\ C_{11} + C_{41} = 0; \end{cases} \quad (4.23)$$

$$(x_1 = l_1): \begin{cases} C_{11} \cos(k_1 l_1) + C_{21} \sin(k_1 l_1) + C_{31} l_1 + C_{41} - \frac{q_1 \sin \alpha}{2P_1} l_1^2 = \delta_C; \end{cases}$$

$$(x_2 = 0): \begin{cases} C_{12} + C_{42} = \delta_C; \\ -k_1 C_{11} \sin(k_1 l_1) + k_1 C_{21} \cos(k_1 l_1) + C_{31} - \frac{q_1 \sin \alpha}{P_1} l_1 = k_2 C_{22} + C_{32}; \\ -P_1 C_{11} \cos(k_1 l_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 l_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} = -P_2 C_{12} + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2}; \\ P_2 k_2 C_{22} - \frac{E_2 J_{z2} q_2 \sin \alpha}{P_2} - \\ - \left[ P_1 k_1 C_{11} \sin(k_1 l_1) - P_1 k_1 C_{21} \cos(k_1 l_1) - \frac{E_1 J_{z1} q_1 \sin \alpha}{P_1} \right] = R_C; \end{cases} \quad (4.24)$$

$$(x_2 = l_2): \begin{cases} C_{12} \cos(k_2 l_2) + C_{22} \sin(k_2 l_2) + C_{32} l_2 + C_{42} - \frac{q_2 \sin \alpha}{2P_2} l_2^2 = \delta_A \end{cases}$$

$$(x_3 = 0): \begin{cases} C_{13} + C_{43} = \delta_A; \\ -k_2 C_{12} \sin(k_2 l_2) + k_2 C_{22} \cos(k_2 l_2) + C_{32} - \frac{q_2 \sin \alpha}{P_2} l_2 = k_3 C_{23} + C_{33}; \\ -P_2 C_{12} \cos(k_2 l_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 l_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2} = -P_3 C_{13} + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2}; \\ P_3 k_3 C_{23} - \frac{E_3 J_{z3} q_3 \sin \alpha}{P_3} - \\ - \left[ P_2 k_2 C_{12} \sin(k_2 l_2) - P_2 k_2 C_{22} \cos(k_2 l_2) - \frac{E_2 J_{z2} q_2 \sin \alpha}{P_2} \right] = R_A; \end{cases} \quad (4.25)$$

$$(x_3 = l_3): \begin{cases} C_{13} \cos(k_3 l_3) + C_{23} \sin(k_3 l_3) + C_{33} l_3 + C_{43} - \frac{q_3 \sin \alpha}{2P_3} l_3^2 = C_{14} + C_{44}; \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
(x_4 = 0): & \left\{ \begin{aligned} -k_3 C_{13} \sin(k_3 l_3) + k_3 C_{23} \cos(k_3 l_3) + C_{33} - \frac{q_3 \sin \alpha}{P_3} l_3 &= k_4 C_{24} + C_{34}; \\ -P_3 C_{13} \cos(k_3 l_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 l_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2} &= -P_4 C_{14} + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2}; \\ P_4 k_4 C_{24} - \frac{E_4 J_{z4} q_4 \sin \alpha}{P_4} &= P_3 k_3 C_{13} \sin(k_3 l_3) - P_3 k_3 C_{23} \cos(k_3 l_3) - \\ &- \frac{E_3 J_{z3} q_3 \sin \alpha}{P_3}; \end{aligned} \right. \\
(x_4 = l_4): & \left\{ \begin{aligned} C_{14} \cos(\alpha_4 l_4) + C_{24} \sin(\alpha_4 l_4) + C_{34} l_4 + C_{44} - \frac{q_4 \sin \alpha}{2P_4} l_4^2 &= 0; \\ -P_4 C_{14} \cos(\alpha_4 l_4) - P_4 C_{24} \sin(\alpha_4 l_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{\alpha_4^2} &= 0 \end{aligned} \right.
\end{aligned} \tag{4.26}$$

#### 4.4 Модель оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при крутильних коливаннях

Математична модель крутильних коливань для чотирьох виділених ділянок КНБК у матрично-диференціальній формі враховує полярний момент інерції перерізу, жорсткість матеріалу на зсув та інерційні характеристики:

$$GJ_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x, t)}{\partial x^2} - \rho_i J_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x, t)}{\partial t^2} = q_{kr, i} \tag{4.27}$$

де  $G$  – модуль зсуву матеріалу  $i$ -ої ділянки;

$J_{pi}$  – полярний момент інерції перерізу  $i$ -ої ділянки ;

$\varphi_i(x, t)$  – коливальний кут закручування;

$\rho_i$  – густина матеріалу ділянки КНБК;

$q_{kr, i}$  – інтенсивність зовнішнього моменту сил опору (тертя об стінки свердловини);

$\rho_i J_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x, t)}{\partial t^2}$  – інтенсивність сил інерції матеріалу КНБК при обертанні.

$G J_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x, t)}{\partial x^2}$  – зміна внутрішнього крутного моменту за довжиною колони (інтенсивність внутрішнього пружного моменту), зумовлену деформацією зсуву матеріалу.

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 J_{p1} \frac{\partial^2 \varphi_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} - \rho_1 J_{p1} \frac{\partial^2 \varphi_1(x_1, t)}{\partial t^2} = M_{kp}; \\ G_2 J_{p2} \frac{\partial^2 \varphi_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} - \rho_2 J_{p2} \frac{\partial^2 \varphi_2(x_2, t)}{\partial t^2} = M_{mpC} \cdot \delta(x_2); \\ G_3 J_{p3} \frac{\partial^2 \varphi_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} - \rho_3 J_{p3} \frac{\partial^2 \varphi_3(x_3, t)}{\partial t^2} = M_{mpA} \cdot \delta(x_3); \\ G_4 J_{p4} \frac{\partial^2 \varphi_4(x_4, t)}{\partial x_4^2} - \rho_4 J_{p4} \frac{\partial^2 \varphi_4(x_4, t)}{\partial t^2} = M_0. \end{array} \right. \quad (4.28)$$

Зовнішні граничні умови та умови спряження ділянок КНБК:

$$\begin{aligned} (x_1 = 0) : & \left\{ G_1 J_{p1} \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x_1} = M_{kp}; \right. \\ (x_1 = l_1, x_2 = 0) : & \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(l_1, t) = \varphi_2(0, t); \\ G_2 J_{p2} \frac{\partial \varphi_2(0, t)}{\partial x_2} - G_1 J_{p1} \frac{\partial \varphi_1(l_1, t)}{\partial x_1} = M_{mpC}; \end{array} \right. \\ (x_2 = l_2, x_3 = 0) : & \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2(l_2, t) = \varphi_3(0, t); \\ G_3 J_{p3} \frac{\partial \varphi_3(0, t)}{\partial x_3} - G_2 J_{p2} \frac{\partial \varphi_2(l_2, t)}{\partial x_2} = M_{mpA}; \end{array} \right. \\ (x_3 = l_3, x_4 = 0) : & \left\{ \begin{array}{l} G_4 J_{p4} \frac{\partial \varphi_4(0, t)}{\partial x_4} = C_\varphi [\varphi_4(0, t) - \varphi_3(l_3, t)]; \\ G_3 J_{p3} \frac{\partial \varphi_3(l_3, t)}{\partial x_3} = G_4 J_{p4} \frac{\partial \varphi_4(0, t)}{\partial x_4}; \end{array} \right. \\ (x_4 = l_4) : & \left\{ \varphi_4(l_4, t) = \omega_0 t + \Delta \varphi(t). \right. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Функції крутних моментів 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК:

$$\begin{cases} M_{kp,1}(x_1, t) = G_1 J_{p1} k_1 [-B_{11} \sin(k_1 x_1) + B_{21} \cos(k_1 x_1)] e^{j\omega t}; \\ M_{kp,2}(x_2, t) = G_2 J_{p2} k_2 [-B_{12} \sin(k_2 x_2) + B_{22} \cos(k_2 x_2)] e^{j\omega t}; \\ M_{kp,3}(x_3, t) = G_3 J_{p3} k_3 [-B_{13} \sin(k_3 x_3) + B_{23} \cos(k_3 x_3)] e^{j\omega t}; \\ M_{kp,4}(x_4, t) = G_4 J_{p4} k_4 [-B_{14} \sin(k_4 x_4) + B_{24} \cos(k_4 x_4)] e^{j\omega t}; \end{cases} \quad (4.30)$$

де  $k_i = \omega \sqrt{\frac{j_{pi}}{G_i J_{pi}}}$  – аналітичне хвильове число крутильних коливань;

( $i=1,2,3,4$ ) – номери ділянок;  $B_{11}, B_{21}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{14}, B_{24}$  – константи інтегрування;  $j_{pi}$  – погонний момент інерції.

Функції напружень кручення 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК:

$$\begin{cases} \tau_{kp,1}(x_1, t) = \frac{G_1 J_{p1} k_1}{W_{p1}} [-B_{11} \sin(k_1 x_1) + B_{21} \cos(k_1 x_1)] e^{j\omega t}; \\ \tau_{kp,2}(x_2, t) = \frac{G_2 J_{p2} k_2}{W_{p2}} [-B_{12} \sin(k_2 x_2) + B_{22} \cos(k_2 x_2)] e^{j\omega t}; \\ \tau_{kp,3}(x_3, t) = \frac{G_3 J_{p3} k_3}{W_{p3}} [-B_{13} \sin(k_3 x_3) + B_{23} \cos(k_3 x_3)] e^{j\omega t}; \\ \tau_{kp,4}(x_4, t) = \frac{G_4 J_{p4} k_4}{W_{p4}} [-B_{14} \sin(k_4 x_4) + B_{24} \cos(k_4 x_4)] e^{j\omega t}; \end{cases} \quad (4.31)$$

Для круглих кільцевих перерізів момент опору при крученні визначається за формулою:

$$W_{pi} = \frac{\pi D_i^3}{16} \left( 1 - \left( \frac{d_i}{D_i} \right)^4 \right) \quad (4.32)$$

З урахуванням граничних умов (4.21) – (4.22) константи інтегрування  $B_{11}, B_{21}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{14}, B_{24}$  визначаються із наступних виразів:

$$\begin{aligned}
(x_1 = 0) : & \{ G_1 J_{p1} k_1 B_{21} = M; \\
(x_1 = l_1, x_2 = 0) : & \begin{cases} B_{11} \cos(k_1 l_1) + B_{21} \sin(k_1 l_1) = B_{12}; \\ G_2 J_{p2} k_2 B_{22} - G_1 J_{p1} k_1 [-B_{11} \sin(k_1 l_1) + B_{21} \cos(k_1 l_1)] = M_{mpC}; \end{cases} \\
(x_2 = l_2, x_3 = 0) : & \begin{cases} B_{12} \cos(k_2 l_2) + B_{22} \sin(k_2 l_2) = B_{13}; \\ G_3 J_{p3} k_3 B_{23} - G_2 J_{p2} k_2 [-B_{12} \sin(k_2 l_2) + B_{22} \cos(k_2 l_2)] = M_{mpA}; \end{cases} \quad (4.33) \\
(x_3 = l_3, x_4 = 0) : & \begin{cases} G_4 J_{p4} k_4 B_{24} = C_\varphi \cdot [B_{14} - (B_{13} \cos(k_3 l_3) + B_{23} \sin(k_3 l_3))]; \\ G_3 J_{p3} k_3 [-B_{13} \sin(k_3 l_3) + B_{23} \cos(k_3 l_3)] = G_4 J_{p4} k_4 B_{24}; \end{cases} \\
(x_4 = l_4) : & \{ B_{14} \cos(k_4 l_4) + B_{24} \sin(k_4 l_4) = \Phi_0.
\end{aligned}$$

#### 4.5 Модель оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при поздовжніх коливаннях

Математична модель поздовжніх коливань для чотирьох виділених ділянок КНБК у матрично-диференціальній формі враховує площу поперечного перерізу, модуль пружності матеріалу, інерційні характеристики та інтенсивність зовнішнього поздовжнього погонного навантаження:

$$E_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial x^2} - \rho_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial t^2} = q_{p,i} \quad (4.34)$$

де  $E_i$  – модуль пружності матеріалу  $i$ -ої ділянки;

$F_i$  – площа поперечного перерізу  $i$ -ої ділянки;

$\rho_i$  – густина матеріалу  $i$ -ої ділянки;

$w_i(x, t)$  – функція, що описує поздовжнє переміщення поперечного перерізу  $i$ -ої ділянки КНБК у координаті  $x$  в момент часу  $t$ ;

$q_{p,i}$  – інтенсивність зовнішнього поздовжнього погонного навантаження, що діє на  $i$ -ту ділянку КНБК;

$E_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial x^2}$  – інтенсивність внутрішніх пружних сил (або погонна пружна сила), що діють у поперечному перерізі КНБК;

$\rho_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial t^2}$  – інтенсивність сил інерції (або погонна сила інерції), яка виникає внаслідок коливального руху  $i$ -ої ділянки КНБК.

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x, t)}{\partial x^2} - \rho_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x, t)}{\partial t^2} = -q_1 \cos \alpha, \quad 0 \leq x \leq l_1 \\ E_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x, t)}{\partial x^2} - \rho_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x, t)}{\partial t^2} = -q_2 \cos \alpha, \quad l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \\ E_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x, t)}{\partial x^2} - \rho_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x, t)}{\partial t^2} = -q_3 \cos \alpha, \quad l_1 + l_2 \leq x \leq l_1 + l_2 + l_3 \\ E_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x, t)}{\partial x^2} - \rho_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x, t)}{\partial t^2} = -q_4 \cos \alpha, \quad l_1 + l_2 + l_3 \leq x \leq L_{КНБК} \end{array} \right. \quad (4.35)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x=0): P E_1 F_1 \frac{\partial w_1(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = -R_B(t) \cos(\beta); \\ (x=l_1): \left\{ \begin{array}{l} w_1(l_1, t) = w_2(l_1, t) \\ E_1 F_1 \frac{\partial w_1(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1} = E_2 F_2 \frac{\partial w_2(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1} \end{array} \right. ; \\ (x=l_1+l_2): \left\{ \begin{array}{l} w_2(l_1+l_2, t) = w_3(l_1+l_2, t); \\ E_2 F_2 \frac{\partial w_2(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1+l_2} = E_3 F_3 \frac{\partial w_3(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1+l_2} \end{array} \right. ; \\ (x=l_1+l_2+l_3): \left\{ \begin{array}{l} w_3(l_1+l_2+l_3, t) = w_4(l_1+l_2+l_3, t); \\ E_3 F_3 \frac{\partial w_3(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1+l_2+l_3} = E_4 F_4 \frac{\partial w_4(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1+l_2+l_3} \end{array} \right. ; \\ (x=L_{КНБК}) E_4 F_4 \frac{\partial w_4(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L_{КНБК}} = P_0. \end{array} \right. \quad (4.36)$$

$$\begin{cases} N_1(x) = E_1 F_1 k_{os1} (A_{11} \cos(k_{os1} x) - A_{12} \sin(k_{os1} x)); \\ N_2(x) = E_2 F_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x) - A_{22} \sin(k_{os2} x)); \\ N_3(x) = E_3 F_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x) - A_{32} \sin(k_{os3} x)); \\ N_4(x) = E_4 F_4 k_{os4} (A_{41} \cos(k_{os4} x) - A_{42} \sin(k_{os4} x)); \end{cases} \quad (4.37)$$

де  $k_{os,i} = \omega \sqrt{\frac{\rho_1}{E_1}}$  – аналітичне хвильове число коливань;  $(i=1,2,3,4)$  –

номери ділянок;  $A_{11}, A_{21}, A_{12}, A_{22}, A_{13}, A_{23}, A_{14}, A_{24}$  – константи інтегрування.

Функції осьових напружень в перерізах ділянок КНБК:

$$\begin{cases} \sigma_{os1}(x) = E_1 k_{os1} (A_{11} \cos(k_{os1} x) - A_{12} \sin(k_{os1} x)); \\ \sigma_{os2}(x) = E_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x) - A_{22} \sin(k_{os2} x)); \\ \sigma_{os3}(x) = E_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x) - A_{32} \sin(k_{os3} x)); \\ \sigma_{os4}(x) = E_4 k_{os4} (A_{41} \cos(k_{os4} x) - A_{42} \sin(k_{os4} x)). \end{cases} \quad (4.38)$$

З урахуванням граничних умов (4.40) константи інтегрування  $A_{11}, A_{21}, A_{12}, A_{22}, A_{13}, A_{23}, A_{14}, A_{24}$  визначаються із наступних виразів:

$$\begin{cases} E_1 F_1 k_{os1} A_{11} = R_B \cos(\beta); \\ A_{11} \sin(k_{os1} x_1) + A_{12} \cos(k_{os1} x_1) - A_{21} \sin(k_{os2} x_1) - A_{22} \cos(k_{os2} x_1) = 0; \\ E_1 F_1 k_{os1} (A_{11} \cos(k_{os1} x_1) - A_{12} \sin(k_{os1} x_1)) - \\ - E_2 F_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x_1) - A_{22} \sin(k_{os2} x_1)) = 0; \\ A_{21} \sin(k_{os2} x_2) + A_{22} \cos(k_{os2} x_2) - A_{31} \sin(k_{os3} x_2) - A_{32} \cos(k_{os3} x_2) = 0; \\ E_2 F_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x_2) - A_{22} \sin(k_{os2} x_2)) - \\ - E_3 F_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x_2) - A_{32} \sin(k_{os3} x_2)) = 0; \\ A_{31} \sin(k_{os3} x_3) + A_{32} \cos(k_{os3} x_3) - A_{41} \sin(k_{os4} x_3) - A_{42} \cos(k_{os4} x_3) = 0; \\ E_3 F_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x_3) - A_{32} \sin(k_{os3} x_3)) - \\ - E_4 F_4 k_{os4} (A_{41} \cos(k_{os4} x_3) - A_{42} \sin(k_{os4} x_3)) = P; \\ A_{41} \sin(k_{os4} L) + A_{42} \cos(k_{os4} L) = P_0. \end{cases} \quad (4.39)$$

Для встановлення спрощених співвідношень між осьовим навантаженням та реакціями стінок свердловини складемо систему суміщених рівнянь руху та рівноваги ділянок КНБК:

$$\left\{ \begin{array}{l} (m_1 + m_2 + m_4)\ddot{x}_\Sigma = (m_1 + m_2 + m_4)g \sin \alpha + P_0 - R_B \cos \beta - C(x_\Sigma - x_3); \\ m_3\ddot{x}_3 = m_3g \cos \alpha + P_0 + P - C(x_\Sigma - x_3) - F_{mpA} - F_{mpC}; \\ (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g \sin \alpha + R_A + R_C - R_B \sin \beta = 0; \\ g \sin \alpha \left[ -m_1 \left( \frac{l_1}{2} + l_2 \right) - m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \frac{l_3}{2} + m_4 \left( l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right] - R_C l_2 - R_B \sin \beta l_2 = 0; \\ g \sin \alpha \left[ -m_1 \frac{l_1}{2} + m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \left( l_2 + \frac{l_3}{2} \right) + m_4 \left( l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right] - R_A l_2 = 0. \end{array} \right. \quad (4.40)$$

Звідси маємо:

$$P = m_3\ddot{x}_3 - m_3g \cos \alpha - P_0 + F_{mpA} + F_{mpC} + C(x_\Sigma - x_3); \quad (4.41)$$

$$F_{np} = (m_1 + m_2 + m_4)g \sin \alpha + P_0 - R_B \cos \beta - (m_1 + m_2 + m_4)\ddot{x}_\Sigma; \quad (4.42)$$

$$R_A = \frac{g \sin \alpha}{l_2} \left[ -m_1 \frac{l_1}{2} + m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \left( l_2 + \frac{l_3}{2} \right) + m_4 \left( l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right]; \quad (4.43)$$

$$R_B = \frac{g \sin \alpha}{l_2 \sin \beta} \left[ -m_1 \frac{l_1}{2} + m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \left( l_2 + \frac{l_3}{2} \right) + m_4 \left( l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right] \quad (4.44)$$

$$R_C = R_B \sin \beta - R_A - (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g \sin \alpha; \quad (4.45)$$

Отримана сукупність залежностей (4.41 – (4.45) встановлює співвідношення між осьовим навантаженням, реакціями стінок свердловини та силою пружності ГОК.

З метою автоматизації подальших досліджень за залежностями (4.12) – (4.39) та роботи з великим масивами числових даних у програмному середовищі Maple згенеровано програмні коди для проведення чисельних експериментів по динаміці і НДС КНБК з РКС і ГВД (табл. 4.3 і 4.4). В основу алгоритмів покладено дискретизацію бурильного інструменту на чотири характерні конструктивні ділянки відповідно до розподілу геометричних розмірів, жорсткості матеріалу та прикладених зовнішніх навантажень. Математичний апарат програм реалізує аналітичні розв'язки систем диференціальних рівнянь руху балки, що дозволяє виконувати точну оцінку поздовжнього, поперечного та крутильного динамічного навантаження. Модуль поздовжньо-поперечного згину враховує додаткові згинальні моменти, які виникають від сумісної дії осьової сили та плеча прогину інструменту. Модуль крутильних коливань базується на параметрах зсуву матеріалу і полярних моментах інерції, що дозволяє ефективно прогнозувати небезпечні резонансні явища та автоколивання типу «stick-slip». Блок поздовжніх коливань реалізує хвильову модель, де хвильове число системи розраховується через швидкість поширення звуку в сталі для виявлення зон екстремальних динамічних зусиль. Головним елементом ув'язки всіх трьох програмних кодів є блок безперервного автоматичного зшивання крайових умов на межах суміжних інтервалів бурильної колони. Шляхом складних матричних перетворень середовище обчислює унікальні константи інтегрування, забезпечуючи математичну точність і фізичну сумісність отриманих результатів. Кінцевим результатом роботи алгоритмів є миттєве визначення внутрішніх силових факторів: згинальних і крутильних моментів, а також осьових динамічних сил. Через геометричні характеристики перерізів програма трансформує знайдені зусилля у компоненти тензора напружень, формуючи надійну основу для оцінки накопиченої втомної пошкоджуваності КНБК безпосередньо під час буріння.

Таблиця 4.3 – Програмний код на мові Maple для оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану ділянок КНБК при поздовжньо-поперечних коливаннях

### maple

# Програма для оцінки навантаженості та НДС елементів КНБК  
# при поздовжньо-поперечних коливаннях (поздовжньо-поперечному згині)

```
restart;

# 1. ЗАДАННЯ ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ (Приклад для КНБК з РКС)
# Геометричні характеристики ділянок (довжини, м)
l1 := 5.5:
l2 := 69.3:
l3 := 12.8:
l4 := 6.9:

# Фізико-механічні властивості матеріалу та геометрія перерізів
E := 2.1*10^11: # Модуль Юнга для сталі, Па
# Осьові моменти інерції перерізів для 4-х ділянок, м^4 (приклад)
J_z1 := 1.5*10^-5:
J_z2 := 1.5*10^-5:
J_z3 := 1.5*10^-5:
J_z4 := 1.5*10^-5:

# Радіус зовнішньої стінки труби для розрахунку напружень, м
R := 0.076: # Для діаметра 152 мм

# Параметри зовнішнього збурення та навантаження
alpha := 5 * Pi / 180: # Кут відхилення осі, рад
q1 := 1500: # Узагальнене погонне навантаження 1, Н/м
q2 := 1200: # Узагальнене погонне навантаження 2, Н/м

# Осьові сили на ділянках, Н
P1 := 150*10^3:
P2 := 140*10^3:
P3 := 120*10^3:
P4 := 100*10^3:

# 2. ОБЧИСЛЕННЯ ВПЛИВУ ОСЬОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ (ХВИЛЬОВИХ ЧИСЕЛ k_i)
k1 := sqrt(P1 / (E * J_z1)):
k2 := sqrt(P2 / (E * J_z2)):
k3 := sqrt(P3 / (E * J_z3)):
k4 := sqrt(P4 / (E * J_z4)):

# 3. ДОПОМІЖНІ АМПЛІТУДНІ ПАРАМЕТРИ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ (Q_i)
Q1 := (q1 + q2) * sin(alpha) / k1^2:
Q2 := (q1 + q2) * sin(alpha) / k2^2:
Q3 := q1 * sin(alpha) / k3^2:
Q4 := q1 * sin(alpha) / k4^2:

# 4. ВИЗНАЧЕННЯ КОНСТАНТ ІНТЕГРУВАННЯ (C_ij) ЗГІДНО З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ
# Задаємо константи відповідно до системи аналітичних розв'язків (4.23)
```

```

C11 := Q1:
C12 := C11 * (sin(k1*l1)*cos(k2*l1) + (k1/k2)*cos(k1*l1)*sin(k2*l1)):
C21 := C11 * (sin(k1*l1)*sin(k2*l1) + (k1/k2)*cos(k1*l1)*cos(k2*l1))
      + Q1 * (cos(k1*l1)*sin(k2*l1) - (k1/k2)*sin(k1*l1)*cos(k2*l1)) - Q2
      * sin(k2*l1):
C22 := C11 * (sin(k1*l1)*cos(k2*l1) - (k1/k2)*cos(k1*l1)*sin(k2*l1))
      + Q1 * (cos(k1*l1)*cos(k2*l1) + (k1/k2)*sin(k1*l1)*sin(k2*l1)) - Q2
      * cos(k2*l1):
C31 := C21 * (sin(k2*l2)*sin(k3*l2) + (k2/k3)*cos(k2*l2)*cos(k3*l2)) - Q2
      * sin(k3*l2)
      + C22 * (cos(k2*l2)*sin(k3*l2) - (k2/k3)*sin(k2*l2)*cos(k3*l2)) +
      Q3 * sin(k3*l2):
C32 := C21 * (sin(k2*l2)*cos(k3*l2) - (k2/k3)*cos(k2*l2)*sin(k3*l2)) - Q2
      * cos(k3*l2)
      + C22 * (cos(k2*l2)*cos(k3*l2) + (k2/k3)*sin(k2*l2)*sin(k3*l2)) +
      Q3 * cos(k3*l2):
C41 := C31 * (sin(k3*l3)*sin(k4*l3) + (k3/k4)*cos(k3*l3)*cos(k4*l3)) - Q3
      * sin(k4*l3)
      + C32 * (cos(k3*l3)*sin(k4*l3) - (k3/k4)*sin(k3*l3)*cos(k4*l3)) +
      Q4 * sin(k4*l3):
C42 := C31 * (sin(k3*l3)*cos(k4*l3) - (k3/k4)*cos(k3*l3)*sin(k4*l3)) - Q3
      * cos(k4*l3)
      + C32 * (cos(k3*l3)*cos(k4*l3) + (k3/k4)*sin(k3*l3)*sin(k4*l3)) +
      Q4 * cos(k4*l3):

# 5. ФУНКЦІЇ ЗГИНАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ДІЛЯНОК КНБК
M_z1 := x -> C11*sin(k1*x) + C12*cos(k1*x) - (q1 + q2)*sin(alpha)/k1^2:
M_z2 := x -> C21*sin(k2*x) + C22*cos(k2*x) - (q1 + q2)*sin(alpha)/k2^2:
M_z3 := x -> C31*sin(k3*x) + C32*cos(k3*x) - q1*sin(alpha)/k3^2:
M_z4 := x -> C41*sin(k4*x) + C42*cos(k4*x) - q1*sin(alpha)/k4^2:

# 6. ФУНКЦІЇ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ ЗГИНУ НА ЗОВНІШНІЙ СТІНЦІ (y = R)
sigma_zgin1 := x -> (R / J_z1) * M_z1(x):
sigma_zgin2 := x -> (R / J_z2) * M_z2(x):
sigma_zgin3 := x -> (R / J_z3) * M_z3(x):
sigma_zgin4 := x -> (R / J_z4) * M_z4(x):

# 7. ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
print("--- Розрахунок завершено успішно ---");
print("Максимальний згинальний момент на 1-й ділянці (Н*м):",
maximize(M_z1(x), x = 0 .. l1));
print("Максимальне напруження згину на 1-й ділянці (Па):",
maximize(sigma_zgin1(x), x = 0 .. l1));

# Побудова епюри згинального моменту для першої ділянки
plot(M_z1(x), x = 0 .. l1, title = "Еюра згинального моменту M_z1(x)",
labels = ["x, м", "M_z, Н*м"], color = blue);

# Побудова епюри напружень згину для першої ділянки
plot(sigma_zgin1(x), x = 0 .. l1, title = "Розподіл напружень згину
sigma(x)", lab

```

Таблиця 4.4 – Програмний код на мові Maple для оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану ділянок КНБК при крутильних коливаннях

```

maple
# Програма для оцінки навантаженості та НДС елементів КНБК при крутильних коливаннях

restart;
# 1. ЗАДАННЯ ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ (Приклад для КНБК з РКС)
# Геометричні характеристики ділянок (довжини, м)
l1 := 5.5:
l2 := 69.3:
l3 := 12.8:
l4 := 6.9:

# Фізико-механічні властивості матеріалу та геометрія перерізів
G := 8.0*10^10:      # Модуль зсуву для сталі, Па
rho := 7800:         # Густина сталі, кг/м^3
omega := 2*Pi*2.5:   # Кругова частота крутильних коливань, рад/с (приклад для 2.5 Гц)

# Полярні моменти інерції перерізів для 4-х ділянок, м^4
J_p1 := 3.0*10^-5:
J_p2 := 3.0*10^-5:
J_p3 := 3.0*10^-5:
J_p4 := 3.0*10^-5:

# Радіус для розрахунку максимальних дотичних напружень (зовнішня поверхня), м
R := 0.076: # Для діаметра КНБК 152 мм

# Інтенсивність зовнішнього моменту сил опору (тертя) та момент на долоті, Н*м/м
q_f1 := 500:
q_f2 := 450:
q_f3 := 400:
q_f4 := 350:
M_bit := 3500: # Крутний момент на долоті, Н*м

# Припускаємо позитивний напрямок обертання для розкриття sign(phi_dot) = 1
sign_phi1 := 1: sign_phi2 := 1: sign_phi3 := 1: sign_phi4 := 1:

# 2. ОБЧИСЛЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ЧИСЕЛ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ (k_kri)
k_kr1 := omega * sqrt(rho / G):
k_kr2 := omega * sqrt(rho / G):
k_kr3 := omega * sqrt(rho / G):
k_kr4 := omega * sqrt(rho / G):

# 3. ДОПОМІЖНІ АМПЛІТУДНІ ПАРАМЕТРИ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ (Q_kri)
Q_kr1 := q_f1 * sign_phi1 / k_kr1^2:
Q_kr2 := q_f2 * sign_phi2 / k_kr2^2:
Q_kr3 := q_f3 * sign_phi3 / k_kr3^2:
Q_kr4 := (q_f4 * sign_phi4 + M_bit) / k_kr4^2:

```

```

# 4. ВИЗНАЧЕННЯ КОНСТАНТ ІНТЕГРУВАННЯ (B_ij) ЗГІДНО З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ
B11 := Q_kr1:
B12 := B11 * (sin(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1) +
(k_kr1/k_kr2)*cos(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1)):
B21 := B11 * (sin(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1) +
(k_kr1/k_kr2)*cos(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1))
+ Q_kr1 * (cos(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1) -
(k_kr1/k_kr2)*sin(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1)) - Q_kr2 * sin(k_kr2*l1):
B22 := B11 * (sin(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1) -
(k_kr1/k_kr2)*cos(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1))
+ Q_kr1 * (cos(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1) +
(k_kr1/k_kr2)*sin(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1)) - Q_kr2 * cos(k_kr2*l1):
B31 := B21 * (sin(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2) +
(k_kr2/k_kr3)*cos(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2)) - Q_kr2 * sin(k_kr3*l2)
+ B22 * (cos(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2) -
(k_kr2/k_kr3)*sin(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2)) + Q_kr3 * sin(k_kr3*l2):
B32 := B21 * (sin(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2) -
(k_kr2/k_kr3)*cos(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2)) - Q_kr2 * cos(k_kr3*l2)
+ B22 * (cos(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2) +
(k_kr2/k_kr3)*sin(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2)) + Q_kr3 * cos(k_kr3*l2):
B41 := B31 * (sin(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3) +
(k_kr3/k_kr4)*cos(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3)) - Q_kr3 * sin(k_kr4*l3)
+ B32 * (cos(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3) -
(k_kr3/k_kr4)*sin(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3)) + Q_kr4 * sin(k_kr4*l3):
B42 := B31 * (sin(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3) -
(k_kr3/k_kr4)*cos(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3)) - Q_kr3 * cos(k_kr4*l3)
+ B32 * (cos(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3) +
(k_kr3/k_kr4)*sin(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3)) + Q_kr4 * cos(k_kr4*l3):

# 5. ФУНКЦІЇ КРУТНИХ МОМЕНТІВ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ДІЛЯНОК КНБК
M_kr1 := x -> B11*sin(k_kr1*x) + B12*cos(k_kr1*x) - q_f1*sign_phi1/k_kr1:
M_kr2 := x -> B21*sin(k_kr2*x) + B22*cos(k_kr2*x) - q_f2*sign_phi2/k_kr2:
M_kr3 := x -> B31*sin(k_kr3*x) + B32*cos(k_kr3*x) - q_f3*sign_phi3/k_kr3:
M_kr4 := x -> B41*sin(k_kr4*x) + B42*cos(k_kr4*x) - (q_f4*sign_phi4 +
M_bit)/k_kr4:

# 6. ФУНКЦІЇ МАКСИМАЛЬНИХ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ КРУЧЕННЯ (r = R)
tau_kr1 := x -> (R / J_p1) * M_kr1(x):
tau_kr2 := x -> (R / J_p2) * M_kr2(x):
tau_kr3 := x -> (R / J_p3) * M_kr3(x):
tau_kr4 := x -> (R / J_p4) * M_kr4(x):

# 7. ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
print("--- Розрахунок крутильних коливань завершено успішно ---");
print("Максимальний крутний момент на 4-й ділянці біля долота (Н*м):",
maximize(M_kr4(x), x = 0 .. l4));
print("Максимальне дотичне напруження на 4-й ділянці (Па):",
maximize(tau_kr4(x), x = 0 .. l4));

# Побудова епюри крутного моменту для четвертої ділянки (зона долота)
plot(M_kr4(x), x = 0 .. l4, title = "Епюра крутного моменту M_kr4(x)",
labels = ["x, м", "M_kr, Н*м"], color = blue);

# Побудова епюри дотичних напружень для четвертої ділянки
plot(tau_kr4(x), x = 0 .. l4, title = "Розподіл дотичних напружень
кручення tau_kr4(x)", labels = ["x, м", "tau, Па"], color = maroon);

```

Таблиця 4.4 – Програмний код на мові Maple для оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану ділянок КНБК при поздовжніх коливаннях

### maple

# Програма для оцінки навантаженості та НДС елементів КНБК при поздовжніх коливаннях

restart;

# 1. ЗАДАННЯ ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ (Приклад для КНБК з РКС)

# Геометричні характеристики ділянок (довжини, м)

l1 := 5.5:

l2 := 69.3:

l3 := 12.8:

l4 := 6.9:

# Фізико-механічні властивості матеріалу та геометрія перерізів

E := 2.1\*10<sup>11</sup>: # Модуль Юнга для сталі, Па

rho := 7800: # Густина сталі, кг/м<sup>3</sup>

omega := 2\*Pi\*16.0: # Кругова частота коливань, рад/с (робоча частота ГОК = 16.0 Гц)

# Площі поперечного перерізу для 4-х ділянок, м<sup>2</sup> (приклад для товстостінних труб)

F1 := 0.0055:

F2 := 0.0055:

F3 := 0.0055:

F4 := 0.0055:

# Параметри зовнішнього збурення та статичне навантаження

alpha := 5 \* Pi / 180: # Кут відхилення осі обертання долота відносно осі КНБК, рад

q1 := 1500: # Узагальнене погонне навантаження 1, Н/м

q2 := 1200: # Узагальнене погонне навантаження 2, Н/м

P := 150\*10<sup>3</sup>: # Осьова сила з боку бурильної колони до кінця КНБК, Н

# 2. ОБЧИСЛЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ЧИСЕЛ ПОЗДОВЖНІХ КОЛИВАНЬ (k\_osi)

k\_os1 := omega \* sqrt(rho / E):

k\_os2 := omega \* sqrt(rho / E):

k\_os3 := omega \* sqrt(rho / E):

k\_os4 := omega \* sqrt(rho / E):

# 3. ДОПОМІЖНІ АМПЛІТУДНІ ПАРАМЕТРИ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ (Q\_osi)

Q\_os1 := (q1 + q2) \* cos(alpha) / (E \* F1 \* k\_os1<sup>2</sup>):

Q\_os2 := Q\_os1:

Q\_os3 := q1 \* cos(alpha) / (E \* F3 \* k\_os3<sup>2</sup>):

Q\_os4 := Q\_os3:

# 4. ВИЗНАЧЕННЯ КОНСТАНТ ІНТЕГРУВАННЯ (A\_ij) ЗГІДНО З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ

A11 := P / (E \* F1 \* k\_os1):

A12 := A11 \* (sin(k\_os1\*l1)\*cos(k\_os2\*l1) + (k\_os1/k\_os2)\*cos(k\_os1\*l1)\*sin(k\_os2\*l1)):

```

A21 := A11 * (sin(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1) +
(k_os1/k_os2)*cos(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1))
+ Q_os1 * (cos(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1) -
(k_os1/k_os2)*sin(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1)) - Q_os2 * sin(k_os2*l1):
A22 := A11 * (sin(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1) -
(k_os1/k_os2)*cos(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1))
+ Q_os1 * (cos(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1) +
(k_os1/k_os2)*sin(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1)) - Q_os2 * cos(k_os2*l1):
A31 := A21 * (sin(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2) +
(k_os2/k_os3)*cos(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2)) - Q_os2 * sin(k_os3*l2)
+ A22 * (cos(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2) -
(k_os2/k_os3)*sin(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2)) + Q_os3 * sin(k_os3*l2):
A32 := A21 * (sin(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2) -
(k_os2/k_os3)*cos(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2)) - Q_os2 * cos(k_os3*l2)
+ A22 * (cos(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2) +
(k_os2/k_os3)*sin(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2)) + Q_os3 * cos(k_os3*l2):
A41 := A31 * (sin(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3) +
(k_os3/k_os4)*cos(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3)) - Q_os3 * sin(k_os4*l3)
+ A32 * (cos(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3) -
(k_os3/k_os4)*sin(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3)) + Q_os4 * sin(k_os4*l3):
A42 := A31 * (sin(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3) -
(k_os3/k_os4)*cos(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3)) - Q_os3 * cos(k_os4*l3)
+ A32 * (cos(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3) +
(k_os3/k_os4)*sin(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3)) + Q_os4 * cos(k_os4*l3):

# 5. ФУНКЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ОСЬОВИХ СИЛ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ДІЛЯНОК КНЕК
N1 := x -> E * F1 * k_os1 * (A11 * cos(k_os1 * x) - A12 * sin(k_os1 * x)):
N2 := x -> E * F2 * k_os2 * (A21 * cos(k_os2 * x) - A22 * sin(k_os2 * x)):
N2 := x -> E * F3 * k_os3 * (A31 * cos(k_os3 * x) - A32 * sin(k_os3 * x)):
N4 := x -> E * F4 * k_os4 * (A41 * cos(k_os4 * x) - A42 * sin(k_os4 * x)):

# 6. ФУНКЦІЇ ПОЗДОВЖНИХ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ
sigma_os1 := x -> E * k_os1 * (A11 * cos(k_os1 * x) - A12 * sin(k_os1 *
x)):
sigma_os2 := x -> E * k_os2 * (A21 * cos(k_os2 * x) - A22 * sin(k_os2 *
x)):
sigma_os3 := x -> E * k_os3 * (A31 * cos(k_os3 * x) - A32 * sin(k_os3 *
x)):
sigma_os4 := x -> E * k_os4 * (A41 * cos(k_os4 * x) - A42 * sin(k_os4 *
x)):

# 7. ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
print("--- Розрахунок поздовжніх коливань завершено успішно ---");
print("Максимальна динамічна осьова сила на i-й ділянці (Н):",
maximize(N1(x), x = 0 .. l1));
print("Максимальне поздовжнє нормальне напруження на i-й ділянці (Па):",
maximize(sigma_os1(x), x = 0 .. l1));

# Побудова епюри осьової динамічної сили для i-ої ділянки
plot(N1(x), x = 0 .. l1, title = "Епюра осьової сили N1(x)", labels = ["x,
м", "N, Н"], color = blue);

# Побудова епюри поздовжніх нормальних напружень для i-ої ділянки
plot(sigma_os1(x), x = 0 .. l1, title = "Розподіл поздовжніх напружень
sigma_os1(x)");

```

Отримані в ході чисельних експериментів графіки часових осцилограм та амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) відображають результати комплексного аналізу напружено-деформованого стану в критичному перерізі КНБК з РКС (рис. 4.6, 4.7). Осьові напруження змінюються в діапазоні від 27 до 53 МПа, причому їхній спектр виявляє єдиний чіткий пік амплітудою близько 11.5 МПа на частоті 16.0 Гц, що безпосередньо зумовлено динамічними пульсаціями тиску ГОК. Напруження згину коливаються в межах від 12 до 63 МПа під дією поздовжньо-поперечного вигину, а в їхньому спектрі домінує низькочастотна складова на частоті ротації інструменту 0.4 Гц амплітудою близько 17 МПа, а також фіксується високочастотний відгук на робочій частоті ГОК. Компонента кручення демонструє різкі знакозмінні осциляції від -5 до +58 МПа, спектральний аналіз яких підтверджує наявність низькочастотних автоколивань типу «stick-slip» на частоті 0.4 Гц з екстремальною амплітудою понад 25 МПа. Сумарні еквівалентні напруження за теорією Губера-Мізеса-Генкі безперервно пульсують у діапазоні від 45 до 138 МПа. У результуючому спектрі еквівалентних напружень чітко прослідковується суперпозиція всіх перелічених ефектів: виділяються піки на частоті обертання 0.4 Гц, її подвоєній гармонії 0.8 Гц, а також високочастотна складова на частоті 16.0 Гц. Отримані дані обґрунтовують, що максимальне сумарне навантаження 138 МПа виникає при синфазному накладанні пікових динамічних компонент, проте воно не перевищує межу текучості сталі, гарантуючи статичну і динамічну міцність. Разом з тим, значний розмах циклічних коливань, який перевищує 90 МПа, свідчить про високу інтенсивність накопичення втомних пошкоджень у металі. Таким чином, спільний аналіз часових та частотних характеристик доводить полігармонічну природу навантаження і підтверджує необхідність урахування всіх трьох видів вібрацій для точного прогнозування ресурсу бурильного інструменту.

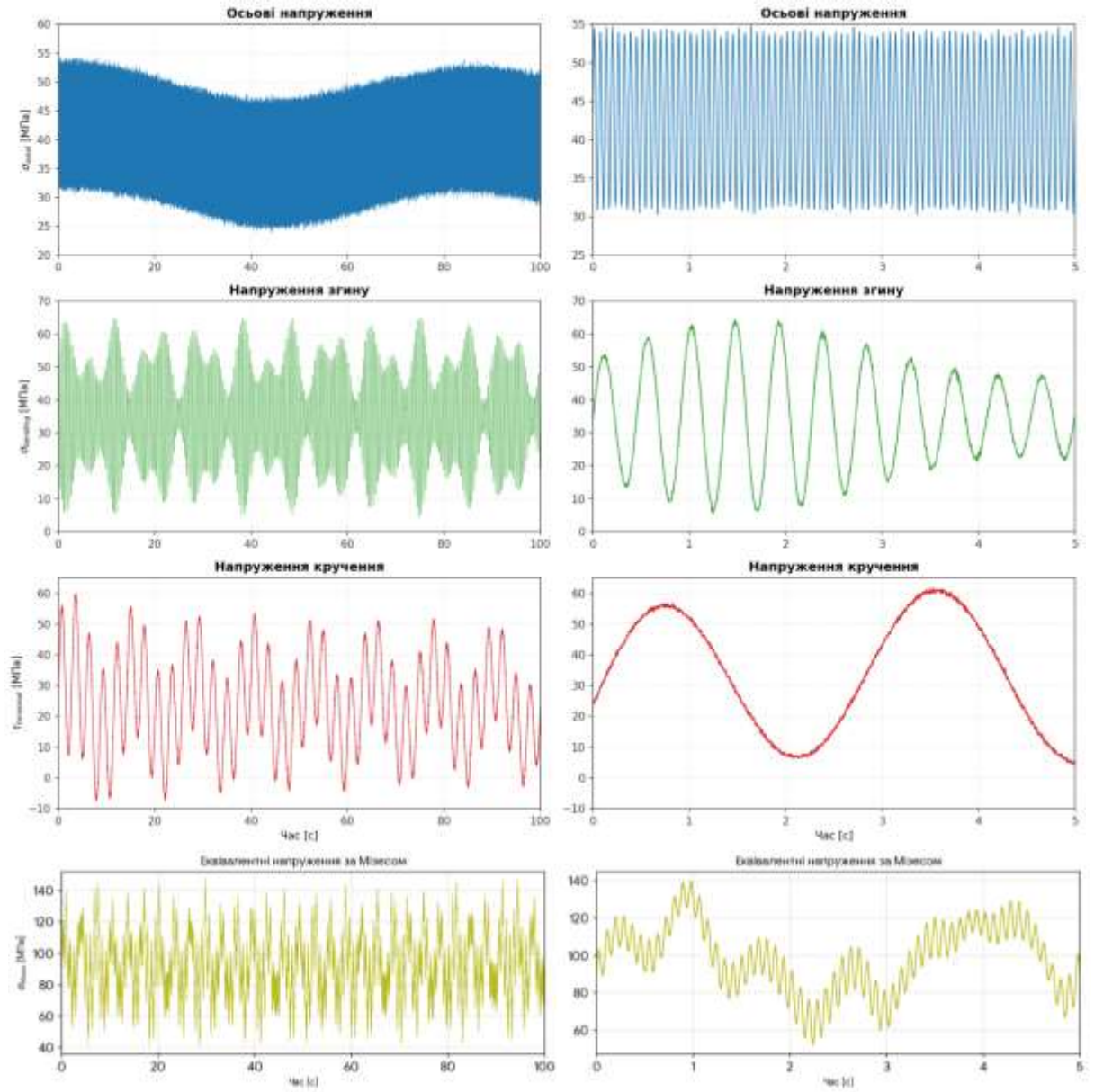


Рисунок 4.6 – Осцилограми зміни осьових напружень, напружень згину, напружень кручення та еквівалентних напружень в перерізі КНБК з РКС

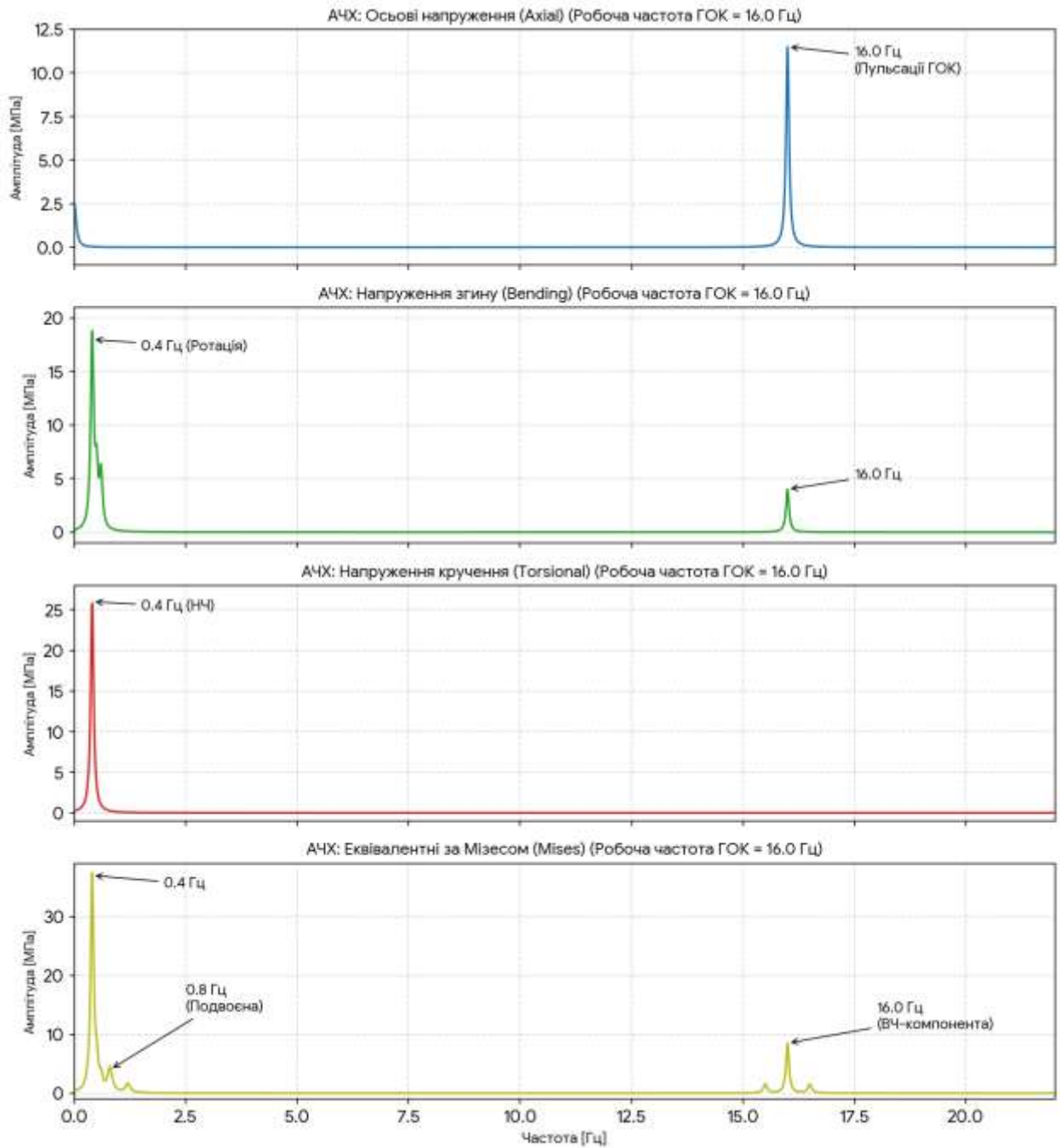


Рисунок 4.7 – АЧХ осьових напружень, напружень згину, напружень кручення та еквівалентних напружень в перерізі КНБК з РКС

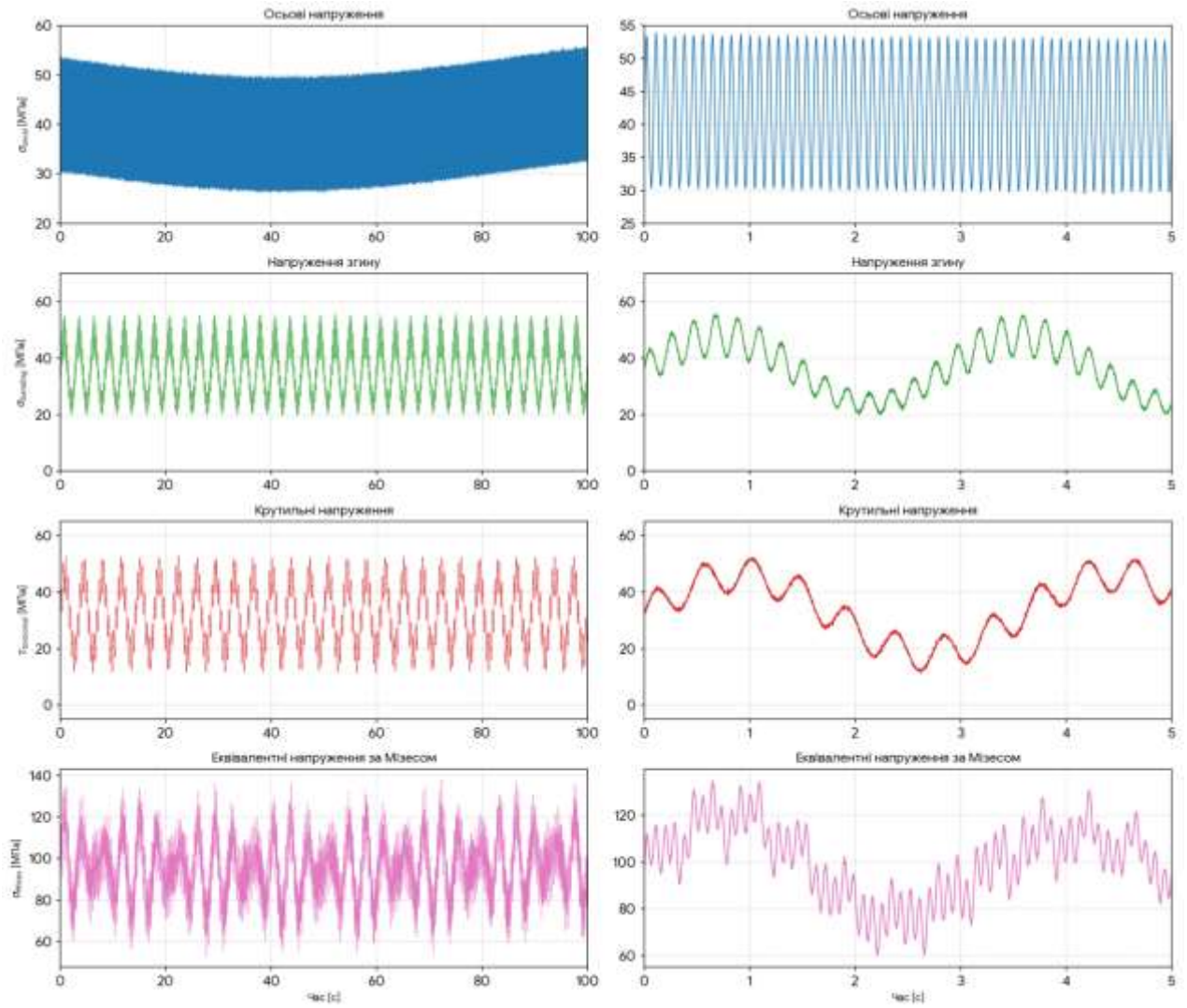


Рисунок 4.8 – Осцилограми зміни осьових напружень, напружень згину, напружень кручення та еквівалентних (сумарних) напружень в перерізі КНБК з ГВД

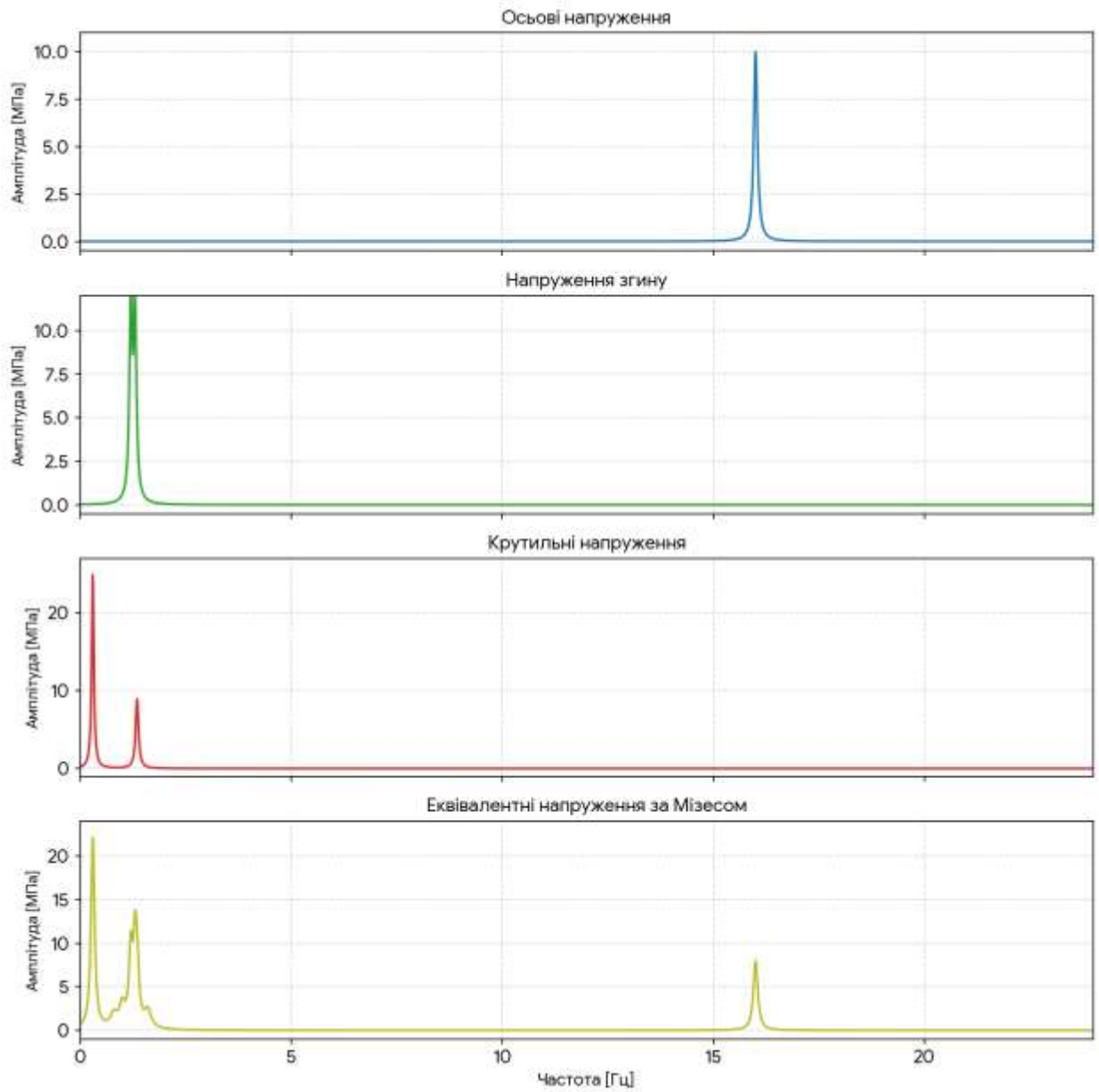


Рисунок 4.9 – АЧХ осьових напружень, напружень згину, напружень кручення та еквівалентних (сумарних) напружень в перерізі КНБК з ГВД

Графіки часових осцилограм та амплітудно-частотних характеристик відображають динаміку зміни напружено-деформованого стану в критичному перерізі КНБК з ГВД під дією просторових коливань (рис. 4.8, 4.9). Осьові напруження змінюються в межах від 23 до 54 МПа, демонструючи виражену періодичність. У спектрі осьових напружень виявляється один домінуючий пік на частоті 16 Гц, зумовлений роботою ГОК. Напруження згину коливаються в діапазоні від 16 до 48 МПа, що вказує на дещо меншу інтенсивність латеральних вібрацій. Спектральний аналіз згинальної компоненти фіксує два близькі виражені піки в зоні низьких частот близько 1.2 Гц, які відповідають частоті обертання вала вибійного двигуна. Компонента кручення зазнає циклічних коливань від 7 до 52 МПа, демонструючи стабільніший характер без переходу в область від'ємних значень. Спектр крутильних напружень підтверджує відсутність класичного заклинювання долота, показуючи чіткі резонансні сплески амплітуди на частотах 0.4 Гц та 1.3 Гц. Сумарні еквівалентні напруження за Мізесом безперервно пульсують у діапазоні від 58 до 122 МПа. Результуючий частотний спектр еквівалентних напружень поєднує низькочастотні гармоніки обертання вала ГВД та високочастотний пік на частоті 16 Гц. Максимальне еквівалентне навантаження 122 МПа повністю задовольняє умовам статичної міцності бурильної сталі. Водночас, розмах коливань сумарних напружень на рівні 64 МПа є головним чинником накопичення втомних пошкоджень. Представлені графічні залежності обґрунтовують складну полігармонічну природу навантаженості елементів КНБК при використанні ГВД.

#### 4.6 Послідовність реалізації методики оцінки параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК у скерованих свердловинах

У відповідності до проведених чисельно-аналітичних досліджень навантаженості та НДС елементів КНБК сформуємо основні пункти розробленої методики.

1. Реєстрація акселерометрами віброприскорень поздовжніх, поперечних та крутильних коливань в режимі реального часу:  $a_x(t)$ ,  $a_y(t)$ ,  $a_z(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ , а також статичного осьового навантаження  $P_{oc}$  та крутного моменту  $M_{кр}$ .

2. Інтегрування акселерометричних даних для отримання законів руху поперечних перерізів КНБК у місці встановлення давачів телесистеми:  $v_y(x,t)$ ,  $v_z(x,t)$ ,  $\varphi(x,t)$ ,  $w(x,t)$ .

3. Автоматизована оцінка параметрів коливних процесів:

$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}$  – перетворення сигналу в комплексний спектр;

$f_{\max} = \frac{k_{\max} \cdot f_s}{N}$  – оцінка частоти спектрального піку;

$A = \frac{2 \cdot |X_{k_{\max}}|}{N} = \frac{2 \cdot \sqrt{\text{Re}(X_{k_{\max}})^2 + \text{Im}(X_{k_{\max}})^2}}{N}$  – оцінка амплітуди;

$\phi = \arctg2(\text{Im}(X_{k_{\max}}), \text{Re}(X_{k_{\max}}))$  – оцінка фази;

$k = \frac{\omega}{v}$  – оцінка хвильового числа.

4. Диференціювання залежностей  $v_y(x,t)$ ,  $v_z(x,t)$ ,  $\varphi(x,t)$ ,  $w(x,t)$  для попередньої оцінки складових силових параметрів в перерізі КНБК.

5. Визначення осьових, згинальних та крутильних силових факторів:

$$P_{oc} = P_{ocC} + P_{ocD}; \quad M_{\tau} = M_{\tau C} + M_{\tau D}; \quad M_{\varepsilon} = M_{\varepsilon C} + M_{\varepsilon D}$$

6. Визначення кількості та довжин півхвиль прогину БК і КНБК для оцінки траєкторії пружної лінії.

7. Визначення напружень згину та кручення, а також осьових напружень у поперечному перерізі КНБК:

$$\sigma_{os} = P_{ocC}/F; \quad \tau_{kp} = M_{\tau C}/W_{\tau}; \quad \sigma_z = M_{zC}/W_z$$

8. Визначення еквівалентних напружень у поперечному перерізі КНБК:

$$\sigma_{ekv}(x, y, t) = \sqrt{\left(\sigma_{stat} + \sigma_{os}(x, t) + \sigma_{zgin}(x, y, t)\right)^2 + 3\left(\tau_{stat} + \tau_{kr}(x, r, t)\right)^2}$$

9. Проведення перевірки (за можливості) достовірності результатів досліджень із застосуванням технології “Blackbox” (в режимі “постфактуму”).

Описаний на схемі (рис. 4.10) алгоритм розробленої методики призначений для безперервної оцінки параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК у реальному часі за даними реєстрації і аналізу параметрів коливань.

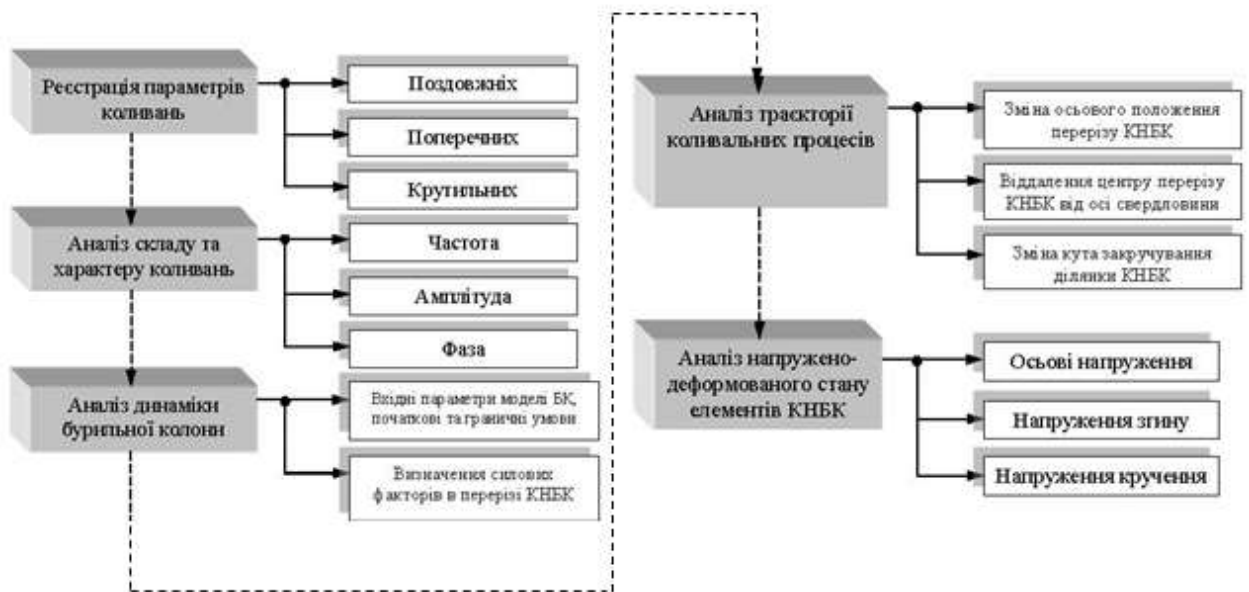


Рисунок 4.10 – Схема дослідження навантаженості та НДС КНБК у стовбурі скерованої свердловини

На першому етапі за допомогою акселерометрів телесистеми здійснюється реєстрація лінійних та кутових прискорень, а також фіксація статичних складових осьової сили й крутного моменту. Далі виконується математична обробка сигналів шляхом подвійного інтегрування за часом або переходу у частотну область, що дозволяє визначити амплітуди, частоти та фази коливальних переміщень перерізів колони. На основі знайдених просторових координат розраховуються закони зміни прогинів бурильного інструменту з подальшим подвійним диференціюванням для встановлення кривизни його осі. Отримані геометричні характеристики через згинальну жорсткість трансформуються у динамічні складові згинальних моментів у вертикальній та горизонтальній площинах. Паралельно, з урахуванням інерційних властивостей КНБК та кутових прискорень, обчислюються динамічні компоненти осьової сили й торсійного моменту. Шляхом суперпозиції статичних і знайдених динамічних факторів алгоритм визначає сумарні значення поздовжніх зусиль, згинальних та крутних моментів у досліджуваному перерізі. Використовуючи площу та геометричні моменти опору поперечного перерізу труб, знайдені силові фактори переводяться у відповідні нормальні й дотичні напруження на зовнішній стінці інструменту. На завершальному етапі за енергетичною теорією міцності Губера-Мізеса-Генкі розраховуються еквівалентні сумарні напруження, які порівнюються з механічними характеристиками матеріалу. Отримані результати використовуються для аналізу поточної траєкторії буріння, а також для контролю накопиченої втомної пошкоджуваності з метою запобігання раптовим аварійним поломкам колони.

#### 4.7 Висновки до 4-го розділу

1. Обґрунтовано та математично реалізовано алгоритм розрахунку навантаженості та НДС елементів КНБК на основі дискретизації бурильної колони на чотири конструктивні ділянки, що дозволяє виконувати диференційовану оцінку поздовжніх, поперечних і крутильних коливань.

2. Встановлено, що при використанні КНБК з РКС осьові напруження змінюються в діапазоні від 27 до 53 МПа з чітко вираженим спектральним піком амплітудою близько 11.5 МПа на частоті 16.0 Гц, яка генерується динамічними пульсаціями ГОК.

3. Визначено, що напруження згину в компоновці з РКС коливаються в межах від 12 до 63 МПа, де домінуючим фактором виступає низькочастотна складова обертання інструменту на частоті 0.4 Гц з амплітудою 17 МПа, а крутильна складова фіксує жорсткі автоколивання типу «stick-slip» у діапазоні від -5 до +58 МПа з амплітудою понад 25 МПа.

4. Доведено, що перехід до КНБК з ГВД знижує інтенсивність латеральних вібрацій, внаслідок чого напруження згину коливаються у звуженому діапазоні від 16 до 48 МПа з переважанням частот обертання вала двигуна на рівні 1.2 Гц.

5. З'ясовано, що крутильна складова напружень для КНБК з ГВД зазнає стабільніших коливань у межах від 7 до 52 МПа без переходу в область від'ємних значень, що свідчить про відсутність повноцінного заклинювання долота на вибої та зниження динамічної амплітуди торсійного навантаження.

6. Розраховано за енергетичною IV теорією міцності сумарні еквівалентні напруження, максимальні пікові значення яких для компоновки з РКС сягають 138 МПа (з розмахом циклу понад 90 МПа), а для компоновки з ГВД – 122 МПа (з розмахом циклу 64 МПа), що в обох випадках не перевищує межу текучості сталі, проте визначає інтенсивність накопичення втомних пошкоджень матеріалу.

7. Розроблено та теоретично обґрунтовано алгоритм методу оцінки НДС КНБК, яка на основі подвійного інтегрування та диференціювання сигналів акселерометрів телесистеми дозволяє здійснювати безперервний моніторинг еквівалентних напружень безпосередньо у процесі спорудження свердловини.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Удосконалено математичну модель визначення площі контактування ділянок КНБК із стінкою скерованої свердловини для об'єктивної оцінки складових динамічного осьового навантаження. Встановлено, що площа геометричної поверхні контакту  $S_n$  на 2–3 порядки перевищує площу лобового опору  $S_M$  (наприклад, для ОБТ  $\varnothing 178$  мм при граничному втисканні  $S_n$  сягає  $5,01 \text{ м}^2$ , тоді як  $S_M = 0,0062 \text{ м}^2$ ). При цьому після досягнення критичної відмітки  $a=0,5r$  (половина радіуса труби) інтенсивність приросту площі  $S_n$  закономірно знижується через просторову специфіку взаємного вирізання поверхонь.

2. Удосконалено математичну модель взаємодії деформованих ділянок низу бурильної колони зі стінками скерованої свердловини. Результати динамічного моделювання показали, що застосування КНБК з РКС забезпечує значно «м'якшу» АЧХ з мінімальним рівнем паразитних вібрацій завдяки прямій та збалансованій конструкції РКС. На противагу РКС, КНБК із ГВД через вроджений конструктивний кут перекосу корпусу демонструє «жорстку» АЧХ із високою щільністю високоамплітудних піків. Кут перекосу діє як постійний ексцентричний важіль, що збільшує сумарний згинальний момент у перерізах на 15 – 35% і генерує кратні паразитні гармоніки (зокрема, другу гармоніку обертання на частоті 8,4 Гц).

3. Розроблено модель оцінки поздовжнього резонансу двоступеневої БК, оснащеної орієнтованою КНБК із ГОК у скерованій свердловині. Дослідження АЧХ чотирьох базових двоступневих компоновок БК показало, що збільшення загальної довжини колони призводить до закономірного зниження частот власних поздовжніх коливань. Зокрема, перша власна частота  $\omega_I$  знижується від 0,58 Гц при довжині першого ступеня 2225 м до мінімального значення 0,28 Гц при довжині 4750 м. Для найбільш жорсткої, суцільносталевої компоновки розраховано вищі гармоніки другого та третього тонів власних коливань, які склали відповідно  $\omega_{II} = 1,74 \text{ Гц}$  та  $\omega_{III} = 2,91 \text{ Гц}$ .

4. Розроблено математичну та імітаційну моделі динамічної поведінки орієнтованої КНБК, спорядженої ГОК у скерованій свердловині. Зокрема, для розглянутих компоновок, величина динамічної складової зміни кутової швидкості для перерізу 20м складає 0,4%, для перерізу 60 м складає 0,2%, а для перерізу 100 м – 0,5%. Встановлено збільшення абсолютного значення динамічної складової крутного моменту: для перерізу з координатою 20 м воно складає 28,4 Нм, а для перерізу 60 м – 38,78 Нм. Аналітично-чисельним способом встановлено, що найбільш ефективними для зниження сил опору є плоскі та енергонасичені форми імпульсів збурюючої сили ГОК. Оптимальна трапецієподібна геометрія коливань, що має найменший зведений коефіцієнт амплітуди 0,77459, згенерувала максимальне середньоквадратичне значення корисної осьової сили величиною 18112 Н.

5. Розроблено методику оцінки параметрів напружено-деформованого стану елементів КНБК у скерованій свердловині в режимі реального часу. За результатами промислових даних КНБК встановлено остові, згинальні та крутильні напруження. За енергетичною IV теорією міцності визначено сумарні еквівалентні напруження, максимальні пікові значення яких для компоновки з РКС сягають 138 МПа (з розмахом циклу понад 90 МПа), а для компоновки з ГВД – 122 МПа (з розмахом циклу 64 МПа), що в обох випадках не перевищує межу текучості сталі, проте визначає інтенсивність накопичення втомних пошкоджень матеріалу. Наближаючись до границі текучості сталі, зазначені напруження вимагають постійного моніторингу і заміни обважнених бурильних труб.

6. На основі промислових даних проведено апробацію розроблених методик: “Методика розрахунку сил гідравлічного опору та адгезійного прилипання при взаємодії трубних колон зі стінками скерованої свердловини” (впроваджена в Філії “УГВ-Сервіс”) та «Методика оцінки параметрів напружено-деформованого стану у перерізах КНБК в режимі реального часу» (впроваджена в “Сміт Сервісез Україна”).

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Мойсишин В. М. Основи механіки бурильної колони при поглибленні свердловин роторним способом : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.15.10 "Буріння свердловин" / Мойсишин Василь Михайлович; Івано-Франків. держ. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 1996. 50с.

2. Воевідко І. В. Розробка теоретичних основ і технічних засобів для підвищення точності проведення спрямованих свердловин: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн наук: спец. 05.15.10 "Буріння свердловин" / Воевідко Ігор Володимирович; Івано- Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2007. 30с.

3. Чудик І. І. Розвиток наукових основ буріння скерованих свердловин з мінімальними витратами енергії: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.15.06 "Розробка нафтових та газових родовищ" / Чудик Ігор Іванович; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2011. 34с.

4. Chien-Min Liao. Experimental and numerical studies of drill-string dynamics: Dissertation submitted to the Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, College Park, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. 2011.

5. Чернова М. Є. Розвиток наукових основ підвищення ефективності буріння глибоких похило-скерованих свердловин (для умов нафтогазових родовищ України): автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук : спец.. 05.15.10 "Буріння свердловин" / М. Є. Чернова ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т. нафти і газу. Івано-Франківськ, 2019. 43с.

6. Гридчук, Я. С. Розвиток наукових основ інжинірингу динамічних процесів трубних та штангових колон при бурінні та експлуатації свердловин: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец.

05.05.12 "Машини нафтової і газової промисловості" / Я. С. Гридчук; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2020. 36 с.

7. Левчук К. Г. Удосконалення наукових основ моделювання динамічних процесів ліквідації прихоплень бурильного інструмента: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / К. Г. Левчук ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2019. 40с.

8. Васько І. С. Удосконалення методики проектування та проводки похило-скерованих свердловин: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.15.10 "Буріння свердловин" / Васько Ігор Станіславович ; Івано-Франків. держ. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 1998. 17с.

9. Новіков В. Д. Підвищення ефективності буріння свердловин роторним способом із застосуванням багатоопорних компоновок низу бурильної колони: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.15.10 "Буріння свердловин" / Новіков Володимир Дмитрович ; Івано-Франків. держ. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 1998. 17 с.

10. Василюк Ю. М. Вплив динамічних процесів у бурильній колоні на роботу тришарошкових доліт: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.15.10 "Буріння свердловин" / Василюк Юрій Михайлович; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2002. 20с.

11. Юрич А. Р. Удосконалення методів проектування та технології використання неорієнтованих компоновок низу бурильної колони: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.15.06 "Розробка нафтових та газових родовищ" / Юрич Андрій Романович ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2011. 18 с.

12. Mohammad Fazaelizadeh. Real time torque and drag analysis during directional drilling. A thesis submitted to faculty of graduate studies in partial fulfilment of the requirements for the degree of doctor of philosophy. Technical University of Calgary. 2013. 200 p.

**13.** Долик Р. М. Вибір неорієнтованих компоновок низу бурильної колони для буріння свердловин роторним способом : дис. ... канд. Техн. Наук : спец. 05.15.10 "Буріння свердловин": Дата захисту 04.10.18 / Р. М. Долик. Івано-Франківськ, 2018. 187с.

**14.** Лівінський А. М. Удосконалення технології буріння скерованих свердловин суміщеним способом: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.15.10 "Буріння свердловин": Дата захисту 29.11.19 / А. М. Лівінський. Івано-Франківськ, 2019. 158с.

**15.** Юрич Л. Р. Удосконалення технології буріння свердловин з врахуванням стану породоруйнівного інструменту: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.15.10 "Буріння свердловин" / Л. Р. Юрич ; Івано-Франків. держ.. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2021. 19 с.

**16.** Карпаш О. М. Методи та засоби забезпечення роботоздатності трубних колон: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.15.07 "Машини та агрегати нафтової і газової промисловості" / Карпаш Олег Михайлович; Івано-Франків. дер. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 1996. 47 с.

**17.** Копей Б.В. Науково-технологічні принципи комплексного підвищення ресурсу свердловинного нафтогазового обладнання: дис. на здобуття наук. ступеня д-ра. техн. наук: спец. 05.05.12. Івано-Франківськ, 1996. 478с.

**18.** Чернов Б. О. Методи підвищення роботоздатності бурильних і обсадних колон у нафтових і газових свердловинах: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра. техн. наук : спец. 05.15.10 "Буріння свердловин" / Чернов Борис Олександрович ; Івано-Франків. держ. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 1999. 34с.

**19.** Івасів В. М. Методи та засоби управління бурильною колоною для забезпечення її надійності: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Івасів

Василь Михайлович; Івано-Франків. держ. техн. ун-т. нафти і газу. Івано-Франківськ, 1999. 31 с.

**20.** Лисканич М. В. Підвищення експлуатаційної надійності бурильної колони в умовах вібраційного навантаження: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Лисканич Михайло Васильович; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2005. 34с.

**21.** Артим В. І. Підвищення експлуатаційної надійності трубних і штангових колон для буріння та видобування нафти і газу : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.15.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Артим Володимир Іванович; Івано-Франк. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2010. 36 с.

**22.** Рачкевич Р.В. Розвиток наукових основ забезпечення працездатності колон бурильних і насосно-компресорних труб на ділянках свердловин із геометричними недосконалостями. автореф. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.05.12. Івано-Франківськ, 2018. 34с.

**23.** Витязь О. Ю. Розвиток наукових основ оцінки роботоздатності колон бурильних та гнучких труб: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук : спец. 05.05.12 "Машини нафтової і газової промисловості" / О. Ю. Витязь ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т. нафти і газу. Івано-Франківськ, 2021. 40 с.

**24.** Петрина Д. Ю. Втомні властивості бурильних труб при екстремальних режимах буріння свердловин : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Петрина Дмитро Юрійович ; Івано-Франків. держ. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 1999. 18 с.

**25.** Янишевський А. Я. Прогнозування зносу та залишкового ресурсу елементів бурильної колони: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової і газової промисловості" /

Янишевський Андрій Ярославович ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2008. 18 с.

**26.** Джус А. П. Прогнозування довговічності елементів бурильної колони індикаторами втоми: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Джус Андрій Петрович ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2011. 20с.

**27.** Гриджук Я. С. Прогнозування довговічності елементів бурильної колони при вібраційному навантаженні: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Гриджук Ярослав Степанович ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2013. 20 с.

**28.** Гриців В. В. Удосконалення методів прогнозування ресурсу елементів бурильної колони: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Гриців Василь Васильович ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2013. 20 с.

**29.** Salihu B. M. Stress analysis of drillstring threaded connections. Doctor of Philosophy. Cranfield University 2011. 346p

**30.** Яциняк І. І. Прогнозування довговічності елементів бурильної колони із урахуванням критерію подібності втомного руйнування: автореф. дис. на здобуття наук. канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової і газової промисловості" / І. І. Яциняк; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2019. 20с.

**31.** Тирлич В. В. Забезпечення безаварійної роботи бурильних труб з виявленими експлуатаційними дефектами: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / В. В. Тирлич ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2019. 20с.

**32.** Рачкевич І. О. Прогнозування втомної довговічності елементів бурильної колони з врахуванням складного деформованого стану: дис. ... канд. техн. наук: спец. 133 – Галузеве машинобудування. Івано-Франківськ, 2021. 157с.

**33.** Фафлей О. Я. Підвищення втомної міцності двоопорних замкових різьбових з'єднань елементів бурильної колон: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / О. Я. Фафлей; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2021. 20с.

**34.** Чабан Н. І. Удосконалення методу оцінки технічного стану бурильних та насосно-компресорних труб: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.12 "Машини нафтової та газової промисловості" / Н. І. Чабан ; Івано-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2019. 20с.

**35.** Аль-Танакчі, Ахмед Джамал Фадхіл Підвищення ефективності експлуатації орієнтованих компоновок низу бурильної колони шляхом оцінки їх технічного стану: дис. ... д-ра філософії : спец. 185 "Нафтогазова інженерія та технології" / А. Д. Аль-Танакчі. - Івано-Франківськ, 2025. 200 с.

**36.** Schmalhorst B., Neubert M. Dynamic Modeling Software. *Practical Solutions for Drilling Challenges: AADE 2003 National Technology Conference* (Houston, Texas, April 1–3, 2003). Houston, 2003. Paper AADE-03-NTCE-53.

**37.** Xue Q., Li Y., Jia J., Zhao L. Vibration Damage Analysis of Bottom Hole Assembly Under Axial Impact Based on Dynamic Analysis. *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15, iss. 13. Art. no. 7388. <https://doi.org/10.3390/app15137388>

**38.** Dvoynikov M., Kutuzov P. Identification of Critical and Post-Critical States of a Drill String Under Dynamic Conditions During the Deepening of Directional Wells. *Eng.* 2025. Vol. 6, iss. 11. Art. no. 306. <https://doi.org/10.3390/eng6110306>

**39.** Analysis of secondary makeup characteristics of drill collar joint and prediction of downhole equivalent impact torque of Well SSDK1 / C. Wang, C.

Ming, H. Zhang, J. Chen, H. Qu, W. Wang, Q. Di. *Petroleum Exploration and Development*. 2024. Vol. 51, iss. 3. P. 697–705. [https://doi.org/10.1016/S1876-3804\(24\)60498-2](https://doi.org/10.1016/S1876-3804(24)60498-2)

**40.** Resonant Fatigue Tests on Drill Pipe Connections with Different Geometries and Sizes / C. Santus, L. Romanelli, A. Burchianti, T. Inoue. *Applied Sciences*. 2023. Vol. 13, iss. 14. Art. no. 8006. <https://doi.org/10.3390/app13148006>

**41.** Study of Lateral Vibration of Drilling String with Mass Imbalance Using Finite Element / S. Irawan, A. K. Shanmugam, M. I. P. Hidayat, T. R. Biyanto. *International Journal on Advanced Science, Engineering and Information Technology*. 2019. Vol. 9, no. 3. P. 816–821. ISSN: 2088-5334

**42.** Dynamic characteristic analysis on the bit lateral steering force of push-the-bit rotary steerable bottom hole assembly / H. Wang, Z. C. Guan, G. S. Zhao. *Mathematical Models in Engineering*. 2018. Vol. 4, iss. 4. P. 201–209. <https://doi.org/10.21595/mme.2018.20235>

**43.** Chen K.-D., Chen J.-Q., Hong D.-F. Efficient and high-fidelity steering ability prediction of a slender drilling assembly. *Acta Mechanica*. 2019. Vol. 230, no. 11. P. 3963–3988. <https://doi.org/10.1007/s00707-019-02460-5>.

**44.** A Review of the Research and Development of High-Frequency Measurement Technologies Used for Nonlinear Dynamics of Drillstring / L. Li, J. Wang, Y. Yu, Y. Xing, F. Zhang, Y. Zhang, Y. Li. *Shock and Vibration*. 2021. Vol. 2021. Art. ID 8821986. <https://doi.org/10.1155/2021/8821986>

**45.** Dynamic modeling and load transfer prediction of drill-string axial vibration in horizontal well drilling / W. Liu [et al.]. *Tribology International*. 2023. Vol. 177. 107986. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2022.107986>

**46.** Steering ability rapid evaluation of the slide drilling system based on multi-body dynamics model / J.-Q. Chen, K.-J. Wang, X.-Y. Tang, G.-X. Ren. *Geoenergy Science and Engineering*. 2024. Vol. 237. Art. 212813. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.geoen.2024.212813>.

47. Analysis of nonlinear vibration of lateral-torsional coupling for drill string in deviated well / Z. Tao, Y. Meng, Q. Feng, K. Yang, W. Kang, X. Huang, P. Fang. *Journal of Vibroengineering*. 2024. Vol. 26, iss. 7. P. 1584–1599. <https://doi.org/10.21595/jve.2024.24140>

48. Jing J., Liu W., Zhou Y. A feasible study for the working mechanism and parameter optimization of the agitator. *Advances in Mechanical Engineering*. 2019. Vol. 11, no. 5. P. 1–10. <https://doi.org/10.1177/1687814019846995>

49. Kinetic characteristics analysis of a new torsional oscillator based on impulse response / J. Tian, Y. Yang, L. Dai, X. Lin. *Archive of Applied Mechanics*. 2018. Vol. 88, no. 10. P. 1877–1891. <https://doi.org/10.1007/s00419-018-1412-8>

50. Vibration analysis of new drill string system with hydro-oscillator in horizontal well / J. Tian, Z. Yang, Y. Li, L. Yang, C. Wu, G. Liu, C. Yuan. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2016. Vol. 30, no. 6. P. 2443–2451. <https://doi.org/10.1007/s12206-016-0504-z>

51. Research on the influence factors of hydraulic oscillator on drag reduction efficiency in horizontal well drilling / Ni Weijun, Yang Guohao, Ma Chengyun, Liu Gang, Ma Fei, Zhao Kai. *Measurement and Control*. 2024. Vol. 57, Iss. 7. P. 871–878. <https://doi.org/10.1177/00202940231225339>

52. Efficient and high-fidelity steering ability prediction of a slender drilling assembly / K.-D. Chen, J.-Q. Chen, D.-F. Hong, X.-Y. Zhong, Z.-B. Cheng, Q.-H. Lu, J.-P. Liu, Z.-H. Zhao, G.-X. Ren. *Acta Mechanica*. 2019. <https://doi.org/10.1007/s00707-019-02460-5>

53. ТОВ "Шлюмберже Сервісез Україна". Звіт з похило-скерованого буріння свердловини на Семиренківському родовищі. SK-3000 / підгот. Є. Янко. Schlumberger, 2021. 53с.

54. ТОВ "Шлюмберже Сервісез Україна". Звіт з похило-скерованого буріння свердловини на Майорівському родовищі. DM-1500 / підгот. Д. Григоров. Schlumberger, 2024. 76с.

55. Research on friction characteristics of drill string in whole well section of gas drilling based on finite element method / D. Liu, X. Huang, K. Deng, P. Fang,

H. Yan, C. Li, K. Cai. *Journal of Vibroengineering*. 2025. Vol. 27, iss. 3. DOI <https://doi.org/10.21595/jve.2025.24519>

56. Liu Q., Zhou B., Chen F. [and others]. Optimal design and nonlinear dynamic characteristics of titanium /steel drill pipe composite drill string for ultra-deep drilling. *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13, art. no. 20491. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-47156-y>

57. Research on High-Frequency Torsional Oscillation Identification Using TSWOA-SVM Based on Downhole Parameters / T. Zhang [та ін.]. *Processes*. 2024. Vol. 12, iss. 10. Art. 2153. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr12102153>

58. Yadong Li, Minghu Nie, Kaili Hu , Hao Chen, Zhongxi Zhu, Mu Qiao. Drill pipe joints fatigue analysis and optimization under special working conditions. *Journal of Physics: Conference Series*. 2691 (2024) 012018. <https://doi:10.1088/1742-6596/2691/1/012018>

59. Biao Liu, Zhongxi Zhu, Jun Zhang, Wanneng Lei, Baichuan Wu. Fatigue failure analysis of drilling tools for ultra-deep wells in shunbei Block. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 423 (2018) 012190 <https://doi:10.1088/1757-899X/423/1/012190>

60. Influence of flex-sub on mechanical properties of rotary steerable drilling system / J. Wang, Q. Xue, L. Li, L. Huang, F. Li, B. Liu. *Mechanical Sciences*. 2020. Vol. 11, no. 2. DOI: <https://doi.org/10.5194/ms-11-285-2020>.

61. Аналіз корозійно-втомних руйнувань елементів бурильної колони / В. І. Артим [та ін.]. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2012. № 2(43). С. 197–202.]

62. Крижанівський Є. І. До питання оцінки параметрів руйнування бурильних колон за результатами експериментально-розрахункових досліджень / Є. І. Крижанівський, О. Ю. Витязь, Р. С. Грабовський. *Прикарпатський вісник НТШ*. 2016. № 1. С. 11-25.

63. Статистичний аналіз відмов бурильних труб груп міцності S-135 / О. Ю. Витязь, Р. С. Грабовський, В. В. Тирлич, Н. Р. Грабовська. *Розвідка та*

*розробка нафтових і газових родовищ*. 2022. № 1(82). С. 61–68. DOI: 10.31471/1993-9973-2022-1(82)-61-68.

**64.** Statistical analysis of drill pipe failures of strength groups S-135 and G-105 / Y. Kryzhanivskiy, O. Vytyaz, R. Hrabovskiy, V. Tyrlych. *Nafta-Gaz*. 2022. No. 7. P. 513–523. URL: <https://doi.org/10.18668/NG.2022.07.03>

**65.** Hua Tong, and Yongbo Shao. Mechanical Analysis of DS in Horizontal Directional Drilling. *Appl. Sci.* 2022, 12, 3145. <https://doi.org/10.3390/app12063145>

**66.** Горелкін А.А. Аналіз причин аварій при бурінні вертикальних свердловин великого діаметра. *Науковий вісник НГУ*, 2012, № 5. С. 18-22.

**67.** Factors affecting drilling incidents: Prediction of suck pipe by XGBoost model / T. Kizayev [та ін.]. *Energy Reports*. 2023. Vol. 9, no. 4. P. 270–279. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2023.03.083>

**68.** Чудик І. І., Юрич А. Р., Козлов А. А. Врахування каверно- і жолобоутворення при проектуванні неорієнтованих КНБК. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. №2(23) 2007. С. 45-50.

**69.** Чудик І. І. Узагальнена методика розрахунку енергетичних витрат при роботі неорієнтованих компоновок низу бурильної колони для роторного способу буріння. *Науковий вісник ІФНТУНГ*. 2013. № 2(35). С.121-128.

**70.** Ja. Grydzhuk, I. Chudyk, A. Velychkovych, A. Andrusyak. Analytical evaluation of inertial properties of the range of the drill string in its rotation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. №1/7 (97). P. 6-14.

**71.** Гридчук Я.С., Чудик І.І, Слабий О.О., Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Про аналітичне визначення площі зони контактування прогнутної ділянки бурильної колони із стінкою свердловини. *III Міжнародна науково-технічна конференція “Перспективи розвитку машинобудування та транспорту 2023”*, Вінниця. 1-3 червня 2023р. С. 63-65. [15173 \(vntu.edu.ua\)](https://vntu.edu.ua)

**72.** Handbook of Computer Aided Geometric Design / ed. by G. Farin, J. Hoschek, M.-S. Kim. Amsterdam : North-Holland ; Elsevier Science B.V., 2002. 825 p. ISBN 0-444-51104-0. DOI: doi.org

**73.** Rovenski V. Modeling of Curves and Surfaces with MATLAB®. New York ; Dordrecht ; Heidelberg ; London : Springer Science + Business Media, LLC, 2010. 447 p. (Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology; vol. 7). DOI: doi.org.

**74.** Гридчук Я. С., Кондур О. С., Слабий О. О., Кондур Т. І., Мохній І. Ю. Модель оцінки площі мідельного перерізу і поверхні втискання деформованої ділянки бурильної колони в стінку свердловини. Нафтогазова енергетика, 2026, № 1(45). С. 72 – 91. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2026-1\(45\)-72-91](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2026-1(45)-72-91).

**75.** Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Київ: Ігнатекс-Україна., 2013. 648с.

**76.** Чудик І.І., Лівінський А.М. , Аль Танакчі А., Пастух А.М., Нурузаде Е. Оцінка конструктивних параметрів орієнтованих компоновок для забезпечення їх проходження в стовбурі скерованої свердловини. Нафтогазова енергетика. 2019. № 1. С. 18-25.

**77.** Чудик І.І., Лівінський А.М., Аль Танакчі А., Пастух А.М. Особливості застосування орієнтованих КНБК у процесі буріння скерованих свердловин Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. 2019. № 1. С. 17-24.

**78.** Пукач П.Я. Методи аналізу динамічних процесів у нелінійних неавтономних механічних системах різної структури. Автореф. дис. на здобуття наук. ступеня док. техн. наук: спец. 05.02.09 “Динаміка та міцність машин” / П.Я. Пукач. Львів, 2014. 40с.

**79.** Гридчук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі, Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Дослідження деформованого стану бурильної колони, що обертається на ділянці похилої свердловини. Нафтогазова енергетика 2023. № 2. С. 38-52. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-2\(40\)-38-52](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-2(40)-38-52)

**80.** Wang X. Investigation of frictional effects on the nonlinear buckling behavior of a circular rod laterally constrained in a horizontal rigid cylinder / X.

Wang, Z. Yuan // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2012. Vols. 90–91. P. 70–78. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2012.04.011>

**81.** Nonlinear motions of a flexible rotor with a drill bit: stick-slip and delay effects / X. Liu [та ін.]. *Nonlinear Dynamics*. 2013. Vol. 72, iss. 1-2. P. 61–77. <https://doi.org/10.1007/s11071-012-0690-x>

**82.** Modeling and analyzing the movement of drill string while being rocked on the ground / X. Wang [та ін.]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2017. Vol. 39. P. 28–41. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2017.01.011>

**83.** Chudyk I. A Modeling of the Inertia Properties of a Drill String Section as a Continual Bent Rotating Rod / I. Chudyk, A. Velychkovych, Ja. Grydzhuk. *SOCAR Proceedings*. 2021. No. 4. P. 24–32. <https://doi.org/10.5510/OGP20210400610>

**84.** Гриджук Я.С. Моделювання поздовжніх коливань бурильної колони в середовищі MapleSim / Я.С. Гриджук // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: Х Міжнародна науково-технічна конференція "вібрації в техніці та технологіях", 11-13 жовтня 2011р.: Укр. міжвід. наук.-тех. зб. Львів, 2011. №45. С. 31-37.

**85.** Гриджук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі, Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Сучасні тенденції комп'ютерного моделювання для дослідження роботи бурильної колони. XII Міжнародна науково-технічна конференція "Прогресивні технології в машинобудуванні". 5-9 лютого 2024 р. Івано-Франківськ – Яремче. [ZbE\\_PTME2024\\_погодж 31-01.pdf - Google Диск](#)

**86.** Tao, Z., Meng, Y., Feng, Q., Yang, K., Kang, W., Huang, X., & Fang, P. (2024). Analysis of nonlinear vibration of lateral-torsional coupling for drill string in deviated well. *Journal of Vibroengineering*, 26(7), 1584–1601. <https://doi.org/10.21595/jve.2024.24140>

**87.** Kropyvnytska, V., Humeniuk, T., Sabat, N., & Sementsov, G. (2018). Analysis of amplitude-phase functions of the drill string as a component of automation system. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1/2(91), 48–58. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.120544>

**88.** Liu, W., Song, M., Xu, Z., & Zhang, X. (2014). Gap element method of longitudinal vibration of drill string. *Journal of Chemical and Pharmaceutical Research*, 6(7), 1523–1530.

**89.** Гоголь, В. І. Дослідження поздовжніх, крутильних і згинальних коливань бурильної колони / В. І. Гоголь, П. І. Огородніков, В. М. Світлицький // Нафтогазова галузь України. 2013. № 6. С. 5-8.

**90.** Chen, J., Yang, L., Huang, Q., Zhang, W., Qiao, J., Zhang, X., & Jiang, D. (2025). Dynamic analysis of drill string vibration enhanced by neural network based models. *Geoenergy Science and Engineering*, 246, Article 213618. <https://doi.org/10.1016/j.geoen.2024.213618>

**91.** Kudaibergenov, A., Kudaibergenov, A., & Khajiyeva, L. (2017). On resonance regimes of drill string nonlinear dynamics. *AIP Conference Proceedings*, 1872(1), Article 020007. doi.org.

**92.** Kudaibergenov, Askat K., Kudaibergenov, Askar K., & Khajiyeva, L. A. (2025). The effect of a supersonic gas flow on resonance regimes of drill string nonlinear vibrations. *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics*, 20, 10–19. doi.org

**93.** Liu, D., Huang, X., Deng, K., Fang, P., Yan, H., Li, C., & Cai, K. (2025). Research on friction characteristics of drill string in whole well section of gas drilling based on finite element method. *Journal of Vibroengineering*, 27(3), 567–581. doi.org

**94.** Yuan, H., Dong, G., Chen, Y., Wang, Q., & Mi, G. (2022). The vibration modal characteristics of drillstring in compound drilling. *Journal of Physics: Conference Series*, 2208(1), Article 012006. doi.org

**95.** Han, C., Yan, T., Zhang, Y., & Wang, Q. (2013). Longitudinal harmonic response analysis of drill string in deep well by using ANSYS. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 6(20), 3815–3819.

**96.** Bembenek, M., Grydzhuk, Y., Gajdzik, B., Ropyak, L., Pashechko, M., Slabyi, O., Al-Tanakchi, A., & Pryhorovska, T. (2024). An analytical–numerical model for determining “drill string–wellbore” frictional interaction forces. *Energies*, 17(2), 301. doi.org (p. 1)

**97.** Yang, Y., Huang, F., Yan, D., Liao, H., & Niu, J. (2024). Dynamics study of hot dry rock percussive drilling tool based on the drill string axial vibration. *Geoenergy Science and Engineering*, 242, 213599. <https://doi.org/10.1016/j.geoen.2024.213599>

**98.** T. Kondur, J. Grydzhuk, A. Dzhus, A. Livinskyi, V. Mykhailiuk, A. Yurych. Modern trends in improving drilling efficiency of oil and gas wells. XVII International Scientific Conference “Monitoring of Geological Processes and Ecological Condition of the Environment” 7–10 November 2023, Kyiv, Ukraine. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.2023520114>

**99.** O. Slabyi, Y. Grydzhuk, T. Kondur, I Mokhniy. Features of the drill string model construction with axial vibration oscillator. XIV Міжнародна науково-технічна конференція “Прогресивні технології в машинобудуванні АТМЕ 2026”. 9-13 лютого 2026 р. Івано-Франківськ – Яремче. С. 58-59.

**100.** Гриджук Я.С., Чудик І.І., Слабий О.О., Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Математична модель оцінки поздовжнього резонансу бурильної колони для буріння скерованих ділянок свердловин. Вісник східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля № 3 (301) 2026. С. 50-64. <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2026-301-3-50-64>

**101.** Коливання стержнів, пластин та оболонок [Електронний ресурс]: підручн. для студ. спец. 131 “Прикладна механіка” / А. Є. Бабенко, О. О. Боронко, Я. І. Лавренко, С. І. Трубачев ; КПП ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові данні (1 файл: 10,28 Мбайт). Київ: КПП ім. Ігоря Сікорського, 2022. 252 с.

**102.** Бабенко А.Є Коливання неконсервативних механічних систем: Монографія / А.Є.Бабенко, О.О.Боронко, Я.І.Лавренко, С.І.Трубачев. Нац.техн.ун-т України “КПП імені Ігоря Сікорського”. Київ: 2020. 153с.

**103.** Слабий О.О., Гриджук Я.С., Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Імітаційна модель бурильної колони з установленим генератором осьових коливань. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ 2023. № 3(88). С. 49-60. <https://doi.org/10.69628/pdogf/3.2023. 49>

**104.** Слабий О.О., Гриджук Я.С., Кондур Т.І., Мохній І.Ю., Царук В.Ф. Визначення оптимального місця розташування генератора осьових коливань в бурильній колоні. Нафтогазова енергетика. Нафтогазова енергетика. 2024 №1 (41) С. 86-95. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1\(41\)-86-95](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1(41)-86-95)

**105.** Слабий, О. О., Гриджук, Я. С., Кондур, Т. І. Дослідження впливу форми коливань на ефективність роботи генератора осьових коливань. Нафтогазова енергетика, 2(44), 2025, С. 136-147. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2025-2\(44\)-136-147](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2025-2(44)-136-147)

**106.** Y.Grydzhuk, O. Slabyi, T. Kondur. Assessment of dynamic contact of the bent part of the drill string with the wall of the directed well. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції «Моделювання, керування та інформаційні технології» - 2024». 7-9 листопада 2024 року Рівне. С. 241-242. DOI: <https://doi.org/10.31713/MCIT.2024.074>

**107.** Pashechko Mykhailo, Гриджук Я.С., Михайлів А.Б., Кондур Т.І., Аль Танакчі Ахмед. Деякі особливості застосування давачів для вимірювання параметрів коливань нафтогазового обладнання. X Міжнародна науково-технічна конференція «Датчики, прилади та системи – 2023». 12 - 14 вересня 2023 року Черкаси.

**108.** Матвійків Т. М. Інформаційні технології усунення ударів та вібрацій в похило-скерованому бурінні: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06 / Нац. ун-т "Львівська політехніка". Львів, 2016. 22 с.

**109.** Гриджук Я.С., Мохній І.Ю., Кондур Т.І., Слабий О.О., Царук В.Ф. Модель взаємодії орієнтованої компоновки низу бурильної колоні із стінками свердловини. Нафтогазова енергетика 2024. № 2(42). С. 61-70. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2\(42\)-61-70](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2(42)-61-70)

**110.** Бабенко А.Є Коливання неконсервативних механічних систем: Монографія / А.Є.Бабенко, О.О.Боронко, Я.І.Лавренко, С.І.Трубачев. Нац.техн.ун-т України “КПІ імені Ігоря Сікорського”. Київ: 2020. 153с.

## ДОДАТОК А

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
НАФТИ І ГАЗУ

“ЗАТВЕРДЖЕНО”



Директор Філії “УГВ-Сервіс”

Ігор МОХНІЙ

“6” листопада 2024р

### МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ СИЛ ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ ТА АДГЕЗІЙНОГО ПРИЛИПАННЯ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ ТРУБНИХ КОЛОН ЗІ СТІНКАМИ СКЕРОВАНОЇ СВЕРДЛОВИНИ

“ПОГОДЖЕНО”



Ректор ІФНТУНГ

Ігор ЧУДИК

“22” листопада 2024р

Івано-Франківськ, 2024

**1 РОЗРОБЛЕНО:**

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

**РОЗРОБНИКИ:**

**Чудик І. І.**, професор, доктор технічних наук, ректор ІФНТУНГ;

**Гриджук Я.С.**, професор, доктор технічних наук, ІФНТУНГ;

**Слабий О.О.**, докторант, кандидат технічних наук, ІФНТУНГ;

**Кондур Т.І.**, аспірант; начальник відділу вимірювання параметрів буріння ТОВ “Шлюмберже Сервісез Україна”;

**Мохній І.Ю.**, аспірант; директор Філії “УГВ-Сервіс”

**2 ПРИЙНЯТО ТА НАДАНО ЧИННОСТІ:**

## ЗМІСТ

|                                                                                                                             | ст. |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>1</b> ТЕХНІЧНІ СТАНДАРТИ, ПОЗНАЧЕННЯ ТА<br>СКРОЧЕННЯ ОСНОВНИХ ТЕРМІНІВ .....                                             | 4   |
| <b>2</b> СФЕРА ЗАСТОСУВАННЯ .....                                                                                           | 5   |
| <b>3</b> ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ.....                                                                                            | 6   |
| <b>4</b> ТЕОРЕТИЧНІ ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ .....                                                                         | 8   |
| <b>5</b> РОЗРАХУНОК ПЛОЩІ МІДЕЛЯ ТА ПОВЕРХНІ<br>КОНТАКТУ ДЕФОРМОВАНОЇ ДІЛЯНКИ ТРУБНОЇ<br>КОЛОНИ ІЗ СТІНКОЮ СВЕРДЛОВИНИ..... | 10  |
| <b>6</b> РОЗРАХУНОК СИЛИ ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ<br>ДЕФОРМОВАНОЇ ДІЛЯНКИ ТРУБНОЇ КОЛОНИ<br>ВТИСНУТОЇ У СТІНКУ СВЕРДЛОВИНИ ..... | 15  |
| <b>7</b> РОЗРАХУНОК СИЛИ АДГЕЗІЙНОГО ПРИЛИПАННЯ<br>ДЕФОРМОВАНОЇ ДІЛЯНКИ ТРУБНОЇ КОЛОНИ ДО<br>СТІНКИ СВЕРДЛОВИНИ.....        | 17  |
| ДОДАТОК А.....                                                                                                              | 20  |
| ДОДАТОК Б.....                                                                                                              | 28  |
| ДОДАТОК В.....                                                                                                              | 38  |
| БІБЛІОГРАФІЯ.....                                                                                                           | 40  |

# **1 ТЕХНІЧНІ СТАНДАРТИ, ПОЗНАЧЕННЯ ТА СКОРОЧЕННЯ ОСНОВНИХ ТЕРМІНІВ**

**1.1** При розробці даної методики використано інформацію з наступних технічних стандартів:

- API Spec 7-1/7-2: основні стандарти для елементів бурильних колон (різьби, допуски, механічні властивості);
- API RP 5C7: практичні рекомендації щодо експлуатації, обслуговування та контролю стану гнучких труб. Стандарт описує правила транспортування, намотування на барабан та методи моніторингу втоми металу (Fatigue Monitoring);
- API RP 16ST: стандарт, що стосується обладнання колтюбінгових установок, зокрема противикидного обладнання та з'єднувальних елементів.
- DS-1 (TH Hill): галузевий стандарт щодо інспекції, критичних навантажень та дизайну КНБК;
- NS-1/NS-2 (Fearnley Procter): стандарти, що фокусуються на якості виготовлення та запобіганні втомі металу (часто використовуються в складних умовах буріння);
- ISO 10424: міжнародний стандарт для обладнання роторного буріння.

**1.2** При розробці даної методики використано наступні скорочення:

БК – бурильна колона;  
БТ – бурильна труба;  
ЗРЗ – замкові різьбові з'єднання;  
КНБК – компоновка низу бурильної колони;  
КГТ – колона гнучких труб;  
ЛБТ – легкосплавна бурильна труба;  
ОБТ – обважнена бурильна труба;  
ОК – обсадна колона;  
П – перевідник;  
СС – стінка свердловини;  
ТБТ – товстостінна бурильна труба;  
ТК – трубна колона;  
ФК – фільтраційна кірка.

## **2 СФЕРА ЗАСТОСУВАННЯ**

**2.1** Дана методика поширюється на буріння глибоких скерованих нафтових і газових свердловин і регламентує послідовність розрахунку геометричних та силових параметрів контактної взаємодії бурильних колон (БК) із стінками скерованих свердловин.

**2.2** До складу БК можуть входити різні трубні колони (ТК): колона бурильних труб (КБТ), колона колтюбінгових гнучких труб (КГТ), колона легкосплавних бурильних труб (КЛБТ), компоновка низу бурильної колони (КНБК).

**2.3** Розрахунок сил гідравлічного опору та адгезійного прилипання при взаємодії ТК зі стінками скерованої свердловини, на основі техніко-технологічних та гірничо-геологічних даних буріння є інженерним завданням, яке вимагає поєднання методів: механіки суцільних середовищ, механіки твердих та деформівних тіл, а також чисельних досліджень.

**2.4** Отримані в процесі розрахунку результати можуть бути використані для: контролю сумарних сил опору, а також статичних та динамічних навантажень, що діють на ділянках ТК; оптимізації конструкції глибинного бурового обладнання задля зменшення сил опору руху трубних колон з метою доведення їх до проектних глибин; запобігання виникнення ускладнень, поломок та інших нештатних ситуацій; оптимізації механічної швидкості буріння; використання в алгоритмах “автоматичного бурильника”.

**2.5** Дана методика призначена для використання при бурінні свердловин сервісними компаніями, буровими підприємствами, їх підрядниками та сумісниками.

**2.6** Вимоги та положення цієї методики є обов’язковими при проектуванні і виборі режимно-технологічних параметрів, техніки і технології буріння свердловин.

### **3 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ**

**3.1** Стовбури глибоких скерованих свердловин мають непросту форму та геометричні недосконалості, які негативно впливають на роботу БК, КГТ, КНБК, які у процесі буріння впродовж інтенсивних коливань зазнають як плоского так і просторового деформування та дії широкого спектру навантажень [1, 2, 3].

**3.2** Під час буріння глибоких скерованих свердловини ТК зазнає складної плоскої та простової деформації [4, 5, 6]. Взаємодія викривлених ділянок БК різної довжини зі стінками свердловини з різною інтенсивністю на різних глибинах призводять до збільшення загального енергоспоживання БК а також сумарних сил опору, які перешкоджають доведенню долота до проектних глибин [7].

**3.3** Під час усталеного процесу буріння значну частину сил опору осьовому руху ТК при взаємодії її деформованих ділянок становлять сили в'язкого гідравлічного опору та сили адгезійного прилипання.

**3.4** Сила в'язкого гідравлічного опору виникає внаслідок відносного ковзання прогнутої ділянки ТК у жолобній виробці, за наявності в'язкої фільтраційної кірки, якою вкрита стінки свердловини [8].

**3.5** Сила адгезійного прилипання прогнутої ділянки ТК до стінки свердловини виникає внаслідок різниці між гідростатичним тиском стовпа промивальної рідини та пластовим тиском. Вона також визначаються з урахуванням площі контактної поверхні труби, яка змінюється в залежності від глибини втискання у стінку свердловини [7, 8].

**3.6** В даній методиці запропоновано рекомендації, математичні залежності та числові дані для розрахунку сил в'язкого гідравлічного опору та сил адгезійного прилипання з використанням геометричних даних деформованих ділянок ТК. Враховуючи складність просторової орієнтації БК у свердловині подана методика орієнтована на широке застосування комп'ютерної техніки [9, 10].

**3.7** Дана методика передбачає широке використання та застосування залежностей, формул та результатів розрахунку із інших нормативних документів, передбачених технологією буріння свердловин [11, 12, 13].

**3.7** В даній методиці викладені рекомендації щодо:

- розрахунку площі міделя деформованої ділянки ТК втиснутої у стінку свердловини;

- розрахунок сили гідравлічного опору деформованої ділянки ТК втиснутої у стінку свердловини;
- розрахунок площі поверхні контакту деформованої ділянки ТК із стінкою свердловини;
- розрахунок сили адгезійного прилипання деформованої ділянки ТК до стінки свердловини.

## 4. ТЕОРЕТИЧНІ ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ

**4.1** При втисканні прогнутої півхвилі ТК у стінку свердловини вважається, що основою стінки свердловини є речовина з пружно-анізотропними властивостями, поверхня якої вкрита суцільною фільтраційною кіркою [1, 2, 3]. При локальному торканні до в'язкої поверхні стінки свердловини ТК продовжує втискатися в неї з подальшим утворенням жолобоподібної поверхні до того часу, коли максимальна реакція стінки стане рівною максимальній силі пружного втискання. При остаточному впиранні прогнутої ділянки колони в тверду основу стінки свердловини її реакція досягає максимального значення, а швидкість втискання при цьому стає рівною нулю.

**4.2** Зону локального контактування прогнутої ділянки ТК із стінкою свердловини можна моделювати як частину поверхні тора, яка вирізається круговим циліндром [2] (рис. 4.1). З достатньою точністю зовнішня поверхня ділянки колони, прогнутої у площині паралельній осі свердловини, ототожнюється з поверхнею ділянки тора, а внутрішня поверхня стінки свердловини – із поверхнею кругового циліндра [2, 3]. Визначення площі зони контактування зводиться до визначення площі поверхні взаємного перетину поверхонь тора і циліндра, відповідно четвертого та другого порядку (рис. 4.2).

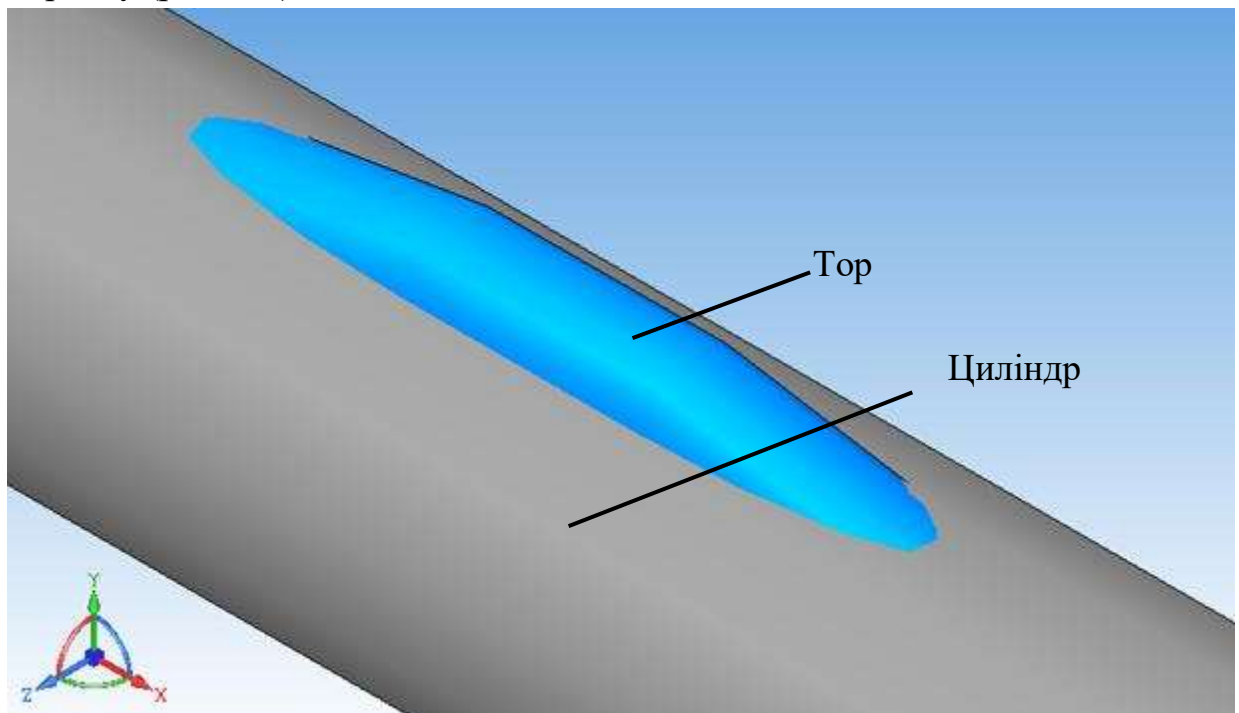


Рисунок 4.1 – Модельна поверхня зони контактування прогнутої ділянки ТК, яка втиснута у стінку свердловини

**4.3** Тор є геометричною фігурою, поверхня якої описується рівнянням четвертого порядку. Рівняння тора з радіусом твірного кола  $r$  і відстанню від центра цього кола до осі (центру) тора  $R$  задається у наступному вигляді:

$$\left(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2\right)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0; \quad (4.1)$$

де  $r$  – радіус твірного кола;  $R$  – відстань від центру твірного кола до головної осі симетрії тора.

**4.4** Циліндр є геометричною фігурою, поверхня якої описується рівнянням другого порядку. Для кругового циліндра з радіусом твірного кола  $\rho$  задається у такому:

$$x^2 + y^2 = \rho^2; \quad (4.2)$$

де  $\rho$  – радіусом твірного кола циліндра.

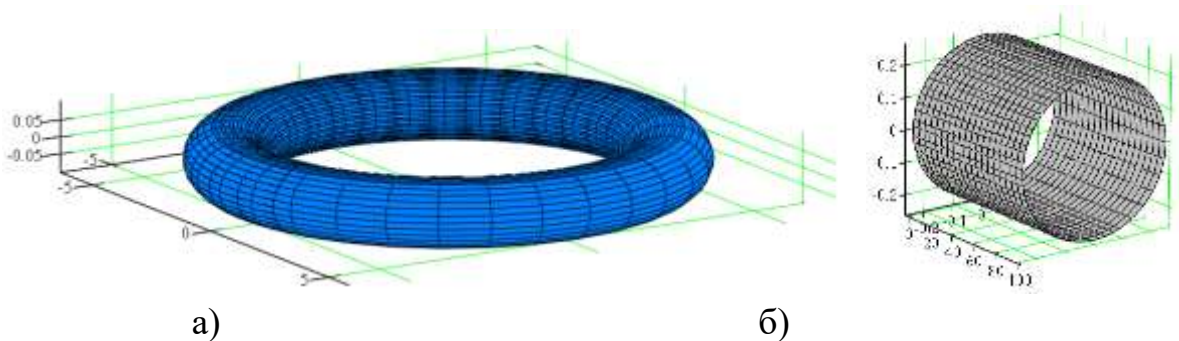


Рисунок 4.2 – Моделі поверхонь тора а) та кругового циліндра б)

Аналітичне моделювання взаємного перетину поверхонь перетину тора і циліндра є досить складною геометричною задачею через те, що обидві поверхні є криволінійними [2, 3]. Оскільки тор є поверхнею четвертого порядку, а циліндр – другого, результуюча лінія перетину в загальному випадку описується рівнянням восьмого степеня. В такий спосіб, аналітичне моделювання перетину тора й циліндра зводиться до розв’язання системи нелінійних рівнянь високих порядків. Основне завдання – це визначення площі поверхні тора, яка “вирізається” поверхнею циліндра та площі поперечного перерізу “вирізаного” елемента тора.

## 5. РОЗРАХУНОК ПЛОЩІ МІДЕЛЯ ДЕФОРМОВАНОЇ ДІЛЯНКИ ТРУБНОЇ КОЛОНИ, ВТИСНУТОЇ У СТІНКУ СВЕРДЛОВИНИ

**5.1** Для розрахунку площі поверхні тора, яка “вирізається” поверхнею циліндра та площі поперечного перерізу “вирізаного” елементу тора застосовується метод параметризації. Обраний метод є найефективнішим, оскільки можна представити одну з поверхонь у параметричному вигляді [2, 3]. Одночасно застосовується і метод аналізу особливих точок: за допомогою похідних (градієнтів поверхонь) визначатимемо точки дотику або самоперетину кожної кривої; якщо градієнти обох поверхонь у точці колінеарні, то це свідчатиме про їх дотик.

**5.2** Розташуємо головну вісь симетрії тора перпендикулярно головній осі симетрії циліндра таким чином, щоб поверхня тора випиналася на величину  $a$  відносно поверхні циліндра і проведемо січну площину (рис. 5.1). Введемо геометричні параметри моделі:  $\rho$  – радіусом твірного кола циліндра;  $r$  – радіус твірного кола;  $R = x_0 x_1$  – відстань від центру твірного кола до головної осі симетрії тора;  $\alpha$  – половина центрального кута сегмента твірного кола тора;  $\beta$  – половина центрального кута сегмента кола циліндра;  $L = O x_1$  – відстань між центром циліндра і центром поперечного перерізу тора;  $a$  – глибина втискання тора в циліндр;  $S_M$  – сегментна площа міделевого перерізу (площа міделя). Надалі зробимо припущення, що:

$$\rho \leq x_0 + R + r \leq \rho + a, \quad a = \frac{r}{2} \quad (5.1)$$

**5.3** Вважається, що головна вісь симетрії тора перетинатиме вісь  $Ox$  у точці з абсцисою  $x_0$ . Тоді з урахуванням (5.1) рівняння поверхні тора (4.1) перепишемо у наступному вигляді:

$$\left( (x - x_0)^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2 \right)^2 = 4R^2 \left( (x - x_0)^2 + z^2 \right), \quad (5.2)$$

а рівняння кола поперечного перерізу тора:

$$\left( x - (x_0 + R) \right)^2 + y^2 = r^2. \quad (5.3)$$

**5.4** Побудуємо розрахункову схему поперечного перерізу перетину БК (тора) з зі стінкою свердловини (циліндром) (рис. 5.1). Точки А і В – це точки перетину кола радіусом  $\rho$  циліндра, що моделює внутрішню поверхню стінки свердловини та кола радіусом  $r$ , що моделює твірну тора. Для визначення координат точок А і В складемо систему з рівнянь цих кіл:

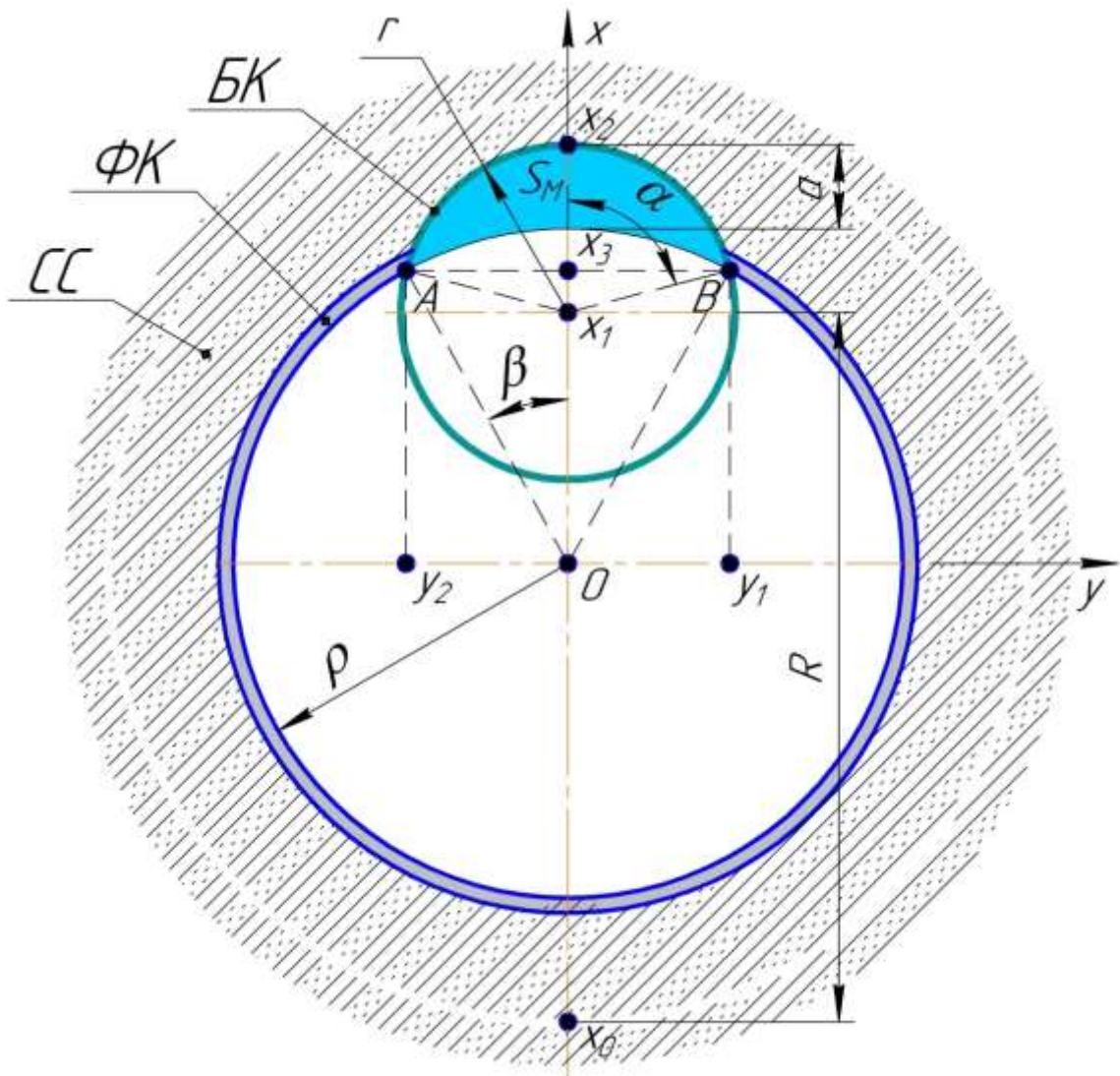
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \rho^2; \\ \left(x - (x_0 + R)\right)^2 + y^2 = r^2. \end{cases} \quad (5.4)$$

Додавши обидва рівняння системи (5.4), приведемо отриманий вираз до наступного вигляду:

$$2x(x_0 + R) = \rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2,$$

звідки

$$x = x_3 = \frac{\rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2}{2(x_0 + R)}. \quad (5.5)$$



СС – стрінка свердловини; ФК – фільтраційна кірка; ТК – трубна колона

Рисунок 5.1 – Розрахункова схема поперечного перерізу тора в циліндрі

**5.5** Підставивши (5.5) у перше рівняння системи (5.4), приведемо отриманий вираз до наступного вигляду:

$$y^2 = \rho^2 - x^2 = \rho^2 - \frac{\rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2}{2(x_0 + R)},$$

звідки

$$y_{1,2} = \sqrt{\rho^2 - \left( \frac{\rho^2 - r^2 + (x_0 + R)^2}{2(x_0 + R)} \right)^2}. \quad (5.6)$$

В результаті проведених математичних процедур, отримали координати точок  $A$  і  $B$  (рис. 5.1):  $A(x_3, y_2)$  та  $B(x_3, y_1)$ . Після цього виділимо область  $Q$ , яка в між точками  $A(x_3, y_2)$ ,  $B(x_3, y_1)$  та абсцисою  $x_2$  буде обмежена дугами кіл радіусами  $\rho$  та  $r$ .

**5.6** З рівняння тора (5.2) виразимо  $z$ , як функцію  $x$  і  $y$  та приведемо отриманий вираз до наступного вигляду:

$$\begin{aligned} z^4 + 2z^2 \left( (x - x_0)^2 + y^2 - (R^2 + r^2) \right) + \\ + \left( (x - x_0)^2 + y^2 + R^2 - r^2 \right) - 4R^2 (x - x_0)^2 = 0. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Знайдемо корені біквдратного рівняння (5.7):

$$z = \pm \sqrt{\left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2}, \quad (5.8)$$

Оскільки поверхня симетрична відносно  $xOy$ , то досить розглянути  $z \geq 0$ , а отже рівняння поверхні, яка отримується в результаті взаємного вирізання тора циліндром прийме такий вигляд:

$$z = \sqrt{\left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2} = F(x; y) \quad (5.9)$$

**5.7** Площу поверхні тора, яка “вирізається” поверхнею циліндра можемо визначити за відомою формулою визначення поверхонь у тривимірному просторі:

$$S_n = \iint_Q \sqrt{1 + \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2} dx dy; \quad (5.10)$$

Часткові похідні формули (5.10) матимуть наступний вигляд:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sqrt{\left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2} \right] = - \frac{x - x_0}{\sqrt{\left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2}}; \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \sqrt{\left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2} \right] = - \frac{y \left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)}{\sqrt{\left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2} \sqrt{r^2 - y^2}}. \quad (5.12)$$

Після цього з використанням (5.11) і (5.12) сформуємо підінтегральну функцію формули (5.10):

$$\sqrt{1 + \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2} = \frac{r \left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)}{\sqrt{\left[ \left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2 \right] (r^2 - y^2)}} \quad (5.13)$$

З урахуванням (5.5) формула (5.6) набуде такого вигляду:

$$S_n = 2 \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{\sqrt{r^2 - y^2}}^{\sqrt{r^2 - y^2} + x_0 + R} \sqrt{\frac{r \left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)}{\sqrt{\left[ \left( \sqrt{r^2 - y^2} \pm R \right)^2 - (x - x_0)^2 \right] (r^2 - y^2)}}} dx; \quad (5.14)$$

Після низки математичних перетворень вираз (5.14) приведемо до наступного вигляду:

$$S_n = 2r \int_{y_1}^{y_2} \frac{\sqrt{r^2 - y^2} \pm R}{\sqrt{r^2 - y^2}} \left[ \arcsin \left( \frac{\sqrt{r^2 - y^2} + R}{\sqrt{r^2 - y^2} \pm R} \right) - \arcsin \left( \frac{\sqrt{r^2 - y^2} - x_0}{\sqrt{r^2 - y^2} \pm R} \right) \right] dy; \quad (5.15)$$

Отриманий інтеграл (5.15) є досить складним для знаходження первісної в елементарних функціях. Тому остаточний розв'язок здійснюємо чисельним методом – методом Сімпсона [2, 3]. Для реалізації даного методу складено програму на мові Python та Maple (таблиця В1, В2).

5.8 У випадку взаємодії ТК із стінкою по спіралеподібній траєкторії, площу поверхні контактування можна виразити наступним чином:

$$S_{nc} = 2r\alpha L_c, \quad (5.16)$$

де  $\alpha$  – половина центрального кута сегмента твірного кола тора;

$L_c$  – довжина ділянки ТК деформованої у спіраль.

**5.8** Площу області  $S_M$ , як площу поперечного перерізу поверхні ТК, що втиснута у жолоб фільтраційну кірку (мідель), виразимо через радіуси поперечних перерізів циліндра  $\rho$  і твірного кола тора  $r$ :

$$S_M = r^2 (\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) - \rho^2 (\beta - \sin \beta \cdot \cos \beta) \quad (5.17)$$

$\beta$  – половина центрального кута сегмента кола циліндра.

Кути  $\alpha$  і  $\beta$  визначаємо відповідно до рис. 5.1:

$$\alpha = \arccos\left[\left(\rho^2 - L^2 - r^2\right)/(2rL)\right]; \quad (5.18)$$

$$\beta = \arccos\left[\left(\rho^2 + L^2 - r^2\right)/(2\rho L)\right]; \quad (5.19)$$

де  $L$  – відстань між центром циліндра і центром поперечного перерізу тора:

$$L = \rho - r + a. \quad (5.20)$$

**5.9** Для практичних розрахунків у випадках, коли глибина втискання значно менша за радіуси ( $a \ll r, \rho$ ), використовують спрощену наближену формулу:

$$S_M = \frac{4}{3}a\sqrt{2R_{36}a}; \quad (5.21)$$

де  $R_{36}$  – зведений радіус,

$$R_{36} = \rho r(\rho - r). \quad (5.22)$$

**5.10** Визначену в такий спосіб площу поверхні тора  $S_T$ , яка “вирізається” поверхнею циліндра надалі можемо ототожнити з площею поверхні зігнутої бурильної труби, що втискається у стінку свердловини і знаходиться у жолобній “виробці”, а площу частини поперечного перерізу тора “вирізаного”елементу (площі міделя)  $S_M$  – з площею частини поперечного перерізу цієї зігнутої бурильної труби, яка контактує із стінкою свердловини в межах “жолобу”. Використовуючи геометричні дані КГТ, БТ і ОБТ із застосуванням встановлених залежностей (5.15) та (5.16) проведено обчислення зазначених площ для різних глибин їх втискання у стінку свердловини, а результати розрахунку зведено в таблиці А1 – А6.

## 6. РОЗРАХУНОК СИЛИ ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ ДЕФОРМОВАНОЇ ДІЛЯНКИ ТРУБНОЇ КОЛОНИ, ВТИСНУТОЇ У СТІНКУ СВЕРДЛОВИНИ

**6.1** Сила гідродинамічного опору, яка діє на зігнуту ділянку ТК при її ковзанні по жолобу, вкритого фільтраційною кіркою, згідно [14, 15] визначається за формулою:

$$F_{ГО} = C_x \frac{\rho_p v^2}{2} S_m \quad (6.1)$$

де  $C_x$  – безрозмірний коефіцієнт лобового опору, який залежить від форми тіла;  $\rho_p$  – густина в'язкого середовища;  $v$  – швидкість відносного руху;  $S_m$  – площа мідельного перерізу, ділянки ТК, втиснутої у стінку свердловини.

**6.2** Коефіцієнт лобового опору залежить від геометрії тіла (наскільки воно обтічне) та режиму руху в'язкого середовища (числа Рейнольдса). У бурінні цей коефіцієнт найчастіше розглядають для замкових з'єднань ОБТ, муфт БТ, доліт та конструктивних елементів КНБК, які створюють гідравлічний опір під час їх руху у буровому розчині. У відповідності до процедури досліджень [14, 15] та теоретичних викладок [16] числові значення коефіцієнтів лобового опору можна обирати з таблиці А8.

**6.3** В якості в'язкого середовища, в якому рухається зігнута ділянка ТК в зоні контакту із стінкою свердловини приймається фільтраційна кірка. При спорудженні скерованих та горизонтальних свердловин вимоги до фільтраційної кірки жорсткіші через високий ризик прихоплень та необхідність мінімізації тертя. Значення густини в'язкого середовища згідно [16] можна приймати наступними: для розчинів на водній основі 1200-1600кг/м<sup>3</sup>; для розчинів з обважнювачем (наприклад, баритом) 1800-2100кг/м<sup>3</sup>.

**6.4** Швидкість осьових коливань ділянки ТК при бурінні РДС долотом у скерованій свердловині не є константою і залежить від режиму буріння. Проте в умовах стабільної роботи без вираженого «стрибання» долота при оснащеності КНБК ГОК з частотою роботи 10-25Гц та амплітудою 2-20мм вона зазвичай становить від 0,15 м/с до 0,45 м/с [1-4]. При виникненні резонансних явищ або сильної осьової вібрації амплітудна швидкість може сягати 0,5–1,0 м/с, що є критичним для цілісності БК [5, 6].

**6.5** Площа мідельного перерізу ТК визначається за залежністю (5.16), або ж вибирається з таблиць А1, А2, А3 для конкретного діаметру труби.

## 7. РОЗРАХУНОК СИЛИ АДГЕЗІЙНОГО ПРИЛИПАННЯ ДЕФОРМОВАНОЇ ДІЛЯНКИ ТРУБНОЇ КОЛОНИ ДО СТІНКИ СВЕРДЛОВИНИ

**7.1** Сила адгезійного прилипання (диференційного прихоплення) деформованої трубної колони згідно [16, 19] визначається за формулою:

$$F_{np} = k \Delta p S_n \quad (7.1)$$

де  $k$  – коефіцієнт адгезії (залежить від її складу та товщини), типове значення для якісної кірки  $k = 0,05 - 0,4$ ;

$\Delta p$  – диференційний тиск, як різниця між гідростатичним тиском стовпа бурового розчину та пластовим тиском; ( $\Delta p = 5 \cdot 10^6$  Па);

$S_n$  – площа контакту ділянки ТК зі стінкою свердловини при її плоскому прогині; для ділянок ТК, що зазнають спіралеподібної деформації в розрахунках слід приймати  $S_{nc}$ .

**7.2** Коефіцієнт адгезії описують емпіричною залежністю:

$$k = k_0 t^n \quad (7.2)$$

де  $k_0$  – початковий коефіцієнт адгезії в момент часу  $t = 0$ ; як правило  $k_0 = 0,05$ ;

$t$  – час перебування у нерухомому положенні;

$n$  – показник, що залежить від липкості кірки (зазвичай 0,1–0,3; або 0,3–0,5).

**7.3** Час перебування у нерухомому положенні характеризується наступними критичними проміжками:

$t \leq 10$  хв – початковий період, коли адгезія мінімальна; під час зупинок рекомендується розходжувати або повертати ТК;

$t = 10 \div 30$  хв – період інтенсивного формування глинистої кірки під дією перепаду тиску, коли сила прихоплення зростає найшвидше;

$t > 60$  хв – фаза стабілізації; якщо ТК далі нерухома, то зусилля для її звільнення часто перевищують допустимі навантаження на обладнання.

Усереднені лабораторні дані [8] показують таку динаміку зміни коефіцієнту адгезії:

- при  $t = 1$  хв  $k = 0,05 - 0,10$ ;
- при  $t = 15$  хв  $k = 0,15$ ;  $n = 0,405$ ; а при  $k = 0,25$   $n = 0,338$ ;
- при  $t = 60$  хв  $k = 0,30$   $n = 0,438$ ; а при  $k = 0,45$   $n = 0,367$ .

**7.4** Величина різниці тисків (репресії) не є фіксованою і залежить від конкретних геологічних умов та етапу робіт. Згідно з правилами безпеки,

тиск стовпа розчину має перевищувати пластовий на певну величину, щоб запобігти викиду флюїду нормативні межі різниці тисків для безпечного буріння мають бути такими: для нафтових свердловин: на 10–15% від пластового тиску (або на 1,5–2,5 МПа); для газових свердловин: на 15–20% від пластового тиску (або на 2,5–3,5 МПа).

**7.5** Практичні межі різниці тисків встановлюють, виходячи з виробничих необхідностей. Мінімальна репресія 0,5–1,0 МПа - це «межа ризику», коли будь-яке коливання тиску (наприклад, при підйомі труби) може призвести до припливу газу чи нафти. Оптимальна репресія 1,5–3,5 МПа забезпечує стабільність стовбура та контроль над пластом без надмірного ризику прихоплення. Висока репресія 5,0–10,0 МПа і більше часто виникає у виснажених пластах або при бурінні через зони з різними пластовими тисками. Саме при таких значеннях ризик адгезійного прилипання ГКТ стає критичним.

**7.6** У технологіях буріння на депресії (Underbalanced Drilling) тиск у свердловині спеціально тримають нижчим за пластовий на 1,0–3,0 МПа. У такому разі адгезійне прилипання технічно неможливе, оскільки флюїд тисне з пласта в свердловину, “відштовхуючи” трубу від стінки, що особливо актуально при застосуванні КГТ. Якщо різниця тисків перевищує 7–8 МПа, стандартні змащувальні добавки можуть не впоратися, і ризик прихоплення ГКТ зростає в геометричній прогресії. Коефіцієнт адгезії при цьому зазвичай коливається в межах 0,05–0,4. Він залежить від товщини та проникності фільтраційної кірки. Чим товстіша і “пухкіша” кірка, тим глибше в неї занурюється труба, збільшуючи опір. Низькопроникна кірка швидше припиняє ріст, що зменшує площу контакту. Коефіцієнт адгезії також залежить від типу основи. у розчинів на нафтовій основі коефіцієнт тертя значно нижчий (0,05–0,15), ніж у водних (0,2–0,4). Суттєво відмітити, що час нерухомого стану КГТ – це критичний фактор, оскільки коефіцієнт адгезії зростає з часом. Поки труба рухається, тертя кінетичне (низьке). Як тільки рух припиняється, фільтрат витискається з зони контакту і труба “прикипає” до самої породи. Спеціальні мастильні добавки, лубриканти (графіт, скляні кульки, олії) створюють слизьку плівку, знижуючи коефіцієнт у 2–3 рази. Велика кількість піску або шламу в розчині робить кірку шорсткою та “липкою”. Нові або спеціально оброблені гнучкі труби мають менший коефіцієнт тертя порівняно зі старими, кородованими трубами. Високі температури в глибоких свердловинах можуть змінювати хімічні властивості полімерів у розчині, роблячи кірку більш “в'язкою”.

7.7 Для практичних розрахунків згідно [16] можна брати наступні значення: добре підготовлений розчин з лубрикантами  $k = 0,05 - 0,15$ ; звичайний водний розчин  $k = 0,2 - 0,3$ ; погано підготовлений розчин  $k \geq 0,4$ . З метою зменшення сил адгезійного прилипання у буровий розчин додають змащувальні домішки (лубриканти); контролюють якість і товщину фільтраційної кірки; забезпечують рухомість бурового інструменту завдяки застосуванню гідравлічних осциляторів коливань.

## ДОДАТОК А

**Таблиця А1 – Площі мідельного перерізу  $S_M$  (м<sup>2</sup>) прогнутих ділянок КГТ при їх втисканні у стінку свердловини**

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                                       |                                       | $L_{BT} = 40 \text{ м}$               |                                       |
|-------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $a$                     | $d_{KGT} = 60,3 \text{ мм}$<br>2 3/8" | $d_{KGT} = 66,7 \text{ мм}$<br>2 5/8" | $d_{KGT} = 73,0 \text{ мм}$<br>2 7/8" | $d_{KGT} = 88,9 \text{ мм}$<br>3 1/2" |
| 0,1r                    | 0,000059                              | 0,000073                              | 0,000089                              | 0,000136                              |
| 0,2r                    | 0,000164                              | 0,000202                              | 0,000245                              | 0,000375                              |
| 0,3r                    | 0,000293                              | 0,000363                              | 0,000439                              | 0,000668                              |
| 0,4r                    | 0,000441                              | 0,000544                              | 0,000658                              | 0,001000                              |
| 0,5r                    | 0,000601                              | 0,000742                              | 0,000896                              | 0,001357                              |

**Таблиця А2 – Площі мідельного перерізу  $S_M$  (м<sup>2</sup>) прогнутих ділянок БТ при їх втисканні у стінку свердловини**

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 40 \text{ м}$     |                             |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $a$                     | $d_{BT} = 60,3 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 73,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 89,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 101,6 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0.000059                    | 0.000089                    | 0.000137                    | 0.000183                    |
| 0,2r                    | 0.000164                    | 0.000245                    | 0.000376                    | 0.000502                    |
| 0,3r                    | 0.000293                    | 0.000439                    | 0.000670                    | 0.000893                    |
| 0,4r                    | 0.000441                    | 0.000658                    | 0.001002                    | 0.001331                    |
| 0,5r                    | 0.000601                    | 0.000896                    | 0.001360                    | 0.001803                    |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 80 \text{ м}$     |                             |
| $a$                     | $d_{BT} = 114,3 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 127,0 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 139,7 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 168,3 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0.000239                    | 0.000304                    | 0.000380                    | 0.000599                    |
| 0,2r                    | 0.000651                    | 0.000826                    | 0.001029                    | 0.001602                    |
| 0,3r                    | 0.001156                    | 0.001461                    | 0.001812                    | 0.002793                    |
| 0,4r                    | 0.001719                    | 0.002167                    | 0.002679                    | 0.004092                    |
| 0,5r                    | 0.002322                    | 0.002919                    | 0.003599                    | 0.005456                    |

**Таблиця А3 – Площі мідельного перерізу  $S_M$  (м<sup>2</sup>) прогнутих ділянок ОБТ при їх втисканні у стінку свердловини**

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{BT} = 40 \text{ м}$    |                            |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $a$                     | $d_{OBT} = 108 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 120 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 127 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 146 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0.000210                   | 0.000267                   | 0.000304                   | 0.000422                   |
| 0,2r                    | 0.000574                   | 0.000727                   | 0.000826                   | 0.001141                   |
| 0,3r                    | 0.001020                   | 0.001287                   | 0.001461                   | 0.002005                   |
| 0,4r                    | 0.001520                   | 0.001913                   | 0.002167                   | 0.002958                   |
| 0,5r                    | 0.002055                   | 0.002580                   | 0.002919                   | 0.003968                   |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{BT} = 80 \text{ м}$    |                            |
| $a$                     | $d_{OBT} = 159 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 165 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 171 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 178 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0.000520                   | 0.000570                   | 0.000624                   | 0.000692                   |
| 0,2r                    | 0.001396                   | 0.001527                   | 0.001666                   | 0.001840                   |
| 0,3r                    | 0.002443                   | 0.002665                   | 0.002901                   | 0.003193                   |
| 0,4r                    | 0.003591                   | 0.003909                   | 0.004246                   | 0.004663                   |
| 0,5r                    | 0.004800                   | 0.005217                   | 0.005657                   | 0.006198                   |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{BT} = 80 \text{ м}$    |                            |
| $a$                     | $d_{OBT} = 203 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 229 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 245 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 273 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0.000986                   | 0.001410                   | 0.001761                   | 0.002678                   |
| 0,2r                    | 0.002577                   | 0.003588                   | 0.004378                   | 0.006226                   |
| 0,3r                    | 0.004413                   | 0.006029                   | 0.007246                   | 0.009921                   |
| 0,4r                    | 0.006375                   | 0.008588                   | 0.010212                   | 0.013645                   |
| 0,5r                    | 0.008403                   | 0.011198                   | 0.013210                   | 0.017357                   |

**Таблиця А4 – Площі поверхні контактування  $S_n$  (м<sup>2</sup>) прогнутих ділянок КГТ при їх втисканні у стінку свердловини**

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                                       |                                       | $L_{BT} = 40 \text{ м}$               |                                       |
|-------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $a$                     | $d_{KTT} = 60,3 \text{ мм}$<br>2 3/8" | $d_{KTT} = 66,7 \text{ мм}$<br>2 5/8" | $d_{KTT} = 73,0 \text{ мм}$<br>2 7/8" | $d_{KTT} = 88,9 \text{ мм}$<br>3 1/2" |
| 0,1r                    | 0,0744214                             | 0,0892995                             | 0,1041771                             | 0,2996449                             |
| 0,2r                    | 0,1474269                             | 0,1764327                             | 0,2054385                             | 0,5871047                             |
| 0,3r                    | 0,2191611                             | 0,2616292                             | 0,3040972                             | 0,8638019                             |
| 0,4r                    | 0,2897696                             | 0,3451016                             | 0,4004335                             | 1,1310382                             |
| 0,5r                    | 0,3593968                             | 0,4270558                             | 0,4947147                             | 1,3898831                             |

**Таблиця А5 – Площі поверхні контактування  $S_n$  (м<sup>2</sup>) прогнутих ділянок БТ при їх втисканні у стінку свердловини**

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 40 \text{ м}$     |                             |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $a$                     | $d_{BT} = 60,3 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 73,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 89,0 \text{ мм}$  | $d_{BT} = 101,6 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0,0744214                   | 0,1041771                   | 0,2996450                   | 0,3862573                   |
| 0,2r                    | 0,1474269                   | 0,2054385                   | 0,5871048                   | 0,7524572                   |
| 0,3r                    | 0,2191611                   | 0,3040972                   | 0,8638020                   | 1,1012270                   |
| 0,4r                    | 0,2897696                   | 0,4004335                   | 1,1310391                   | 1,4348431                   |
| 0,5r                    | 0,3593968                   | 0,4947147                   | 1,3898841                   | 1,7552102                   |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                             |                             | $L_{BT} = 80 \text{ м}$     |                             |
| $a$                     | $d_{BT} = 114,3 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 127,0 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 139,7 \text{ мм}$ | $d_{BT} = 168,3 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0,7332888                   | 0,9142509                   | 1,5031980                   | 2,4250221                   |
| 0,2r                    | 1,4192302                   | 1,7564502                   | 2,8637972                   | 4,3752020                   |
| 0,3r                    | 2,0647640                   | 2,5386004                   | 4,1087301                   | 6,1525712                   |
| 0,4r                    | 2,6757951                   | 3,2703822                   | 5,2588007                   | 7,7399098                   |
| 0,5r                    | 3,2570584                   | 3,9594450                   | 6,3299690                   | 9,1780453                   |

**Таблиця А6 – Площі поверхні контактування  $S_n$  (м<sup>2</sup>) прогнутих ділянок ОБТ при їх втисканні у стінку свердловини**

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{BT} = 40 \text{ м}$    |                            |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $a$                     | $d_{OBT} = 108 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 120 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 127 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 146 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0,2179637                  | 0,2703228                  | 0,3047791                  | 0,6235588                  |
| 0,2r                    | 0,4232701                  | 0,5215256                  | 0,5855499                  | 1,1825200                  |
| 0,3r                    | 0,6176703                  | 0,7565816                  | 0,8463111                  | 1,6898691                  |
| 0,4r                    | 0,8026567                  | 0,9779289                  | 1,0902700                  | 2,1554040                  |
| 0,5r                    | 0,8032124                  | 0,9794355                  | 1,1013532                  | 2,1612943                  |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{BT} = 80 \text{ м}$    |                            |
| $a$                     | $d_{OBT} = 159 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 165 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 171 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 178 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 0,7643384                  | 0,8383731                  | 1,2253580                  | 1,3633970                  |
| 0,2r                    | 1,4343100                  | 1,5647530                  | 2,2738040                  | 2,5114312                  |
| 0,3r                    | 2,0314203                  | 2,2061632                  | 3,1905281                  | 3,5028853                  |
| 0,4r                    | 2,5710020                  | 2,7814526                  | 4,0062190                  | 4,3765890                  |
| 0,5r                    | 2,7180565                  | 3,0169315                  | 4,3765890                  | 5,0156701                  |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                            |                            | $L_{BT} = 80 \text{ м}$    |                            |
| $a$                     | $d_{OBT} = 203 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 229 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 245 \text{ мм}$ | $d_{OBT} = 273 \text{ мм}$ |
| 0,1r                    | 2,0006790                  | 3,8059970                  | 5,0518770                  | 12,1900010                 |
| 0,2r                    | 3,5676220                  | 6,4599841                  | 8,2070390                  | 13,0886535                 |
| 0,3r                    | 4,8509031                  | 8,4734420                  | 10,4537664                 | 15,4726080                 |
| 0,4r                    | 5,9375110                  | 10,0918810                 | 12,1900010                 | 17,1700820                 |
| 0,5r                    | 6,0157361                  | 10,1014216                 | 12,2015433                 | 17,1869446                 |

**Таблиця А7 – Значення коефіцієнту тертя для пари тертя  
“сталь – порода”**

| Порода                                           | Поверхня породи |           |                                                                                                         |
|--------------------------------------------------|-----------------|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                  | суха            | змочена   | покрита глинистим розчином<br>$\rho_p=1180-1200 \text{ кг/м}^3$ ,<br>$T=25 - 28 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| Глина жирна                                      | 0,14-0,18       | 0,08-0,12 | 0,06-0,09                                                                                               |
| Глина пісочна                                    | 0,25-0,28       | 0,20-0,26 | 0,18-0,22                                                                                               |
| Глинистий сланець                                | 0,20-0,25       | 0,15-0,20 | 0,11-0,13                                                                                               |
| Мергель                                          | 0,20-0,27       | 0,18-0,25 | 0,20-0,24                                                                                               |
| Вапняк                                           | 0,35-0,40       | 0,33-0,38 | 0,31-0,35                                                                                               |
| Доломіт                                          | 0,38-0,42       | 0,36-0,40 | 0,34-0,38                                                                                               |
| Ангідрит                                         | —               | 0,39-0,45 | 0,37-0,40                                                                                               |
| Слабо зцементований піщаник, гострокінечні зерна | 0,32-0,42       | 0,27-0,40 | 0,25-0,35                                                                                               |
| Слабо зцементований піщаник, округлі зерна       | 0,22-0,34       | 0,20-0,30 | 0,17-0,25                                                                                               |
| Піщаник міцний                                   | 0,43-0,48       | 0,43-0,45 | 0,40-0,43                                                                                               |
| Кварцит                                          | 0,46-0,48       | 0,48-0,50 | 0,42-0,44                                                                                               |
| Граніт                                           | 0,47-0,55       | 0,46-0,53 | 0,45-0,50                                                                                               |
| Кам'яне вугілля                                  | 0,38-0,42       | 0,33-0,36 | 0,30-0,38                                                                                               |

**Таблиця А8 – Числові значення коефіцієнта  $C_x$  для різних форм елементів ТК**

| <b>Форма тіла / елемента</b>                      | <b>Значення</b> | <b>Примітки</b>                                                                       |
|---------------------------------------------------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Сфера                                             | 0,44 – 0,47     | Для частинок шламу або кульових клапанів                                              |
| Довгий циліндр (поперек потоку)                   | 1,0 – 1,2       | Бурильна труба при бічному зміщенні                                                   |
| Бурильний замок з фаскою 18°                      | 0,4 – 0,5       | Сучасні обтічні замки бурильних труб                                                  |
| Бурильний замок з фаскою 90° (прямий уступ)       | 0,8 – 1,1       | Замки старого зразка або стабілізатори без скосів                                     |
| Стабілізатори (з лопатями)                        | 1,2-1,8         | Великий гідродинамічний опір лопатей через складну геометрію та велику площу контакту |
| Перехідники (сабси)                               | 0,9             | Залежить від різкості переходу. Короткі перехідники з різким кроком                   |
| Довгий циліндр, тіло прямої труби (вздовж потоку) | 0,15-0,2        | Коротка труба L/d=10                                                                  |
|                                                   | 1,2-2,5         | Довга труба L/d=100                                                                   |
|                                                   | ≈10             | Дуже довга труба L/d=500                                                              |
| ОБТ малою стрілою прогину                         | 0,06 – 0,09     | Для плавної дуги                                                                      |
| Вигнута ділянка БТ                                | 0,15 – 0,35     | Плоска конфігурація, вигин в одній площині                                            |
| Вигнута ділянка КГТ                               | 0,06 – 0,12     | Плоска конфігурація                                                                   |
|                                                   | 0,1–0,3         | Спіральна конфігурація                                                                |
| Тіло плоскої форми                                | 1,1 – 1,3       | Створює максимальний опір                                                             |

Таблиця А9 – Моменти інерції прогнутих ділянок ступені БТ (кг·м<sup>2</sup>)

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
|-------------------------|-----------------------------|--------|--------|---------|-----------------------------|--------|--------|---------|
| $f$                     | $d_{BT} = 60,3 \text{ мм}$  |        |        |         | $d_{BT} = 73,0 \text{ мм}$  |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 0.251                       | 0.148  | 0.092  | 0.070   | 0.455                       | 0.271  | 0.172  | 0.133   |
| 0,25r                   | 0.260                       | 0.153  | 0.096  | 0.073   | 0.471                       | 0.281  | 0.179  | 0.139   |
| 0,5r                    | 0.286                       | 0.169  | 0.106  | 0.082   | 0.519                       | 0.312  | 0.201  | 0.157   |
| 0,75r                   | 0.329                       | 0.196  | 0.125  | 0.097   | 0.600                       | 0.364  | 0.237  | 0.187   |
| r                       | 0.390                       | 0.234  | 0.150  | 0.118   | 0.712                       | 0.436  | 0.287  | 0.229   |
| $L_{BT} = 40 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
| $f$                     | $d_{BT} = 89,0 \text{ мм}$  |        |        |         | $d_{BT} = 101,6 \text{ мм}$ |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 1.694                       | 1.027  | 0.668  | 0.528   | 2.577                       | 1.584  | 1.050  | 0.842   |
| 0,25r                   | 1.756                       | 1.067  | 0.697  | 0.554   | 2.673                       | 1.648  | 1.098  | 0.884   |
| 0,5r                    | 1.941                       | 1.190  | 0.786  | 0.629   | 2.960                       | 1.843  | 1.242  | 1.009   |
| 0,75r                   | 2.249                       | 1.394  | 0.934  | 0.755   | 3.439                       | 2.166  | 1.482  | 1.216   |
| r                       | 2.681                       | 1.679  | 1.141  | 0.932   | 4.109                       | 2.619  | 1.819  | 1.507   |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
| $f$                     | $d_{BT} = 114,3 \text{ мм}$ |        |        |         | $d_{BT} = 127,0 \text{ мм}$ |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 5.630                       | 3.509  | 2.369  | 1.925   | 7.901                       | 4.990  | 3.427  | 2.818   |
| 0,25r                   | 5.843                       | 3.656  | 2.480  | 2.023   | 8.205                       | 5.204  | 3.592  | 2.964   |
| 0,5r                    | 6.484                       | 4.097  | 2.814  | 2.315   | 9.120                       | 5.846  | 4.087  | 3.402   |
| 0,75r                   | 7.550                       | 4.832  | 3.371  | 2.803   | 10.644                      | 6.915  | 4.912  | 4.133   |
| r                       | 9.044                       | 5.861  | 4.151  | 3.486   | 12.778                      | 8.412  | 6.067  | 5.155   |
| $L_{BT} = 80 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
| $f$                     | $d_{BT} = 139,7 \text{ мм}$ |        |        |         | $d_{BT} = 168,3 \text{ мм}$ |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 14.342                      | 9.178  | 6.402  | 5.323   | 26.372                      | 17.341 | 12.489 | 10.602  |
| 0,25r                   | 14.905                      | 9.579  | 6.717  | 5.604   | 27.441                      | 18.129 | 13.125 | 11.179  |
| 0,5r                    | 16.593                      | 10.783 | 7.661  | 6.446   | 30.650                      | 20.491 | 15.032 | 12.909  |
| 0,75r                   | 19.406                      | 12.789 | 9.233  | 7.851   | 35.998                      | 24.428 | 18.211 | 15.793  |
| r                       | 23.345                      | 15.598 | 11.435 | 9.816   | 43.486                      | 29.940 | 22.661 | 19.831  |

Таблиця А10 – Моменти інерції прогнутих ділянок ступені ОБТ (кг·м<sup>2</sup>)

| $L_{ОБТ} = 10 \text{ м}$ |                            |        |                            |         |                            |         |
|--------------------------|----------------------------|--------|----------------------------|---------|----------------------------|---------|
| $f$                      | $d_{ОБТ} = 108 \text{ мм}$ |        | $d_{ОБТ} = 120 \text{ мм}$ |         | $d_{ОБТ} = 146 \text{ мм}$ |         |
|                          | Сталь                      | Титан  | Сталь                      | Титан   | Сталь                      | Титан   |
| 0                        | 2.413                      | 1.386  | 3.004                      | 1.731   | 6.946                      | 3.998   |
| 0,2r                     | 2.463                      | 1.415  | 3.067                      | 1.769   | 7.090                      | 4.083   |
| 0,4r                     | 2.611                      | 1.501  | 3.255                      | 1.880   | 7.522                      | 4.339   |
| 0,6r                     | 2.858                      | 1.646  | 3.568                      | 2.066   | 8.242                      | 4.764   |
| 0,8r                     | 3.204                      | 1.848  | 4.007                      | 2.327   | 9.251                      | 5.360   |
| $L_{ОБТ} = 20 \text{ м}$ |                            |        |                            |         |                            |         |
| $f$                      | $d_{ОБТ} = 146 \text{ мм}$ |        | $d_{ОБТ} = 178 \text{ мм}$ |         | $d_{ОБТ} = 203 \text{ мм}$ |         |
|                          | Сталь                      | Титан  | Сталь                      | Титан   | Сталь                      | Титан   |
| 0                        | 13.892                     | 7.996  | 30.766                     | 17.708  | 53.884                     | 30.994  |
| 0,2r                     | 14.180                     | 8.166  | 31.404                     | 18.085  | 54.998                     | 31.650  |
| 0,4r                     | 15.044                     | 8.677  | 33.319                     | 19.216  | 58.340                     | 33.618  |
| 0,6r                     | 16.485                     | 9.529  | 36.509                     | 21.101  | 63.909                     | 36.899  |
| 0,8r                     | 18.503                     | 10.721 | 40.976                     | 23.740  | 71.707                     | 41.492  |
| $L_{ОБТ} = 30 \text{ м}$ |                            |        |                            |         |                            |         |
| $f$                      | $d_{ОБТ} = 203 \text{ мм}$ |        | $d_{ОБТ} = 245 \text{ мм}$ |         | $d_{ОБТ} = 273 \text{ мм}$ |         |
|                          | Сталь                      | Титан  | Сталь                      | Титан   | Сталь                      | Титан   |
| 0                        | 80.826                     | 46.491 | 150.875                    | 87.032  | 275.717                    | 158.479 |
| 0,2r                     | 82.497                     | 47.475 | 154.035                    | 88.914  | 281.395                    | 161.813 |
| 0,4r                     | 87.510                     | 50.428 | 163.513                    | 94.562  | 298.429                    | 171.813 |
| 0,6r                     | 95.865                     | 55.349 | 179.310                    | 103.975 | 326.819                    | 188.481 |
| 0,8r                     | 107.562                    | 62.239 | 201.426                    | 117.154 | 366.566                    | 211.815 |

## ДОДАТОК Б

### Б.1 Характеристики збалансованих ОБТ

Найбільш широке поширення завдяки своїм експлуатаційним характеристикам отримали збалансовані ОБТ зі спіральними канавками. Наявність гвинтових канавок зменшує площу контакту стінки свердловини і труби, тим самим знижується ймовірність появи "прихоплення" труб і зусилля на обертання бурильної колони.

Труби зі спіральними канавками можуть одночасно виконуватися і з проточками під елеватор і клиновий захват.

Дані про механічні, геометричні характеристики збалансованих ОБТ взяті із [1].



Рисунок Б1 – Схема збалансованої ОБТ

Таблиця Б1 – Механічні характеристики збалансованих ОБТ

| Зовнішній діаметр, мм | Тимчасовий опір, $\sigma_B$ , МПа, не менше | Границя текучості, МПа, $\sigma_T$ не менше | Відносне видовження, $\delta$ , %, не менше | Ударна в'язкість, КСВ, кДж/м <sup>2</sup> , не менше | Твердість по Брінеллю, НВ |
|-----------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------|
| < 178                 | 965                                         | 759                                         | 13                                          | 600                                                  | 285÷ 341                  |
| > 178                 | 931                                         | 689                                         |                                             |                                                      |                           |

Таблиця Б2 – Параметри збалансованих ОБТ

| Діаметри, мм                 |                    |                                 |                                          | Різьба<br>API Spec 7-1/7-2 | Погонна маса тіла<br>труби, кг/м | Допустимий момент<br>згвинчування, кН·м |                          |
|------------------------------|--------------------|---------------------------------|------------------------------------------|----------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------|
| Зовнішній, $D$               | Внутрішній,<br>$d$ | Проточки під<br>елеватор, $D_2$ | Проточи під<br>клиновий<br>захват, $D_3$ |                            |                                  | Без різбових<br>каналок                 | З різбовими<br>каналками |
| $\sigma_T = 758 \text{ МПа}$ |                    |                                 |                                          |                            |                                  |                                         |                          |
| 79                           | 32                 | 65                              | 73                                       | 3-65                       | 32                               | 4,5                                     | 4,0                      |
| 89                           | 32                 | 73                              | 73                                       | 3-73                       | 42                               | 6,5                                     | 6,0                      |
|                              | 38                 | 73                              | 73                                       |                            | 40                               | 6,0                                     | 5,5                      |
| 95                           | 32                 | 73                              | 73                                       | 3-86                       | 49                               | 6,0                                     | 5,5                      |
|                              | 35                 | 73                              | 73                                       |                            | 48                               | 6,0                                     | 5,5                      |
|                              | 38                 | 73                              | 73                                       |                            | 46                               | 6,0                                     | 5,5                      |
| 105                          | 44                 | 89                              | 102                                      | 3-86                       | 56                               | 10,0                                    | 9,5                      |
|                              | 51                 | 89                              | 102                                      |                            | 52                               | 8,5                                     | 8,0                      |
| 108                          | 32                 | 89                              | 102                                      | 3-86                       | 65                               | 12,0                                    | 11,5                     |
|                              | 38                 | 89                              | 102                                      |                            | 63                               | 11,5                                    | 11,0                     |
|                              | 40                 | 89                              | 102                                      |                            | 62                               | 11,0                                    | 10,5                     |
|                              | 44                 | 89                              | 102                                      |                            | 60                               | 10,5                                    | 10,0                     |
|                              | 46                 | 89                              | 102                                      |                            | 58                               | 10,0                                    | 9,5                      |
|                              | 51                 | 89                              | 102                                      |                            | 56                               | 9,5                                     | 9,0                      |
|                              | 57                 | 89                              | 102                                      |                            | 52                               | 8,0                                     | 7,5                      |
| 121                          | 44                 | 102                             | 114                                      | 3-94                       | 78                               | 15,0                                    | 14,0                     |
|                              | 46                 | 102                             | 114                                      | 3-94                       | 77                               | 15,0                                    | 14,0                     |
|                              | 46                 | 102                             | 114                                      | 3-102                      | 77                               | 14,5                                    | 13,5                     |
|                              | 51                 | 102                             | 114                                      | 3-94                       | 74                               | 13,5                                    | 13,0                     |
|                              | 51                 | 102                             | 114                                      | 3-102                      | 74                               | 14,0                                    | 13,0                     |
|                              | 57                 | 102                             | 114                                      | 3-94                       | 70                               | 12,5                                    | 11,5                     |
|                              | 57                 | 102                             | 114                                      | 3-102                      | 70                               | 14,5                                    | 13,5                     |
| 127                          | 57                 | 102                             | 114                                      | 3-102                      | 79                               | 16,5                                    | 14,5                     |
| 133                          | 57                 | 114                             | 114                                      | 3-102                      | 88                               | 16,5                                    | 14,5                     |
| 146                          | 57                 | 130                             | 140                                      | 3-118                      | 111                              | 27,0                                    | 23,0                     |
|                              | 57                 | 130                             | 140                                      | 3-121                      | 111                              | 25,5                                    | 21,5                     |
|                              | 57                 | 130                             | 140                                      | 3-122                      | 111                              | 24,5                                    | 21,5                     |
|                              | 71                 | 130                             | 140                                      | 3-121                      | 100                              | 24,5                                    | 21,5                     |
|                              | 71                 | 130                             | 140                                      | 3-122                      | 100                              | 24,5                                    | 21,5                     |
|                              | 76                 | 130                             | 140                                      | 3-121                      | 95                               | 23,0                                    | 19,0                     |
|                              | 76                 | 130                             | 140                                      | 3-122                      | 95                               | 24,5                                    | 21,5                     |

## Закінчення таблиці Б2

| Діаметри, мм                 |                 |                                 |                                          | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Погонна маса тіла труби,<br>кг/м | Допустимий<br>момент<br>згвинчування,<br>кН·м |                          |
|------------------------------|-----------------|---------------------------------|------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------|
| Зовнішній, $D$               | Внутрішній, $d$ | Проточки під<br>елеватор, $D_2$ | Проточи під<br>клиновий<br>захват, $D_3$ |                         |                                  | Без різбових<br>канавок                       | З різбовими<br>канавками |
| 152                          | 57              | 130                             | 140                                      | 3-118                   | 122                              | 28,5                                          | 25,5                     |
|                              | 57              | 130                             | 140                                      | 3-121                   | 122                              | 30,5                                          | 27,5                     |
|                              | 57              | 130                             | 140                                      | 3-122                   | 122                              | 30,0                                          | 27,0                     |
|                              | 71              | 130                             | 140                                      | 3-118                   | 111                              | 23,0                                          | 20,0                     |
|                              | 71              | 130                             | 140                                      | 3-122                   | 111                              | 27,5                                          | 24,5                     |
|                              | 76              | 130                             | 140                                      | 3-122                   | 106                              | 25,0                                          | 22,0                     |
| 159                          | 57              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 135                              | 28,5                                          | 24,5                     |
|                              | 71              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 124                              | 27,5                                          | 23,5                     |
| 165                          | 57              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 147                              | 30,0                                          | 26,0                     |
|                              | 57              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 147                              | 34,0                                          | 30,0                     |
|                              | 71              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 136                              | 25,5                                          | 21,5                     |
|                              | 71              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 136                              | 28,0                                          | 24,0                     |
|                              | 76              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 131                              | 23,5                                          | 19,5                     |
|                              | 76              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 131                              | 26,0                                          | 21,0                     |
| *Напрям спіралі - правий     |                 |                                 |                                          |                         |                                  |                                               |                          |
| 171                          | 57              | 152                             | 159                                      | 3-122                   | 159                              | 34,0                                          | 29,0                     |
|                              | 57              | 152                             | 159                                      | 3-133                   | 159                              | 45,0                                          | 40,0                     |
|                              | 71              | 152                             | 159                                      | 3-133                   | 148                              | 39,0                                          | 34,0                     |
| 178                          | 57              | 159                             | 168                                      | 3-133                   | 174                              | 45,5                                          | 41,5                     |
|                              | 71              | 159                             | 168                                      | 3-133                   | 163                              | 39,0                                          | 35,0                     |
|                              | 71              | 159                             | 168                                      | 3-147                   | 163                              | 44,0                                          | 40,0                     |
|                              | 80              | 159                             | 168                                      | 3-147                   | 155                              | 44,0                                          | 40,0                     |
|                              | 90              | 159                             | 168                                      | 3-147                   | 144                              | 44,0                                          | 40,0                     |
| $\sigma_T = 689 \text{ МПа}$ |                 |                                 |                                          |                         |                                  |                                               |                          |
| *Напрям спіралі - правий     |                 |                                 |                                          |                         |                                  |                                               |                          |

## **Б.2 Тип виконання ОБТ**

А - гладкі без проточок;  
Л - із проточкою під елеватор;  
Б - із проточками під елеватор і клиновий захват;  
С - гладкі зі спіральними канавками;  
ЛС - із проточкою під елеватор, зі спіральними лисками;  
БС - із проточками під елеватор і клиновий захват, зі спіральними лисками;  
АТ - гладкі з твердосплавними поясками;  
ЛТ - із проточкою під елеватор, із твердосплавними поясками;  
БТ - із проточками під елеватор і клиновий захват, із твердосплавними поясками;  
СТ - гладкі зі спіральними лисками, із твердосплавними поясками;  
ЛСТ - із проточкою під елеватор, зі спіральними лисками, із твердосплавними поясками;  
БСТ - із проточками під елеватор і клиновий захват, зі спіральними лисками, із твердосплавними поясками.

## **Б.3 Характеристики ТБТ**

Товстостінні бурильні труби (ТБТ) поставляються з плоскою або конічною (виконання І) опорною поверхнею під елеватор. За заявкою замовника наносяться твердосплавні пояски. Механічні властивості сталі відповідають вимогам API.

Замкові з'єднання за рахунок різьб з кутом профілю ниток, рівним 90 град., і спеціальних розвантажувальних канавок відрізняються підвищеним крутним моментом (в 1,2 рази) і високою втомною міцністю. Ремонт різьб здійснюється без укорочування довжини труби.

В порівнянні з бурильними трубами БН-73 та БК-89 по ТУ 14-219-2004 ТБТ можуть встановлюватися в будь-якій частині БК без перевідників.

Дані про механічні, геометричні характеристики ТБТ взяті із [2].

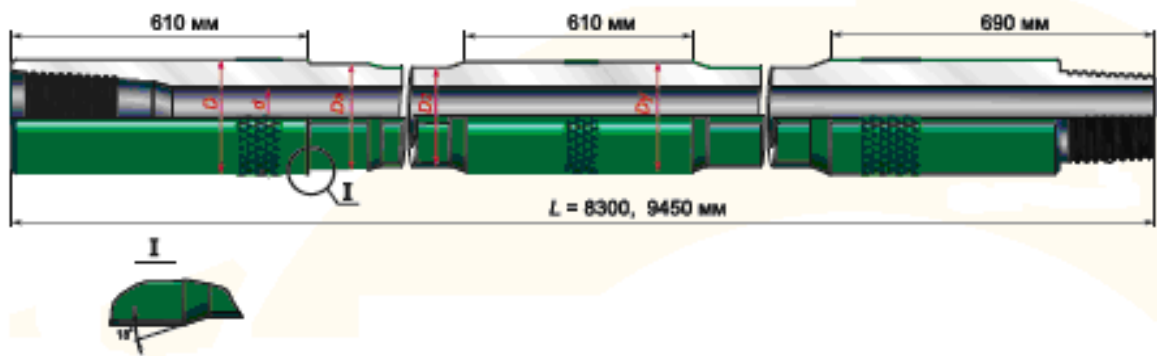


Рисунок Б2 – Схема ТБТ з одним центральним потовщенням

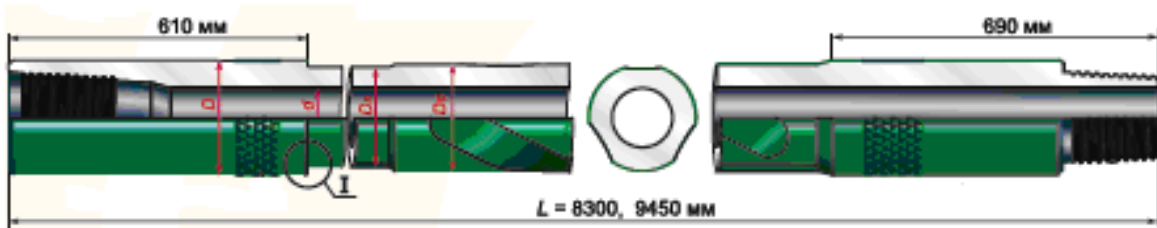


Рисунок Б3 – Схема ТБТ із спіральними канавками

#### Б.4 Тип виконання ТБТ

- К - з конічним виступом під елеватор, без центральних потовщень, зі спіральними лисками;
- КТ - з конічним виступом під елеватор, із твердосплавними поясками, без центральних потовщень, зі спіральними лисками;
- П - із плоским виступом під елеватор, без центральних потовщень, зі спіральними лисками;
- КО - з конічним виступом під елеватор, без центральних потовщень;
- ПО - із плоским виступом під елеватор, без центральних потовщень;
- К1 - з конічним виступом під елеватор, з одним центральним потовщенням;
- П1 - із плоским виступом під елеватор, з одним центральним потовщенням;
- К2 - з конічним виступом під елеватор, із двома центральними потовщеннями;
- П2 - із плоским виступом під елеватор, із двома центральними потовщеннями.

Таблиця БЗ – Параметри товстостінних бурильних труб

ТБТ-КО, ТБТ-ПО, ТБТ-К1, ТБТ-КТ1, ТБТ-П1, ТБТ-ПТ1, ТБТ-К2, ТБТ-КТ2, ТБТ-П2, ТБТ-ПТ2

| Діаметри, мм         |                   |                 |                       |                              |                   | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Радіус галтелі $r$ , мм | Погонна маса спіральної частини, кг/м | Максимально допустимий момент згинчування, кН·м |
|----------------------|-------------------|-----------------|-----------------------|------------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Зовнішній, $D$       | Потовщення, $D_n$ | Внутрішній, $d$ | Упорного торця, $D_1$ | Проточки під елеватор, $D_3$ | Тіла труби, $D_2$ |                         |                         |                                       |                                                 |
| $\sigma_T = 758$ МПа |                   |                 |                       |                              |                   |                         |                         |                                       |                                                 |
| 121                  | 102               | 51              | 114,5                 | 97                           | 89                | 3-102                   | 3                       | 32                                    | 14                                              |
|                      | 102               | 57              | 114,5                 | 97                           | 89                | 3-102                   | 3                       | 29                                    | 14                                              |
| 133                  | 114               | 57              | 127,5                 | 102                          | 102               | 3-108                   | 3                       | 44                                    | 20                                              |
|                      | 114               | 63              | 127,5                 | 102                          | 102               | 3-108                   | 3                       | 39                                    | 19                                              |
|                      | 114               | 65              | 127,5                 | 102                          | 102               | 3-108                   | 3                       | 38                                    | 18                                              |
| 159                  | 127               | 71              | 150                   | 114                          | 114               | 3-122                   | 3                       | 49                                    | 28                                              |
| 165                  | 140               | 76              | 155                   | 127                          | 127               | 3-133                   | 3                       | 63                                    | 36                                              |
| 168                  | 140               | 160             | 160                   | 127                          | 127               | 3-133                   | 3                       | 63                                    | 36                                              |
|                      | 140               | 160             | 160                   | 127                          | 127               | 3-133                   | 3                       | 49                                    | 28                                              |
| $\sigma_T = 689$ МПа |                   |                 |                       |                              |                   |                         |                         |                                       |                                                 |
| 178                  | 152               | 83              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 65                                    | 40                                              |
|                      | 152               | 86              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 61                                    | 40                                              |
|                      | 152               | 90              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 57                                    | 40                                              |
|                      | 152               | 98              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 48                                    | 36                                              |
|                      | 152               | 102             | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 43                                    | 34                                              |

Таблиця Б4 – Параметри товстостінних спіральних бурильних труб  
ТБТ-К, ТБТ-КТ, ТБТ-П, ТБТ-ПТ

| Діаметри, мм               |                                    |               |                                |                                       | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Крок спіралі S, мм | Радіус галтелі r, мм | Глибина спіральних лисок<br>C, мм | Погонна маса спіральної частини, кг/м | Максимально допустимий момент згинчування, кН·м |
|----------------------------|------------------------------------|---------------|--------------------------------|---------------------------------------|-------------------------|--------------------|----------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Зовнішній, D               | Спіральної частини, D <sub>c</sub> | Внутрішній, d | Упорного торця, D <sub>1</sub> | Проточки під елеватор, D <sub>3</sub> |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |
| σ <sub>T</sub> = 758 МПа   |                                    |               |                                |                                       |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |
| 92                         | 71                                 | 36            | 86                             | 73                                    | 3-73                    | 815                | 3                    | 4                                 | 21                                    | 5,4                                             |
| 105                        | 79                                 | 51            | 100,4                          | 81                                    | 3-86                    | 890                | 3                    | 4                                 | 20                                    | 8,0                                             |
| 121                        | 98                                 | 57            | 114,5                          | 102                                   | 3-102                   | 890                | 3                    | 6                                 | 35                                    | 14,4                                            |
| 133                        | 110                                | 57            | 127,5                          | 114                                   | 3-108                   | 915                | 3                    | 6                                 | 50                                    | 19,9                                            |
| 159                        | 123                                | 71            | 150                            | 127                                   | 3-122                   | 965                | 3                    | 6                                 | 57                                    | 28,0                                            |
| 165                        | 123                                | 76            | 155                            | 127                                   | 3-133                   | 1065               | 3                    | 6                                 | 52                                    | 36,2                                            |
| 168                        | 123                                | 76            | 160                            | 127                                   | 3-133                   | 1065               | 3                    | 6                                 | 52                                    | 36,2                                            |
|                            | 123                                | 90            | 160                            | 127                                   | 3-133                   | 1065               | 3                    | 6                                 | 38                                    | 28,5                                            |
| σ <sub>T</sub> = 689 МПа   |                                    |               |                                |                                       |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |
| 178                        | 136                                | 90            | 164,5                          | 140                                   | 3-147                   | 1065               | 5                    | 6                                 | 58                                    | 39,8                                            |
| *Напря́м спіра́лі - правий |                                    |               |                                |                                       |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |

Таблиця Б5 – Параметри товстостінних бурильних труб з високомоментними різьбами

| Тип ТБТ                  | Діаметри, мм |                            |               |                                    |                                       |                            | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Маса труби, довжиною 9450мм, кг |
|--------------------------|--------------|----------------------------|---------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------------------|
|                          | Зовнішній, D | Потовщення, D <sub>n</sub> | Внутрішній, d | Спіральної частини, D <sub>c</sub> | Проточки під елеватор, D <sub>3</sub> | Тіла труби, D <sub>2</sub> |                         |                                 |
| із потовщеннями          | 102,0        | 95,0                       | 51            | -                                  | 81                                    | 81                         | 3-81Y                   | 270                             |
|                          | 105,5        | 101,6                      | 51            | -                                  | 81                                    | 81                         | 3-83                    | 280                             |
|                          | 105,5        | 101,6                      | 51            | -                                  | 92                                    | 89                         | 3-83                    | 345                             |
| із спіральними канавками | 102,0        | -                          | 51            | 82                                 | 81                                    | -                          | 3-81Y                   | 236                             |
|                          | 105,5        | -                          | 51            | 85                                 | 81                                    | -                          | 3-83                    | 264                             |

## Б.5 Характеристики ЛБТ

Виготовлення алюмінієвих трубних заготовель здійснюються з алюмінієвих сплавів марок Д16Т або 1953Т1 методом прямого гідравлічного гарячого пресування. Трапецеїдальна різьба з конічним стабілізуючим пояском й упором по торці, у відмінності від безупорної різьби, що традиційно застосовувалася як трикутна, дозволяє частково розвантажити різьбу від знакозмінних згинаючих напружень, збільшуючи втомну міцність і надійність з'єднання. Гарантовані радіальні натяги забезпечуються за рахунок застосування "температурного" способу складання замків із трубами за спеціальною технологією. Завдяки такій конструкції досягається підвищена надійність з'єднання при знакозмінних навантаженнях, що дозволяє ефективно виконувати технологічні операції з обертанням інструмента, у тому числі, при роторному буровленні й аварійних роботах по ліквідації прихоплення.

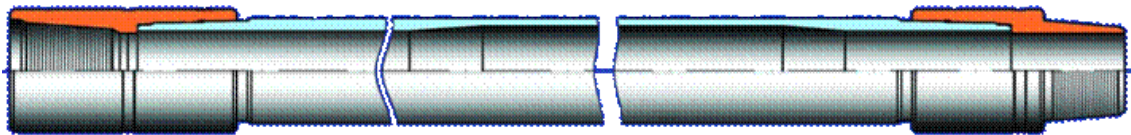


Рисунок Б4 – Схема ЛБТПН з внутрішньою висадкою  
(базове виконання)

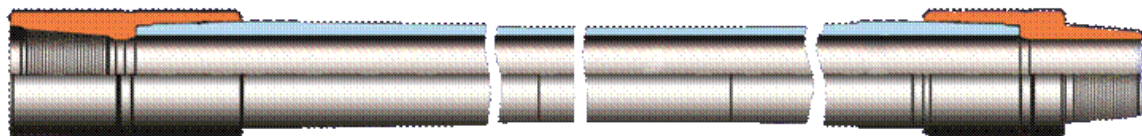


Рисунок Б5 – Схема ЛБТПН з зовнішньою висадкою  
(для вирішення технологічних задач, для яких необхідно рівнопрохідний  
внутрішній діаметр)

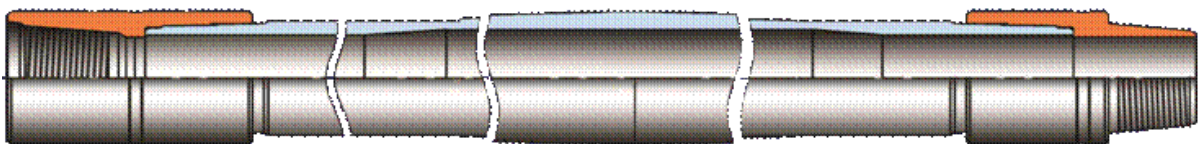


Рисунок Б6 – Схема ЛБТПН-П з протекторним потовщенням  
(протекторне потовщення ЛБТПН-П призначене для захисту від  
спрацювання основного тіла труби, а також для підвищення поздовжньої  
стійкості БК та її кращого центрування у стволі свердловини)

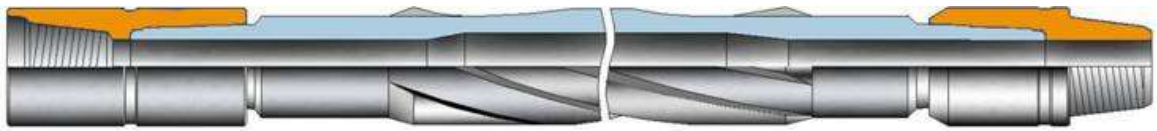


Рисунок Б7 – Схема ЛБТПН-С з гвинтовим оребрнням  
(гвинтовим оребрнням ЛБТПН-С призначене для покращення очищення  
ствола від вибуреної породи у горизонтальних ділянках свердловин та  
ділянках із значним відхиленням від вертикалі)

Таблиця Б6 – Параметри легкосплавних бурильних труб ЛБТПН  
ЛБТПН-П, ЛБТПН-С

| Технічні характеристики ЛБТПН |                    |                   |                   |                                                        |                        |                                                     |                       |                                                                    |                                |                        |
|-------------------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------------------------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------|------------------------|
| Типорозмір труби              | Товщина стінки, мм | Діаметр труби, мм | Діаметр замка, мм | Різьбове з'єднання<br>(аналог по API Spec 7-<br>1/7-2) | Маса труби в зборі, кг | Виконання<br>труби с<br>протекторним<br>потовщенням |                       | Граничні міцнісні<br>параметри<br>Алюмінієвий сплав<br>Д16Т/1953Т1 |                                |                        |
|                               |                    |                   |                   |                                                        |                        | Діаметр<br>протектора                               | Маса труби в<br>зборі | Розтягуюче<br>навантаження<br>кН                                   | Крутний момент,<br>нм,<br>кН*м | Внутрішній<br>тиск МПа |
| 90x9                          | 9                  | 91                | 108               | 3-86 (NC 31)                                           | 80,5                   | 107                                                 | 87,5                  | 750/1110                                                           | 13/19                          | 56/83                  |
| 103x9                         | 9                  | 103               | 120,6             | 3-102 (NC 38)                                          | 96,0                   | 118                                                 | 105,0                 | 865/1275                                                           | 17,1/25,3                      | 49,7/73,4              |
| 103x11                        | 11                 | 103               | 120,6             | 3-102 (NC 38)                                          | 137,0                  | 118                                                 | 146,5                 | 1033/1526                                                          | 20/29                          | 61/90                  |
| 114x11                        | 11                 | 116               | 152               | 3-122 (NC 46)                                          | 168,0                  | 138                                                 | 185,0                 | 1180/1740                                                          | 25,9/38,3                      | 53,9/79,7              |
| 129x11                        | 11                 | 129               | 159               | 3-133 (NC 50)                                          | 186,0                  | 150                                                 | 202,5                 | 1325/1957                                                          | 25,9/48,8                      | 48,5/71,6              |
| 147x11                        | 11                 | 147               | 178               | 3-147 (5 1/2 FH)                                       | 217,0                  | 172                                                 | 242,0                 | 1525/2255                                                          | 44,3/65,4                      | 42,6/62,9              |
| 147x13                        | 13                 | 147               | 178               | 3-147 (5 1/2 FH)                                       | 239,0                  | 172                                                 | 264,0                 | 1780/2625                                                          | 50,2/74,1                      | 50,3/74,3              |
| 147x15                        | 15                 | 147               | 178               | 3-147 (5 1/2 FH)                                       | 268,5                  | 172                                                 | 293,5                 | 2022/2986                                                          | 55,7/82,1                      | 58/85,7                |
| 168x11                        | 11                 | 168               | 203               | 3-171 (6 5/8 FH)                                       | 231,0                  | 194                                                 | 264,0                 | 1762/2603                                                          | 60/87                          | 37/55                  |
| 168x13                        | 13                 | 168               | 203               | 3-171 (6 5/8 FH)                                       | 250,0                  | 194                                                 | 283,0                 | 2056/3037                                                          | 68/100                         | 44/65                  |

**Таблиця Б7 – Деякі характеристики матеріалів для бурильних труб**

| Параметри                                                                 | S-135           | V-150           | UD-165          | Алюміній        | Титан           |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Зовнішній діаметр,<br>дюйм                                                | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ |
| Внутрішній діаметр,<br>мм                                                 | 130,89          | 130,89          | 130,89          | 121             | 130,89          |
| Товщина стінки, мм                                                        | 9,2             | 9,2             | 9,2             | 14,12           | 9,2             |
| Границя текучості,<br>МПа                                                 | 930,8           | 1034,2          | 1137,6          | 482,6           | 827,4           |
| Границя міцності на<br>розрив, Н                                          | 3755294         | 4172546         | 4589802         | 2890609         | 3338037         |
| Маса однієї труби на<br>повітрі, кг                                       | 3719            | 3719            | 3719            | 2396            | 2469            |
| Маса однієї труби в<br>промивній рідині<br>густиною 950 кг/м <sup>3</sup> | 3180            | 3180            | 3180            | 1673            | 1931            |
| Ціна відносно S-135                                                       | 1               | 1,1             | 1,15            | 1,5-2,5         | 7-10            |

## ДОДАТОК В

Таблиця В1 – Код програми на мові Python для чисельного інтегрування за методом Сімпсона

### Python

```
import numpy as np
from scipy.integrate import quad

# Вкажіть ваші значення тут:
r = 10.0
R = 5.0
x0 = 2.0
y1, y2 = 0, 5 # Межі інтегрування
sign = 1 # 1 для '+', -1 для '-'

def integrand(y):
    term_sqrt = np.sqrt(r**2 - y**2)
    numerator = term_sqrt + (sign * R)

    arg1 = (term_sqrt + R) / numerator
    arg2 = (term_sqrt - x0) / numerator

    # Перевірка області визначення arcsin (від -1 до 1)
    if abs(arg1) > 1 or abs(arg2) > 1:
        return 0

    res = (numerator / term_sqrt) * (np.arcsin(arg1) - np.arcsin(arg2))
    return res

integral_val, error = quad(integrand, y1, y2)
S = 2 * r * integral_val
print(f"Результат S: {S}")
```

## Таблиця В2 – Код програми на мові Maple для чисельного інтегрування за методом Сімпсона

### Maple

```

restart; # Очищення пам'яті
with(Student[Calculus1]): # Завантаження пакету для чисельного аналізу

# --- 1. Введення констант (задайте власні значення) ---
r := 10.0: # Радіус r
R := 15.0: # Параметр R
x0 := 2.0: # Параметр x0
y1 := -9.0: # Нижня межа інтегрування (має бути > -r)
y2 := 9.0: # Верхня межа інтегрування (має бути < r)
n := 100: # Кількість кроків розбиття (для методу Сімпсона має бути парним)

# --- 2. Визначення підінтегральної функції ---
# Примітка: використовуємо знак "+" (якщо потрібно "-", змініть у формулі
нижче)
f := y -> 2*r * ((sqrt(r^2 - y^2) + R) / sqrt(r^2 - y^2)) *
    (arcsin((sqrt(r^2 - y^2) + R) / (sqrt(r^2 - y^2) + R)) -
    arcsin((sqrt(r^2 - y^2) - x0) / (sqrt(r^2 - y^2) + R)));

# --- 3. Обчислення методом Сімпсона ---
# Команда ApproximateInt повертає наближене значення інтеграла
result_simpson := ApproximateInt(f(y), y = y1 .. y2, method = simpson, partition = n,
output = value);

# --- 4. Точне чисельне значення для порівняння ---
# Використовуємо стандартний адаптивний метод Maple
result_exact := evalf(Int(f(y), y = y1 .. y2));

# --- 5. Виведення результатів ---
printf("Параметри: r=%g, R=%g, x0=%g\n", r, R, x0);
printf("Межі інтегрування: [%g, %g]\n", y1, y2);
printf("-----\n");
printf("Результат за методом Сімпсона (n=%d): %.10f\n", n, evalf(result_simpson));
printf("Точне чисельне значення (evalf/Int): %.10f\n", result_exact);
printf("Абсолютна похибка: %.10e\n", abs(evalf(result_simpson) -
result_exact));

```

## БІБЛІОГРАФІЯ

1. Буріння нафтових і газових свердловин: підручник / В. М. Орловський, В. С. Білецький, В. І. Сіренко. Львів: Новий Світ-2000, 2024. 408с. (Бібліотека Гірничої енциклопедії).
2. В.С. Войтенко, В.Г. Вітрик, Р.С. Яремійчук, Я.С. Яремійчук. Технологія і техніка буріння: узагальнююча довідкова книга – Львів: Центр Європи, 2012. – 708с.
3. Технологія і техніка колтубінгу: навч. посіб. / В. П. Орловський, В. Г. Вітрик, А. М. Понець та ін. Полтава: ПолтНТУ, 2017. 258 с.
4. Гриджук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі, Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Дослідження деформованого стану бурильної колони, що обертається на ділянці похилої свердловини. Нафтогазова енергетика 2023. № 2. С. 38-52. [https://DOI:10.31471/1993-9868-2023-2\(40\)-38-52](https://DOI:10.31471/1993-9868-2023-2(40)-38-52).
5. Гриджук Я.С., Мохній І.Ю. , Кондур Т.І., Слабий О.О., Царук В.Ф. Модель взаємодії орієнтованої компоновки низу бурильної колони із стінками свердловини. Нафтогазова енергетика 2024. № 2(42). С. 61-70. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2\(42\)-61-70](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2(42)-61-70).
6. Ja. Grydzhuk, I. Chudyk, A. Velychkovych, A. Andrusyak. Analytical evaluation of inercial properties of the range of the drill string in its rotation. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2019.№ 1/7 (97) P. 6-14.
7. Чудик І. І. Узагальнена методика розрахунку енергетичних витрат при роботі неорієнтованих компоновок низу бурильної колони для роторного способу буріння. Науковий вісник ІФНТУНГ. 2013. № 2(35). С.121-128.
8. Чудик І. І., Юрич А. Р., Козлов А. А. Врахування каверно- і жолобоутворення при проектуванні неорієнтованих КНБК. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. №2(23) 2007. С. 45-50.
9. Rovenski V. Modeling of Curves and Surfaces with MATLAB®. New York; Dordrecht; Heidelberg; London: Springer Science+Business Media, LLC, 2010. 447 p. (Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology ; vol.7).
10. Handbook of Computer Aided Geometric Design / ed. by G. Farin, J. Hoschek, M.-S. Kim. Amsterdam : North-Holland ; Elsevier Science B.V., 2002. 825 p. ISBN 0-444-51104-0.
11. Технологічний регламент енергоефективного буріння надглибоких нафтогазових свердловин / І. І. Чудик, А. П. Джус, Я. С. Гриджук, А. С. Процюк В.Р.; ІФНТУНГ. Івано-Франківськ, 2019. 26 с.

12. Методика розрахунку зведеного моменту інерції бурильної колони для роторного та суміщеного способів буріння свердловини / І. І. Чудик, А. П. Джус, Я. С. Гриджук, А. С. Величкович, А. М. Лівінський; ІФНТУНГ. Івано-Франківськ, 2019. 36 с.

13. ВБНУ. Споруджування свердловин на газ і нафту. Основні положення. ВБН В.2.4-00013741-001:2008. НАК “Нафтогаз України”.

## ДОДАТОК Б

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
НАФТИ І ГАЗУ

**“ЗАТВЕРДЖЕНО”**

Заступник директора

ТОВ “СМІТ СЕРВІСІЗ ЮКРЕЙН”

Антон ГРУЗДСЬ

“13” січня 2026р



## МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ У ПЕРЕРІЗАХ КНБК В РЕЖИМІ РЕАЛЬНОГО ЧАСУ

**“ПОГОДЖЕНО”**

Проректор з наукової роботи ІФНТУНГ

Олександр КОНДРАТ

“16” лютого 2026р



Івано-Франківськ, 2026

**1 РОЗРОБЛЕНО:**

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу.

**РОЗРОБНИКИ:**

**Чудик І. І.**, професор, доктор технічних наук, ректор ІФНТУНГ;

**Гриджук Я.С.**, професор, доктор технічних наук;

**Слабий О.О.**, докторант, кандидат технічних наук;

**Кондур Т.І.**, аспірант;

**Мохній І.Ю.**, аспірант.

**2 ПРИЙНЯТО ТА НАДАНО ЧИННОСТІ:**

## Зміст

|                                                                                                          | ст.       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1 ТЕХНІЧНІ СТАНДАРТИ, ПОЗНАЧЕННЯ ТА<br/>СКОРОЧЕННЯ ОСНОВНИХ ТЕРМІНІВ .....</b>                        | <b>4</b>  |
| <b>2 СФЕРА ЗАСТОСУВАННЯ .....</b>                                                                        | <b>5</b>  |
| <b>3 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ.....</b>                                                                         | <b>6</b>  |
| <b>4 ЗБІР ТА ФОРМАЛІЗАЦІЯ ВИХІДНИХ ДАНИХ .....</b>                                                       | <b>8</b>  |
| <b>5 УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ<br/>РОЗРАХУНКУ КНБК .....</b>                                        | <b>11</b> |
| <b>6 ПОСЛІДОВНІСТЬ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ<br/>НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ У<br/>ПЕРЕРІЗІ КНБК .....</b> | <b>13</b> |
| <b>ДОДАТОК А.....</b>                                                                                    | <b>34</b> |
| <b>ДОДАТОК Б.....</b>                                                                                    | <b>45</b> |
| <b>БІБЛІОГРАФІЯ.....</b>                                                                                 | <b>48</b> |

# **1 ТЕХНІЧНІ СТАНДАРТИ, ПОЗНАЧЕННЯ ТА СКОРОЧЕННЯ ОСНОВНИХ ТЕРМІНІВ**

**1.1** При розробці даної методики використано інформацію з наступних технічних стандартів:

- API Spec 7-1/7-2: основні стандарти для елементів бурильних колон (різьби, допуски, механічні властивості);
- DS-1 (TH Hill): галузевий стандарт щодо інспекції, критичних навантажень та дизайну КНБК;
- NS-1/NS-2 (Fearnley Procter): стандарти, що фокусуються на якості виготовлення та запобіганні втомі металу (часто використовуються в складних умовах буріння);
- ISO 10424: міжнародний стандарт для обладнання роторного буріння.

**1.2** При розробці даної методики використано наступні скорочення:

БК – бурильна колона;

БТ – бурильна труба;

ГОК – генератор осьових коливань;

ЗРЗ – замкові різьбові з'єднання;

КНБК – компоновка низу бурильної колони;

ЛБТ – легкосплавна бурильна труба;

ОБТ – обважнена бурильна труба;

ОК – обсадна колона;

П – перевідник;

РКС – роторна керована система;

ТБТ – товстостінна бурильна труба;

LWD (Logging While Drilling) – каротаж під час буріння;

MWD (Measurement While Drilling) – телесистема вимірювання під час буріння.

## **2 СФЕРА ЗАСТОСУВАННЯ**

**2.1** Дана методика поширюється на буріння скерованих нафтових і газових свердловин і регламентує послідовність розрахунку параметрів напружено-деформованого стану у поперечних перерізах КНБК з використанням даних реєстрації коливань БК отриманих в режимі реального часу.

**2.2** Розрахунок сил, моментів та напружень у перерізах КНБК на основі даних вимірювання телесистеми (MWD/LWD) в режимі реального часу є інженерним завданням, яке вимагає поєднання методів механіки суцільних середовищ, цифрової обробки сигналів та теорії автоматичного керування.

**2.3** Отримані в процесі розрахунку результати можуть бути використані для: контролю динамічних навантажень на елементи КНБК, моніторингу циклічних напружень, запобіганню втомним руйнуванням та поломкам, оптимізації механічної швидкості буріння, використання в алгоритмах “автоматичного бурильника”.

**2.3** Дана методика призначена для використання при бурінні свердловин сервісними компаніями, буровими підприємствами, їх підрядниками та сумісниками.

**2.4** Вимоги та положення цієї методики є обов’язковими при проектуванні і виборі режимно-технологічних параметрів, техніки і технології буріння свердловин.

### **3 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ**

**3.1** Стовбури глибоких скерованих свердловин мають непросту форму та геометричні недосконалості, що особливо негативно впливають на елементи КНБК, які у процесі буріння впродовж інтенсивних коливань зазнають дії широкого спектру циклічних навантажень.

**3.2** Оцінка фактичного рівня навантаженості КНБК на даний час здійснюється в режимі “постфактуму”, оскільки інформація з доступних для підрядника глибинних пристроїв динамометрії отримується після їх підняття на поверхню через тривалий час. Такий спосіб оцінки навантаженості не дає можливості оперативно оцінити ситуацію в потрібний момент і не задовольняє сучасним вимогам буріння скерованих свердловин, особливо із застосуванням роторних керованих систем (РКС).

**3.2** Під час буріння глибоких скерованих свердловини БК зазнає складної простової деформації. Тертя викривлених ділянок БК різної довжини об стінки свердловини з різною інтенсивністю на різних глибинах та зміна моменту опору на долоті призводять до певної нерівномірності її обертання та збільшенню сумарних сил опору, що діють на КНБК.

**3.3** Основним способом подолання цих опорів є включення у конструкцію КНБК гідравлічних генераторів осьових коливань (ГОК). Проте встановлено, що додаткові вібрації, які генеруються ГОК, за певних частотних режимів можуть спровокувати виникнення поздовжнього резонансу, що призводить до критичного зростання амплітуд напружень, втомного руйнування металу та аварійних обривів інструменту.

**3.3** Аналіз аварійності БК вказує на те, що при роторному та суміщеному способах буріння близько 80% втомних пошкоджень припадає на КНБК, а раптові відмови відбуваються переважно через руйнування її найбільш уразливих елементів – замкових різьбових з'єднань (ЗРЗ). Однією з причин руйнувань ЗРЗ в процесі експлуатації є поява в втомних тріщин, що виникають внаслідок дії змінних навантажень, які мають місце за нерівномірного обертання та інтенсивних вібрацій БК.

**3.4** Для об'єктивної оцінки параметрів напружено-деформованого стану КНБК у процесі буріння необхідним є визначення сил та моментів, що виникають в її перерізах в режимі реального часу. На даний час є можливість реєструвати в режимі реального часу геометричні параметри свердловини та кінематичні параметри коливань БК за допомогою телесистем MWD.

**3.5** В даній методиці запропоновано рекомендації стосовно розрахунку сил, моментів та напружень у поперечних перерізах КНБК з використанням даних реєстрації телесистем MWD. Враховуючи складність просторової

орієнтації БК у свердловині подана методика орієнтована на широке застосування комп'ютерної техніки.

**3.6** В даній методиці викладені рекомендації щодо:

- вимірювання, обробки та передачі вихідних даних;
- розрахунку осьової сили, згинального та крутного моменту;
- розрахунку осьових, згинальних напружень та напружень кручення;
- розрахунку еквівалентних напружень.

## 4. ЗБІР ТА ФОРМАЛІЗАЦІЯ ВИХІДНИХ ДАНИХ

### 4.1 Параметри вимірювання

Для коректного розрахунку параметрів напружено-деформованого стану необхідно чітко визначити параметри, які ми отримуємо, та характеристики самої системи. На даний час сучасні телесистеми в режимі реального часу мають можливість реєструвати такі кінематичні параметри:

- поздовжні (осьові) прискорення:  $a_x(t)$ ;
- поперечні (латеральні) прискорення:  $a_y(t)$ ,  $a_z(t)$ ;
- кутові швидкість та прискорення (торсійні коливання):  $\omega(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ ;
- координати встановлення датчиків:  $x_s$  (відстань від долота).

Таблиця 1 – Параметри коливань КНБК, виміряні в процесі буріння

| Параметр                                                                                                                | Позначення | Од. виміру                   | Роздільна здатність | Діапазон вимірів |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------------------------|---------------------|------------------|
| Частота латеральних вібрацій, амплітудою більше 50g:<br>0 (0.2 – 1 Гц); 1 (1 – 5 Гц);<br>2 (5 – 10 Гц); 3 (10 – 125 Гц) | VIB_RATE   | ум. од                       | –                   | 0-125            |
| Середньоквадратичне значення осьових вібрацій                                                                           | VIB_AX     | g<br>(9,8 м/с <sup>2</sup> ) | 1                   | 0 – 30           |
| Середньоквадратичне значення латеральних вібрацій                                                                       | VIB_LAT    | g<br>(9.8 м/с <sup>2</sup> ) | 1                   | 0 – 60           |
| Рівень обертових вібрацій<br>(різниця між $\omega_{\max}$ і $\omega_{\min}$ )                                           | VIB_TOR    | об/хв                        | 3                   | 0 – 380          |
| Поточний зенітний кут                                                                                                   | INC_CONT   | град                         | 0.01                | 0 – 180          |
| Поточний азимутальний кут                                                                                               | AZ_CONT    | град                         | 0.01                | 0 – 360          |
| Положення відхилювача                                                                                                   | TF         | град                         | 1                   | 0 – 360          |

Збір даних телесистемою (MWD/LWD) у режимі реального часу під час буріння – це високотехнологічний процес, який ускладнюється тим, що електроніка працює на глибині кількох кілометрів в умовах екстремальних температур (до 150-200°C), високого тиску та сильних вібрацій. Процес збору та передачі даних можна розділити на 4 основні етапи:

#### **4.2. Вимірювання параметрів коливань датчикам і сенсорами (Sensing)**

У середині спеціальних немагнітних обважнених бурильних труб (ОБТ) встановлено набір високоточних сенсорів. Дані збираються безперервно з високою частотою (часто 100-1000 Гц і вище). Тензометричні датчики вимірюють мікродеформації металу труби. Саме вони фіксують фактичну вагу на долото (WOB) та крутний момент (TOB) безпосередньо на вибої. Трьохосьові акселерометри реєструють прискорення по осях X, Y, Z. Використовуються для вимірювання зенітного кута (інклінометрія) та реєстрації вібрацій (поздовжніх, поперечних). Трьохосьові магнітометри вимірюють вектор магнітного поля Землі для визначення азимута свердловини. Вони ж допомагають відстежувати зміну орієнтації бурильного інструменту впродовж буріння. Датчики кутової швидкості - гіроскопи реєструють нерівномірність обертання, що критично для виявлення ефекту stick-slip (захоплення-ковзання). Опціонально вони ж використовуються для визначення траєкторії поблизу інших металевих труб, де магнітометри "сліпнуть" через магнітні перешкоди.

#### **4.3. Обробка та стиснення даних на вибої (Downhole Processing)**

Оскільки швидкість передачі даних на поверхню дуже обмежена, телесистема не може транслювати всі "сирі" дані вібрацій чи напружень у реальному часі. Тому для цього здійснюється попередня обробка та стиснення даних. Спочатку сигнали з датчиків проходять через аналогово-цифровий перетворювач (АЦП), в яких аналоговий сигнал перетворюється у цифровий. Після цього вбудований мікропроцесор аналізує високочастотні дані і розраховує середні (Mean), пікові (Peak) або середньоквадратичні (RMS) значення за певний проміжок часу. Надалі паралельно всі "сирі" дані записуються у вбудовану пам'ять телесистеми (Memory Mode). Їх можна буде завантажити лише після підняття інструменту на поверхню.

#### **4.4. Передача даних на поверхню (Telemetry)**

Після обробки та стиснення пакети даних кодуються та відправляються на поверхню. Для цього використовують один із трьох основних каналів зв'язку. При цьому, враховуючи технічну оснащеність і можливості підрядника, для передачі даних можуть використовуватися кілька наступних способів.

#### **4.4.1 Гідроімпульсний канал (Mud Pulse Telemetry)**

Найпоширеніший метод. Спеціальний клапан (пульсатор) у телесистемі частково перекриває потік бурового розчину, створюючи хвилі тиску (гідроудари). Ці імпульси тиску поширюються стовпом рідини всередині бурильних труб на поверхню. Швидкість дуже низька: від 1 до 15 біт/с.

**4.4.2 Електромагнітний канал (EM Telemetry)** Телесистема генерує низькочастотні електромагнітні хвилі, які поширюються прямо через гірські породи до поверхні. Працює значно швидше (до 100 біт/с) і дозволяє передавати дані навіть коли розчин не циркулює, але погано працює в сольових відкладеннях або на дуже великих глибинах.

#### **4.4.3 Дротові бурильні труби (Wired Drill Pipe - WDP)**

Найсучасніший метод. Кожна бурильна труба має вбудований броньований кабель, а в замкових з'єднаннях встановлені індукційні котушки. Це забезпечує справжній "широкосмуговий" зв'язок (до 57,000 біт/с), що дозволяє передавати практично всю телеметрію вібрацій та напружень миттєво.

#### **4.4.4 Прийом та розшифрування даних (Surface Reception)**

На поверхні свердловини встановлено обладнання для зчитування закодованих сигналів. У випадку застосування гідроімпульсного каналу (Mud Pulse) на маніфольді бурового насоса стоять високоточні датчики тиску. Вони фіксують зміни тиску бурового розчину. Після цього сигнал фільтрується від шумів бурових насосів (зазвичай за допомогою алгоритмів адаптивної фільтрації). Комп'ютерна система (Surface Receiver) декодує послідовність імпульсів у цифрові значення (вібрації, кути, зусилля) і виводить їх на екран оператора спрямованого буріння та бурильника у вигляді зрозумілих графіків.

## 5. УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ КНБК

### 5.1 Геометричні та фізичні параметри КНБК

- Зовнішній та внутрішній діаметри елементів КНБК:  $D_{\text{зов}}$ ,  $D_{\text{вн}}$
- Модуль пружності (Юнга)  $E$  та модуль зсуву  $G$  матеріалу.
- Моменти інерції перерізів (екваторіальний  $J$ , полярний  $J_p$  та площа перерізу  $F$ ).
- Масові характеристики (густина матеріалу  $\rho$ , погонна маса з урахуванням бурового розчину).

Оскільки датчики телесистеми знаходяться лише в одній (або кількох) точках, для визначення зусиль по всій довжині КНБК необхідно використовувати модель “цифрового двійника” (Digital Twin). Найкраще для цього підходить метод скінченних елементів (МСЕ).

### 5.2 Дискретизація системи та складання рівняння руху

КНБК розбивається на  $n$  одновимірних балкових скінченних елементів (модель балки Тимошенка або Ейлера-Бернуллі). У відповідності до методу скінченних елементів рух КНБК описується матричним диференціальним рівнянням другого порядку:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{F(t)\} \quad (5.1)$$

де  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  – матриці маси, демпфування та жорсткості відповідно;

$\{F(t)\}$  – вектор зовнішніх сил (взаємодія долота з породою, контакт зі стінками свердловини);

$\{U(t)\}$ ,  $\{\dot{U}(t)\}$ ,  $\{\ddot{U}(t)\}$  – вектори вузлових переміщень, швидкостей та прискорень.

### 5.3. Обробка сигналів та розв’язання оберненої задачі (State Estimation)

Оскільки використовуються вимірювання прискорень  $\ddot{u}(x_s, t)$  лише у вузлі  $x_s$  пряме інтегрування призведе до накопичення похибки. Для відновлення вектора стану всієї системи  $U(t)$  за обмеженими даними датчиків використовується фільтр Калмана (Kalman Filter) або спостерігач стану (State Observer). При переході до простору станів матричне рівняння (5.1) перетворюється у форму простору станів:

$$\begin{cases} \{\dot{X}(t)\} = [A_c]\{X(t)\} + [B_c]\{F(t)\} \\ \{Y(t)\} = [H_c]\{X(t)\} \end{cases} \quad (5.2)$$

де  $\{X(t)\}$  – вектор стану (переміщення та швидкості всіх вузлів);  
 $\{Y(t)\}$  – вектор вимірювань телесистеми.

З метою оцінки стану дослідник постійно коригує розрахункову модель  $\{X(t)\}$  на основі різниці між теоретичними та фактично виміряними прискореннями з телесистеми. Це дозволяє отримати динамічні переміщення  $y(x,t)$  та кути повороту  $\theta(x,t)$  для кожного перерізу КНБК. Саме з використанням функцій  $y(x,t)$  та  $\theta(x,t)$  для конкретного перерізу КНБК надалі можна визначити силові фактори, що діють на нього.

#### 5.4. Розрахунок сил та моментів у заданих перерізах

Маючи відновлене поле переміщень по всій довжині КНБК, сили та моменти в будь-якому перерізі  $x$  розраховуються за класичними формулами опору матеріалів:

**5.4.1** Згинальний момент виникає через латеральні коливання та викривлення свердловини:

$$M_{32}(x,t) = EJ \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (5.3)$$

де  $E$  - модуль пружності матеріалу КНБК;  $J$  – осьовий момент інерції перерізу КНБК при згині;

**5.4.2** Осьова сила, яка виникає через вагу на долото та поздовжні вібрації (bit bounce):

$$N(x,t) = EF \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \quad (5.5)$$

де  $F$  – площа поперечного перерізу КНБК.

**5.4.3** Крутний момент пов'язаний з торсіонними коливаннями “stick-slip”:

$$M_{kp}(x,t) = GJ_p \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \quad (5.6)$$

де  $G$  - модуль зсуву матеріалу КНБК  $J_p$  – полярний момент перерізу КНБК при крученні.

**Еквівалентне напруження за Мізесом (Von Mises Stress):** Для оцінки ризику втомного руйнування перерізу (наприклад, у зоні різьбових з'єднань):

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\left(\frac{N}{F} + \frac{M_{32} \cdot r}{J}\right)^2 + 3\left(\frac{T \cdot r}{J_p}\right)^2} \quad (5.7)$$

## 6. ПОСЛІДОВНІСТЬ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ У ПЕРЕРІЗІ КНБК

### 6.1 Короткі технічні характеристики КНБК

Короткі технічні характеристик типових КНБК наведені в таблиці 6.1 і 6.2. Схеми конструкцій наведені на рис. 6.1 і 6.2.

Таблиця 6.1 – Коротка технічна характеристика КНБК з використанням РКС

| №  | Елемент КНБК                                      | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |            |
|----|---------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|------------|
|    |                                                   |                |               | Довжина,<br>м | Маса,<br>т |
| 1  | Долото MR613V PDC Bit                             | 152,4          | 0,19          | 0,19          | 0,01       |
| 2  | РКС, PD Orbit 475 AA 6" Slick CC-AB               | 132,0          | 3,96          | 4,15          | 0,22       |
| 3  | Немагнітний перевідник Flex Sub                   | 124,0          | 1,40          | 5,55          | 0,31       |
| 4  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab             | 149,23         | 1,37          | 6,92          | 0,38       |
| 5  | Немагнітний зворотній клапан NM Float Sub w/Float | 121,0          | 1,13          | 8,05          | 0,46       |
| 6  | Орієнтуючий перевідник UBHO Sub                   | 121,0          | 0,93          | 8,98          | 0,52       |
| 7  | Немагнітна ОБТ з телесистемою MWD                 | 121,0          | 9,31          | 18,29         | 1,22       |
| 8  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM String Stab 149 мм      | 149,23         | 1,41          | 19,70         | 1,29       |
| 9  | Немагнітна ОБТ 1х 4 3/4" NMDC                     | 121,0          | 9,31          | 29,01         | 1,94       |
| 10 | ТБТ 3-1/2" HWDP 13 х 3-1.2"                       | 127,0          | 122,44        | 151,45        | 7,38       |
| 11 | ГОК Agitator 4 3/4"                               | 121,0          | 3,42          | 154,87        | 7,56       |
| 12 | Амортизатор                                       | 122,4          | 3,50          | 158,37        | 7,62       |
| 13 | ТБТ 3-1/2" HWDP 23 х 3-1/2"                       | 127,0          | 216,45        | 374,82        | 17,4       |
| 14 | Яс                                                | 121,0          | 9,10          | 383,92        | 18,1       |
| 15 | ТБТ 3-1/2" HWDP 12 х 3-1/2"                       | 127,0          | 112,24        | 496,16        | 22,9       |
| 16 | Перевідник Misc. Sub                              | 136,0          | 0,50          | 496,66        | 23,1       |

Таблиця 6.2 – Коротка технічна характеристика КНБК з використанням ГВД

| №  | Елемент КНБК                                         | Діаметр,<br>мм | Довжина,<br>м | Сумарно       |            |
|----|------------------------------------------------------|----------------|---------------|---------------|------------|
|    |                                                      |                |               | Довжина,<br>м | Маса,<br>т |
| 1  | Долото MR613V PDC Bit                                | 152,4          | 0,18          | 0,18          | 0,02       |
| 2  | ГВД A475M5683GT PowerPak,<br>5 27/32"                | 148,43         | 8,53          | 8,71          | 0,53       |
| 3  | Немагнітний зворотній клапан<br>NM Float Sub w/Float | 121,0          | 1,13          | 9,84          | 0,61       |
| 4  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM<br>String Stab             | 149,22<br>5    | 1,37          | 11,21         | 0,69       |
| 5  | Орієнтуючий перевідник<br>UBHO Sub                   | 121,0          | 0,93          | 12,14         | 0,75       |
| 6  | Немагнітна ОБТ з<br>телесистемою                     | 121,0          | 9,31          | 21,45         | 1,44       |
| 7  | Немагнітний КЛС 5 7/8" NM<br>String Stab             | 149,23         | 1,41          | 22,86         | 1,52       |
| 8  | Немагнітна ОБТ 1х 4 3/4"<br>NMDC                     | 121,0          | 9,31          | 32,17         | 2,17       |
| 9  | ТБТ 3-1/2" HWDP 13 х 3-1.2"                          | 127,0          | 122,44        | 154,61        | 7,62       |
| 10 | ГОК Agitator 4 3/4"                                  | 121,0          | 2,84          | 157,45        | 7,76       |
| 11 | Амортизатор                                          | 121,0          | 3,34          | 160,79        | 7,95       |
| 12 | ТБТ 3-1/2" HWDP 23 х 3-1/2"                          | 127,0          | 216,45        | 377,24        | 17,6       |
| 13 | Яс                                                   | 121,0          | 9,10          | 386,34        | 18,2       |
| 14 | ТБТ 3-1/2" HWDP 12 х 3-1/2"                          | 127,0          | 112,24        | 498,58        | 23,1       |
| 15 | Перевідник Misc. Sub                                 | 136,0          | 0,50          | 499,08        | 23,3       |

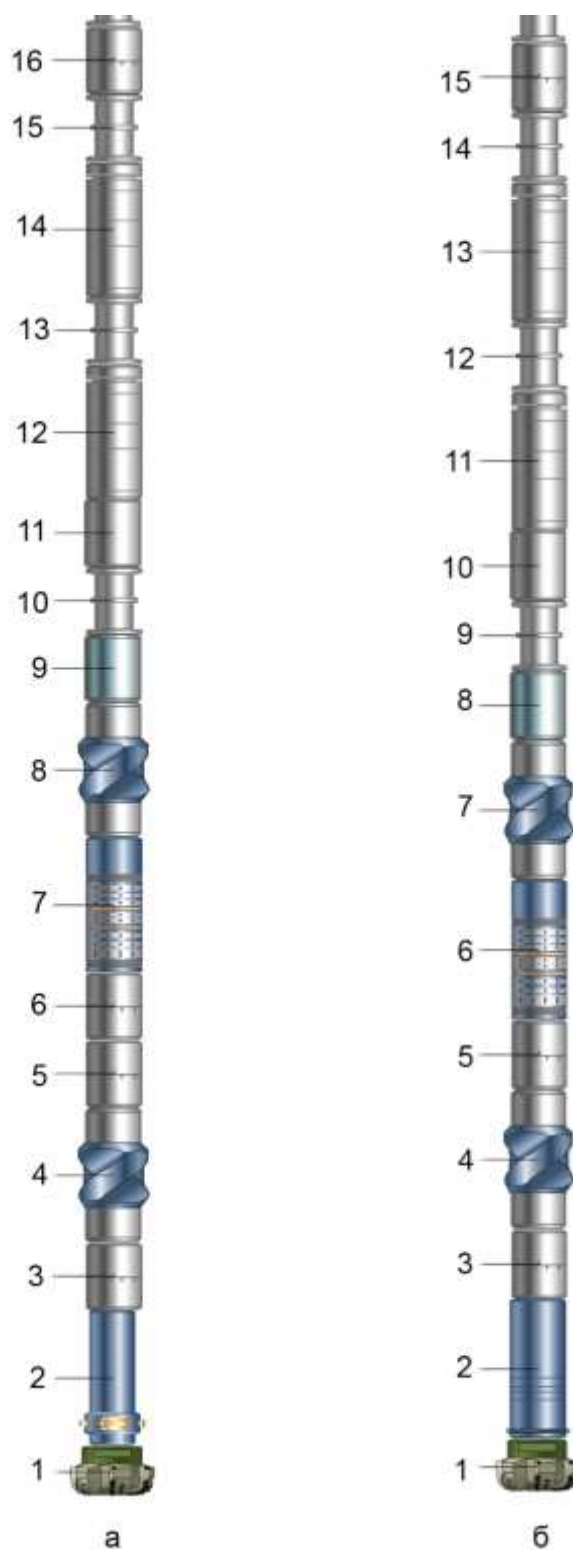


Рисунок 6.1 – Орієнтовані КНБК для буріння скерованої свердловини  
а) КНБК з використанням РКС; б) КНБК з використанням ГВД  
(номери позицій відповідають порядковим номерам у табл. 1 і 2 відповідно)

## 6.2 Схематизація КНБК

Схематизація КНБК передбачає розбиття конструкції на 4 ділянки, зображення системи координат, конструктивних розмірів, діючого активного навантаження, дисипативних сил та реакцій стінок свердловини.

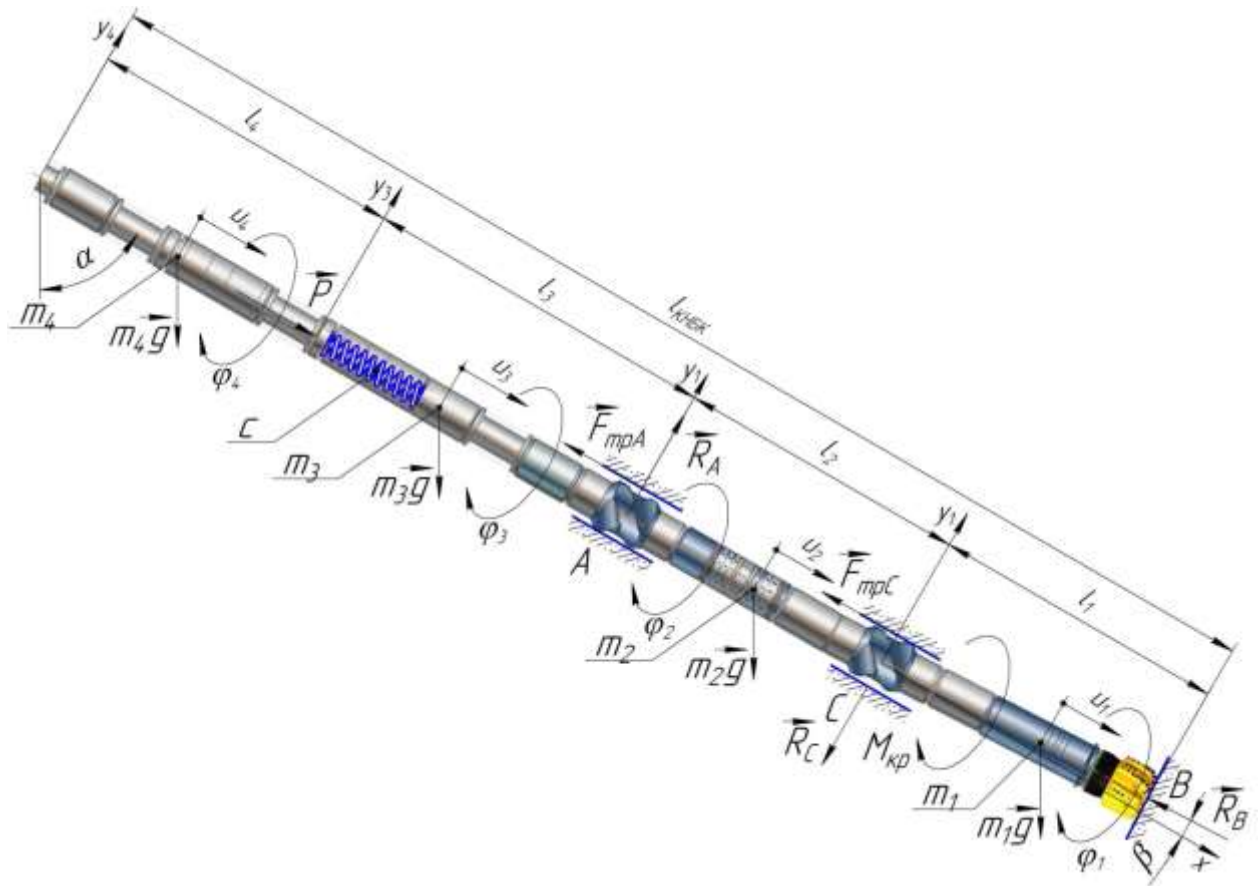


Рисунок 6.2 – Розрахункова схема орієнтованої КНБК

Позначення геометричних, силових параметрів на розрахунковій схемі:

$l_1, l_2, l_3, l_4$  – довжини 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$m_1, m_2, m_3, m_4$  – зведені маси 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$u_1, u_2, u_3, u_4$  – осьові зміщення 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  – кути повороту 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$F_{mpC} = -f|R_C|\text{sign}(\dot{u}_1)$ ;  $F_{mpA} = -f|R_A|\text{sign}(\dot{u}_2)$  – сили тертя, що виникають між елементами КНБК і стінкою свердловини у точках A і C відповідно;

$f$  – динамічний коефіцієнт тертя;

$P(x,t) = P_0 + P_{ocq}(x,t)$  – активна осьова сила в КНБК;  $P_0$  – статична складова навантаження, що створюється частиною ваги ступені БТ,  $P_{ocq}(x,t)$  – динамічна складова навантаження, що створюється ГОК;

$R_A$  і  $R_C$  – реакцій стінок свердловини у точках  $A$  і  $C$  відповідно;

$R_B$  – реакція вибою свердловини;

$M_{kp}$  – крутний момент на долоті;

$C$  – зведений коефіцієнт жорсткості еквівалентного пружного тіла ГОК;

$\beta$  – кут відхилення осі обертання долота відносно осі КНБК;

$\alpha$  – кут відхилення осі КНБК від вертикалі;

Осьові, поперечні та крутильні прискорення вузлів орієнтованої КНБК, а також їх координати в режимі реального часу на даний час реєструються блоками акселерометрів, якими комплектуються сучасні телесистеми [10]. В такий спосіб, узагальнені координати та їх перші і другі похідні можна вважати відомими кінематичними параметрами, які можна отримати шляхом прямого вимірювання.

## 6.2 Оцінка навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при поздовжньо-поперечних коливаннях

Застосовуючи метод декомпозиції для орієнтованої КНБК, розглянемо виділені ділянки з вказаними геометричними та інерційними параметрами, прикладеними активними силовими факторами, дисипативними силами та реакціями в'язей. Для отриманої системи блочних елементів (рис. 4.5) загальний вигляд системи диференціальних рівнянь поздовжньо-поперечного згину матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} EF \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + q \cos \alpha = \rho F \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}; \\ EJ_z \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ P(x,t) \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right] + \rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = q \sin \alpha; \end{cases} \quad (6.1)$$

де  $EF \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}$ ,  $EJ_z \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4}$  – пружні сили поздовжнього розтягу-стиску та поперечного згину;  $\frac{\partial}{\partial x} \left[ P(x,t) \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right]$  – ключовий член поздовжньо-поперечного згину. Він описує додатковий згинальний момент, який виникає від дії поздовжньої сили  $P(x,t)$  на плечі прогину  $v(x,t)$ .

На основі методу декомпозиції, система (4.10) для чотирьох ділянок КНБК набуде вигляду:

Ділянка 1:

$$\begin{cases} E_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} + q_1 \cos \alpha = \rho_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x_1, t)}{\partial t^2}; \\ E_1 J_{z1} \frac{\partial^4 v_1(x_1, t)}{\partial x_1^4} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ P_1(x_1, t) \frac{\partial v_1(x_1, t)}{\partial x_1} \right] + \rho_1 F_1 \frac{\partial^2 v_1(x_1, t)}{\partial t^2} = q_1 \sin \alpha; \end{cases} \quad (6.2)$$

Ділянка 2:

$$\begin{cases} E_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} + q_2 \cos \alpha = \rho_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x_2, t)}{\partial t^2}; \\ E_2 J_{z2} \frac{\partial^4 v_2(x_2, t)}{\partial x_2^4} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ P_2(x_2, t) \frac{\partial v_2(x_2, t)}{\partial x_2} \right] + \rho_2 F_2 \frac{\partial^2 v_2(x_2, t)}{\partial t^2} = q_2 \sin \alpha; \end{cases} \quad (6.3)$$

Ділянка 3:

$$\begin{cases} E_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} + q_3 \cos \alpha = \rho_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x_3, t)}{\partial t^2}; \\ E_3 J_{z3} \frac{\partial^4 v_3(x_3, t)}{\partial x_3^4} - \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ P_3(x_3, t) \frac{\partial v_3(x_3, t)}{\partial x_3} \right] + \rho_3 F_3 \frac{\partial^2 v_3(x_3, t)}{\partial t^2} = q_3 \sin \alpha; \end{cases} \quad (6.4)$$

Ділянка 4:

$$\begin{cases} E_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x_4, t)}{\partial x_4^2} + q_4 \cos \alpha = \rho_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x_4, t)}{\partial t^2}; \\ E_4 J_{z4} \frac{\partial^4 v_4(x_4, t)}{\partial x_4^4} - \frac{\partial}{\partial x_4} \left[ P_4(x_4, t) \frac{\partial v_4(x_4, t)}{\partial x_4} \right] + \rho_4 F_4 \frac{\partial^2 v_4(x_4, t)}{\partial t^2} = q_4 \sin \alpha; \end{cases} \quad (6.5)$$

Зовнішні граничні умови (на краях КНБК):

$$\begin{cases} E_4 F_4 \frac{\partial w_4(l_4, t)}{\partial x_4} = P; v_4(l_4, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 v_4(l_4, t)}{\partial x_4^2} = 0; \\ E_1 F_1 \frac{\partial w_1(0, t)}{\partial x_1} = R_B; \frac{\partial^2 v_1(0, t)}{\partial x_1^2} = 0; G_1 J_{p1} \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x_1} = M_{kp}. \end{cases} \quad (6.6)$$

Внутрішні умови спряження та контакту зі стінками свердловини:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1(l_1, t) = w_2(0, t), \quad v_1(l_1, t) = v_2(0, t) = \delta_C; \frac{\partial v_1(l_1, t)}{\partial x_1} = \frac{\partial v_2(0, t)}{\partial x_2}; \\ E_1 J_{z1} \frac{\partial^2 v_1(l_1, t)}{\partial x_1^2} = E_2 J_{z2} \frac{\partial^2 v_2(0, t)}{\partial x_2^2}; E_2 J_{z2} \frac{\partial^3 v_2(0, t)}{\partial x_2^3} - E_1 J_{z1} \frac{\partial^3 v_1(l_1, t)}{\partial x_1^3} = R_C; \\ w_2(l_2, t) = w_3(0, t), \quad v_2(l_2, t) = v_3(0, t) = \delta_A; \frac{\partial v_2(l_2, t)}{\partial x_2} = \frac{\partial v_3(0, t)}{\partial x_3}; \\ E_2 J_{z2} \frac{\partial^2 v_2(l_2, t)}{\partial x_2^2} = E_3 J_{z3} \frac{\partial^2 v_3(0, t)}{\partial x_3^2}; E_3 J_{z3} \frac{\partial^3 v_3(0, t)}{\partial x_3^3} - E_2 J_{z2} \frac{\partial^3 v_2(l_2, t)}{\partial x_2^3} = R_A; \\ E_4 F_4 \frac{\partial w_4(0, t)}{\partial x_4} = C \cdot [w_4(0, t) - w_3(l_3, t)]. \end{array} \right. \quad (6.7)$$

Функції згинальних моментів в перерізах ділянок КНБК:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{z1}(x_1) = -P_1 C_{11} \cos(k_1 x_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 x_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2}; \\ M_{z2}(x_2) = -P_2 C_{12} \cos(k_2 x_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 x_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2}; \\ M_{z3}(x_3) = -P_3 C_{13} \cos(k_3 x_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 x_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2}; \\ M_{z4}(x_4) = -P_4 C_{14} \cos(k_4 x_4) - P_4 C_{24} \sin(k_4 x_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2}; \end{array} \right. \quad (6.8)$$

де  $k_i = \sqrt{\frac{P_i}{E_i J_{zi}}}$  – аналітичне хвильове число поперечно-згинальних

коливань;  $(i=1, 2, 3, 4)$  – номери ділянок;  $C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}, C_{13}, C_{23}, C_{14}, C_{24}$  – константи інтегрування.

Функції згинальних напружень 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{z1}(x_1) = \frac{1}{W_{z1}} \left[ -P_1 C_{11} \cos(k_1 x_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 x_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} \right]; \\ \sigma_{z2}(x_2) = \frac{1}{W_{z2}} \left[ -P_2 C_{12} \cos(k_2 x_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 x_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2} \right]; \\ \sigma_{z3}(x_3) = \frac{1}{W_{z3}} \left[ -P_3 C_{13} \cos(k_3 x_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 x_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2} \right]; \\ \sigma_{z4}(x_4) = \frac{1}{W_{z4}} \left[ -P_4 C_{14} \cos(k_4 x_4) - P_4 C_{24} \sin(k_4 x_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2} \right]. \end{array} \right. \quad (6.9)$$

Для круглих кільцевих перерізів момент опору при згині визначається за формулою:

$$W_{zi} = 2J_{zi}/D_i \quad (6.10)$$

Тоді з урахуванням (6.10) систему (4.24) запишемо наступним чином:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{z1}(x_1) &= \frac{2J_{z1}}{D_1} \left[ -P_1 C_{11} \cos(k_1 x_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 x_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} \right]; \\ \sigma_{z2}(x_2) &= \frac{2J_{z2}}{D_2} \left[ -P_2 C_{12} \cos(k_2 x_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 x_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2} \right]; \\ \sigma_{z3}(x_3) &= \frac{2J_{z3}}{D_3} \left[ -P_3 C_{13} \cos(k_3 x_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 x_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2} \right]; \\ \sigma_{z4}(x_4) &= \frac{2J_{z4}}{D_4} \left[ -P_4 C_{14} \cos(k_4 x_4) - P_4 C_{24} \sin(k_4 x_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2} \right]. \end{aligned} \right. \quad (6.11)$$

З урахуванням граничних умов (6.6) – (6.7) константи інтегрування  $C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}, C_{13}, C_{23}, C_{14}, C_{24}$  визначаються із наступних виразів:

$$(x_1 = 0): \left\{ \begin{aligned} -P_1 C_{11} + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} &= 0; \\ C_{11} + C_{41} &= 0; \end{aligned} \right. \quad (6.12)$$

$$(x_1 = l_1): \left\{ C_{11} \cos(k_1 l_1) + C_{21} \sin(k_1 l_1) + C_{31} l_1 + C_{41} - \frac{q_1 \sin \alpha}{2P_1} l_1^2 = \delta_C; \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} C_{12} + C_{42} &= \delta_C; \\ -k_1 C_{11} \sin(k_1 l_1) + k_1 C_{21} \cos(k_1 l_1) + C_{31} - \frac{q_1 \sin \alpha}{P_1} l_1 &= k_2 C_{22} + C_{32}; \\ -P_1 C_{11} \cos(k_1 l_1) - P_1 C_{21} \sin(k_1 l_1) + \frac{q_1 \sin \alpha}{k_1^2} &= -P_2 C_{12} + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2}; \\ P_2 k_2 C_{22} - \frac{E_2 J_{z2} q_2 \sin \alpha}{P_2} - \\ - \left[ P_1 k_1 C_{11} \sin(k_1 l_1) - P_1 k_1 C_{21} \cos(k_1 l_1) - \frac{E_1 J_{z1} q_1 \sin \alpha}{P_1} \right] &= R_C; \end{aligned} \right. \quad (6.13)$$

$$(x_2 = l_2): \left\{ C_{12} \cos(k_2 l_2) + C_{22} \sin(k_2 l_2) + C_{32} l_2 + C_{42} - \frac{q_2 \sin \alpha}{2P_2} l_2^2 = \delta_A \right.$$

$$\begin{aligned}
(x_3 = 0): & \left\{ \begin{aligned} & C_{13} + C_{43} = \delta_A; \\ & -k_2 C_{12} \sin(k_2 l_2) + k_2 C_{22} \cos(k_2 l_2) + C_{32} - \frac{q_2 \sin \alpha}{P_2} l_2 = k_3 C_{23} + C_{33}; \\ & -P_2 C_{12} \cos(k_2 l_2) - P_2 C_{22} \sin(k_2 l_2) + \frac{q_2 \sin \alpha}{k_2^2} = -P_3 C_{13} + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2}; \\ & P_3 k_3 C_{23} - \frac{E_3 J_{z3} q_3 \sin \alpha}{P_3} - \\ & - \left[ P_2 k_2 C_{12} \sin(k_2 l_2) - P_2 k_2 C_{22} \cos(k_2 l_2) - \frac{E_2 J_{z2} q_2 \sin \alpha}{P_2} \right] = R_A; \end{aligned} \right. \\
(x_3 = l_3): & \left\{ \begin{aligned} & C_{13} \cos(k_3 l_3) + C_{23} \sin(k_3 l_3) + C_{33} l_3 + C_{43} - \frac{q_3 \sin \alpha}{2P_3} l_3^2 = C_{14} + C_{44}; \\ & -k_3 C_{13} \sin(k_3 l_3) + k_3 C_{23} \cos(k_3 l_3) + C_{33} - \frac{q_3 \sin \alpha}{P_3} l_3 = k_4 C_{24} + C_{34}; \\ & -P_3 C_{13} \cos(k_3 l_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 l_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2} = -P_4 C_{14} + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2}; \\ & P_4 k_4 C_{24} - \frac{E_4 J_{z4} q_4 \sin \alpha}{P_4} = P_3 k_3 C_{13} \sin(k_3 l_3) - P_3 k_3 C_{23} \cos(k_3 l_3) - \\ & - \frac{E_3 J_{z3} q_3 \sin \alpha}{P_3}; \end{aligned} \right.
\end{aligned} \tag{6.14}$$

$$\begin{aligned}
(x_4 = 0): & \left\{ \begin{aligned} & -k_3 C_{13} \sin(k_3 l_3) + k_3 C_{23} \cos(k_3 l_3) + C_{33} - \frac{q_3 \sin \alpha}{P_3} l_3 = k_4 C_{24} + C_{34}; \\ & -P_3 C_{13} \cos(k_3 l_3) - P_3 C_{23} \sin(k_3 l_3) + \frac{q_3 \sin \alpha}{k_3^2} = -P_4 C_{14} + \frac{q_4 \sin \alpha}{k_4^2}; \\ & P_4 k_4 C_{24} - \frac{E_4 J_{z4} q_4 \sin \alpha}{P_4} = P_3 k_3 C_{13} \sin(k_3 l_3) - P_3 k_3 C_{23} \cos(k_3 l_3) - \\ & - \frac{E_3 J_{z3} q_3 \sin \alpha}{P_3}; \end{aligned} \right. \\
(x_4 = l_4): & \left\{ \begin{aligned} & C_{14} \cos(\alpha_4 l_4) + C_{24} \sin(\alpha_4 l_4) + C_{34} l_4 + C_{44} - \frac{q_4 \sin \alpha}{2P_4} l_4^2 = 0; \\ & -P_4 C_{14} \cos(\alpha_4 l_4) - P_4 C_{24} \sin(\alpha_4 l_4) + \frac{q_4 \sin \alpha}{\alpha_4^2} = 0 \end{aligned} \right.
\end{aligned} \tag{6.15}$$

### 6.3 Оцінка навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при крутильних коливаннях

Математична модель крутильних коливань для **чотирьох виділених ділянок** КНБК у матрично-диференціальній формі враховує полярний момент інерції перерізу, жорсткість матеріалу на зсув та інерційні характеристики:

$$GJ_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x,t)}{\partial x^2} - \rho_i J_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x,t)}{\partial t^2} = q_{kr,i} \tag{6.16}$$

де  $G$  – модуль зсуву матеріалу  $i$ -ої ділянки;

$J_{pi}$  – полярний момент інерції перерізу і-ої ділянки ;

$\varphi_i(x,t)$  – коливальний кут закручування;

$\rho_i$  – густина матеріалу ділянки КНБК;

$q_{kr,i}$  – інтенсивність зовнішнього моменту сил опору (тертя об стінки свердловини);

$\rho_i J_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x,t)}{\partial t^2}$  – інтенсивність сил інерції матеріалу КНБК при обертанні.

$GJ_{pi} \frac{\partial^2 \varphi_i(x,t)}{\partial x^2}$  – зміна внутрішнього крутного моменту за довжиною колони (інтенсивність внутрішнього пружного моменту), зумовлену деформацією зсуву матеріалу.

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 J_{p1} \frac{\partial^2 \varphi_1(x_1,t)}{\partial x_1^2} - \rho_1 J_{p1} \frac{\partial^2 \varphi_1(x_1,t)}{\partial t^2} = M_{kp}; \\ G_2 J_{p2} \frac{\partial^2 \varphi_2(x_2,t)}{\partial x_2^2} - \rho_2 J_{p2} \frac{\partial^2 \varphi_2(x_2,t)}{\partial t^2} = M_{mpC} \cdot \delta(x_2); \\ G_3 J_{p3} \frac{\partial^2 \varphi_3(x_3,t)}{\partial x_3^2} - \rho_3 J_{p3} \frac{\partial^2 \varphi_3(x_3,t)}{\partial t^2} = M_{mpA} \cdot \delta(x_3); \\ G_4 J_{p4} \frac{\partial^2 \varphi_4(x_4,t)}{\partial x_4^2} - \rho_4 J_{p4} \frac{\partial^2 \varphi_4(x_4,t)}{\partial t^2} = 0. \end{array} \right. \quad (6.17)$$

Зовнішні граничні умови та умови спряження ділянок КНБК:

$$\begin{aligned} (x_1 = 0): & \left\{ G_1 J_{p1} \frac{\partial \varphi_1(0,t)}{\partial x_1} = M_{kp}; \right. \\ (x_1 = l_1, x_2 = 0): & \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(l_1,t) = \varphi_2(0,t); \\ G_2 J_{p2} \frac{\partial \varphi_2(0,t)}{\partial x_2} - G_1 J_{p1} \frac{\partial \varphi_1(l_1,t)}{\partial x_1} = M_{mpC}; \end{array} \right. \\ (x_2 = l_2, x_3 = 0): & \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2(l_2,t) = \varphi_3(0,t); \\ G_3 J_{p3} \frac{\partial \varphi_3(0,t)}{\partial x_3} - G_2 J_{p2} \frac{\partial \varphi_2(l_2,t)}{\partial x_2} = M_{mpA}; \end{array} \right. \\ (x_3 = l_3, x_4 = 0): & \left\{ \begin{array}{l} G_4 J_{p4} \frac{\partial \varphi_4(0,t)}{\partial x_4} = C_\varphi [\varphi_4(0,t) - \varphi_3(l_3,t)]; \\ G_3 J_{p3} \frac{\partial \varphi_3(l_3,t)}{\partial x_3} = G_4 J_{p4} \frac{\partial \varphi_4(0,t)}{\partial x_4}; \end{array} \right. \\ (x_4 = l_4): & \left\{ \varphi_4(l_4,t) = \omega_0 t + \Delta \varphi(t). \right. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Функції крутних моментів 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК:

$$\begin{cases} M_{kp,1}(x_1, t) = G_1 J_{p1} k_1 [-B_{11} \sin(k_1 x_1) + B_{21} \cos(k_1 x_1)] e^{j\omega t}; \\ M_{kp,2}(x_2, t) = G_2 J_{p2} k_2 [-B_{12} \sin(k_2 x_2) + B_{22} \cos(k_2 x_2)] e^{j\omega t}; \\ M_{kp,3}(x_3, t) = G_3 J_{p3} k_3 [-B_{13} \sin(k_3 x_3) + B_{23} \cos(k_3 x_3)] e^{j\omega t}; \\ M_{kp,4}(x_4, t) = G_4 J_{p4} k_4 [-B_{14} \sin(k_4 x_4) + B_{24} \cos(k_4 x_4)] e^{j\omega t}; \end{cases} \quad (6.19)$$

де  $k_i = \omega \sqrt{\frac{J_{pi}}{G_i J_{pi}}}$  – аналітичне хвильове число крутильних коливань;

( $i=1,2,3,4$ ) – номери ділянок;  $B_{11}, B_{21}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{14}, B_{24}$  – константи інтегрування.

Функції напружень кручення 1-ої, 2-ої, 3-ої, 4-ої ділянок КНБК:

$$\begin{cases} \tau_{kp,1}(x_1, t) = \frac{G_1 J_{p1} k_1}{W_{p1}} [-B_{11} \sin(k_1 x_1) + B_{21} \cos(k_1 x_1)] e^{j\omega t}; \\ \tau_{kp,2}(x_2, t) = \frac{G_2 J_{p2} k_2}{W_{p2}} [-B_{12} \sin(k_2 x_2) + B_{22} \cos(k_2 x_2)] e^{j\omega t}; \\ \tau_{kp,3}(x_3, t) = \frac{G_3 J_{p3} k_3}{W_{p3}} [-B_{13} \sin(k_3 x_3) + B_{23} \cos(k_3 x_3)] e^{j\omega t}; \\ \tau_{kp,4}(x_4, t) = \frac{G_4 J_{p4} k_4}{W_{p4}} [-B_{14} \sin(k_4 x_4) + B_{24} \cos(k_4 x_4)] e^{j\omega t}; \end{cases} \quad (6.20)$$

Для круглих кільцевих перерізів момент опору при крученні визначається за формулою:

$$W_{pi} = \frac{\pi D_i^3}{16} \left( 1 - \left( \frac{d_i}{D_i} \right)^4 \right) \quad (6.21)$$

З урахуванням граничних умов (6.18) константи інтегрування  $B_{11}, B_{21}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{14}, B_{24}$  визначаються із наступних виразів:

$$\begin{aligned}
(x_1 = 0) : & \{ G_1 J_{p1} k_1 B_{21} = M; \\
(x_1 = l_1, x_2 = 0) : & \begin{cases} B_{11} \cos(k_1 l_1) + B_{21} \sin(k_1 l_1) = B_{12}; \\ G_2 J_{p2} k_2 B_{22} - G_1 J_{p1} k_1 [-B_{11} \sin(k_1 l_1) + B_{21} \cos(k_1 l_1)] = M_{mpC}; \end{cases} \\
(x_2 = l_2, x_3 = 0) : & \begin{cases} B_{12} \cos(k_2 l_2) + B_{22} \sin(k_2 l_2) = B_{13}; \\ G_3 J_{p3} k_3 B_{23} - G_2 J_{p2} k_2 [-B_{12} \sin(k_2 l_2) + B_{22} \cos(k_2 l_2)] = M_{mpA}; \end{cases} \quad (6.22) \\
(x_3 = l_3, x_4 = 0) : & \begin{cases} G_4 J_{p4} k_4 B_{24} = C_\varphi \cdot [B_{14} - (B_{13} \cos(k_3 l_3) + B_{23} \sin(k_3 l_3))]; \\ G_3 J_{p3} k_3 [-B_{13} \sin(k_3 l_3) + B_{23} \cos(k_3 l_3)] = G_4 J_{p4} k_4 B_{24}; \end{cases} \\
(x_4 = l_4) : & \{ B_{14} \cos(k_4 l_4) + B_{24} \sin(k_4 l_4) = \Phi_0.
\end{aligned}$$

#### 6.4 Оцінка навантаженості та напружено-деформованого стану КНБК при поздовжніх коливаннях

Математична модель поздовжніх коливань для **чотирьох виділених ділянок** КНБК у матрично-диференціальній формі враховує площу поперечного перерізу, модуль пружності матеріалу, інерційні характеристики та інтенсивність зовнішнього поздовжнього погонного навантаження:

$$E_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial x^2} - \rho_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial t^2} = q_{p,i} \quad (6.23)$$

де  $E_i$  – модуль пружності матеріалу  $i$ -ої ділянки;

$F_i$  – площа поперечного перерізу  $i$ -ої ділянки;

$\rho_i$  – густина матеріалу  $i$ -ої ділянки;

$w_i(x, t)$  – функція, що описує поздовжнє переміщення поперечного перерізу  $i$ -ої ділянки КНБК у координаті  $x$  в момент часу  $t$ ;

$q_{p,i}$  – інтенсивність зовнішнього поздовжнього погонного навантаження, що діє на  $i$ -ту ділянку КНБК;

$E_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial x^2}$  – інтенсивність внутрішніх пружних сил (або погонна пружна сила), що діють у поперечному перерізі КНБК;

$\rho_i F_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial t^2}$  – інтенсивність сил інерції (або погонна сила інерції), яка виникає внаслідок коливального руху  $i$ -ої ділянки КНБК.

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x^2} - \rho_1 F_1 \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial t^2} = -q_1 \cos \alpha, \quad 0 \leq x \leq l_1 \\ E_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} - \rho_2 F_2 \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial t^2} = -q_2 \cos \alpha, \quad l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \\ E_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x,t)}{\partial x^2} - \rho_3 F_3 \frac{\partial^2 w_3(x,t)}{\partial t^2} = -q_3 \cos \alpha, \quad l_1 + l_2 \leq x \leq l_1 + l_2 + l_3 \\ E_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x,t)}{\partial x^2} - \rho_4 F_4 \frac{\partial^2 w_4(x,t)}{\partial t^2} = -q_4 \cos \alpha, \quad l_1 + l_2 + l_3 \leq x \leq L_{KHBK} \end{array} \right. \quad (6.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x=0): PE_1 F_1 \frac{\partial w_1(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = P(t); \\ (x=l_1): \left\{ \begin{array}{l} w_1(l_1, t) = w_2(l_1, t) \\ E_1 F_1 \frac{\partial w_1(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1} = E_2 F_2 \frac{\partial w_2(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1} \end{array} \right. ; \\ (x=l_1 + l_2): \left\{ \begin{array}{l} w_2(l_1 + l_2, t) = w_3(l_1 + l_2, t); \\ E_2 F_2 \frac{\partial w_2(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1 + l_2} = E_3 F_3 \frac{\partial w_3(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1 + l_2} \end{array} \right. ; \\ (x=l_1 + l_2 + l_3): \left\{ \begin{array}{l} w_3(l_1 + l_2 + l_3, t) = w_4(l_1 + l_2 + l_3, t); \\ E_3 F_3 \frac{\partial w_3(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1 + l_2 + l_3} = E_4 F_4 \frac{\partial w_4(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1 + l_2 + l_3} \end{array} \right. ; \\ (x=L_{KHBK}) E_4 F_4 \frac{\partial w_4(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=L_{KHBK}} = -R_B(t) \cos(\beta). \end{array} \right. \quad (6.25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1(x) = E_1 F_1 k_{os1} (A_{11} \cos(k_{os1} x) - A_{12} \sin(k_{os1} x)); \\ N_2(x) = E_2 F_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x) - A_{22} \sin(k_{os2} x)); \\ N_3(x) = E_3 F_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x) - A_{32} \sin(k_{os3} x)); \\ N_4(x) = E_4 F_4 k_{os4} (A_{41} \cos(k_{os4} x) - A_{42} \sin(k_{os4} x)); \end{array} \right. \quad (6.26)$$

де  $k_{os,i} = \omega \sqrt{\frac{\rho_i}{E_i}}$  – аналітичне хвильове число коливань;  $(i=1,2,3,4)$  –

номери ділянок;  $A_{11}, A_{21}, A_{12}, A_{22}, A_{13}, A_{23}, A_{14}, A_{24}$  – константи інтегрування.

Функції осьових напружень в перерізах ділянок КНБК:

$$\begin{cases} \sigma_{os1}(x) = E_1 k_{os1} (A_{11} \cos(k_{os1} x) - A_{12} \sin(k_{os1} x)); \\ \sigma_{os2}(x) = E_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x) - A_{22} \sin(k_{os2} x)); \\ \sigma_{os3}(x) = E_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x) - A_{32} \sin(k_{os3} x)); \\ \sigma_{os4}(x) = E_4 k_{os4} (A_{41} \cos(k_{os4} x) - A_{42} \sin(k_{os4} x)). \end{cases} \quad (6.27)$$

З урахуванням граничних умов (6.25) константи інтегрування  $A_{11}, A_{21}, A_{12}, A_{22}, A_{13}, A_{23}, A_{14}, A_{24}$  визначаються із наступних виразів:

$$\begin{cases} E_1 F_1 k_{os1} A_{11} = P; \\ A_{11} \sin(k_{os1} x_1) + A_{12} \cos(k_{os1} x_1) - A_{21} \sin(k_{os2} x_1) - A_{22} \cos(k_{os2} x_1) = 0; \\ E_1 F_1 k_{os1} (A_{11} \cos(k_{os1} x_1) - A_{12} \sin(k_{os1} x_1)) - \\ - E_2 F_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x_1) - A_{22} \sin(k_{os2} x_1)) = 0; \\ A_{21} \sin(k_{os2} x_2) + A_{22} \cos(k_{os2} x_2) - A_{31} \sin(k_{os3} x_2) - A_{32} \cos(k_{os3} x_2) = 0; \\ E_2 F_2 k_{os2} (A_{21} \cos(k_{os2} x_2) - A_{22} \sin(k_{os2} x_2)) - \\ - E_3 F_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x_2) - A_{32} \sin(k_{os3} x_2)) = 0; \\ A_{31} \sin(k_{os3} x_3) + A_{32} \cos(k_{os3} x_3) - A_{41} \sin(k_{os4} x_3) - A_{42} \cos(k_{os4} x_3) = 0; \\ E_3 F_3 k_{os3} (A_{31} \cos(k_{os3} x_3) - A_{32} \sin(k_{os3} x_3)) - \\ - E_4 F_4 k_{os4} (A_{41} \cos(k_{os4} x_3) - A_{42} \sin(k_{os4} x_3)) = 0; \\ A_{41} \sin(k_{os4} L) + A_{42} \cos(k_{os4} L) = 0. \end{cases} \quad (6.28)$$

Для встановлення співвідношень між осьовим навантаженням та реакціями стінок свердловини складемо систему суміщених рівнянь руху та рівноваги ділянок КНБК:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2 + m_4) \ddot{x}_\Sigma = (m_1 + m_2 + m_4) g \sin \alpha + R_C - R_B \sin \beta - C(x_\Sigma - x_3); \\ m_3 \ddot{x}_3 = m_3 g \sin \alpha + R_A - P + C(x_\Sigma - x_3); \\ (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) g \sin \alpha + R_A + R_C - R_B \sin \beta = 0; \\ g \sin \alpha \left[ -m_1 \left( \frac{l_1}{2} + l_2 \right) - m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \frac{l_3}{2} + m_4 \left( l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right] - R_C l_2 - R_B \sin \beta l_2 = 0; \\ g \sin \alpha \left[ -m_1 \frac{l_1}{2} + m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \left( l_2 + \frac{l_3}{2} \right) + m_4 \left( l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right] - R_A l_2 = 0. \end{cases} \quad (6.29)$$

Звідси маємо:

$$P = m_3 g \sin \alpha - m_3 \ddot{x}_3 + R_A + C(x_{\Sigma} - x_3); \quad (6.30)$$

$$F_{np} = (m_1 + m_2 + m_4) g \sin \alpha + R_C - R_B \sin \beta - (m_1 + m_2 + m_4) \ddot{x}_{\Sigma}; \quad (6.31)$$

$$R_A = \frac{g \sin \alpha}{l_2} \left[ -m_1 \frac{l_1}{2} + m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \left( l_2 + \frac{l_3}{2} \right) + m_4 \left( l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right]; \quad (6.32)$$

$$R_C = -(m_1 + m_2 + m_3 + m_4) g \sin \alpha; \quad (6.33)$$

$$R_B = \frac{g \sin \alpha}{l_2 \sin \beta} \left[ -m_1 \frac{l_1}{2} + m_2 \frac{l_2}{2} + m_3 \left( l_2 + \frac{l_3}{2} \right) + m_4 \left( l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) \right] \quad (6.34)$$

## 6.5 Оцінка еквівалентних напружень

Еквівалентні (сумарні) напруження для елементів КНБК за IV теорією міцності. Оскільки в реальних умовах буріння КНБК зазнає одночасної дії трьох видів коливань, загальний НДС оцінюють за енергетичною теорією Губера-Мізеса-Генкі:

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{(\sigma_{st} + \sigma_{os} + \sigma_z)^2 + 3(\tau_{st} + \tau_{kr})^2} \quad (6.35)$$

де  $\sigma_{stat}$  та  $\tau_{stat}$  – статичні компоненти напружень від власної ваги, гідростатичного тиску промивальної рідини та стабільного крутного моменту ротора.

## 6.6 Автоматизація процедури розрахунку

З метою автоматизації подальших досліджень за залежностями (6.1) – (6.35) та роботи з великим масивами числових даних у програмному середовищі Maple згенеровано програмні коди для проведення чисельних експериментів по динаміці і НДС КНБК з РКС і ГВД (табл. 6.3 і 6.4). В основу алгоритмів покладено дискретизацію бурильного інструменту на чотири характерні конструктивні ділянки відповідно до розподілу геометричних розмірів, жорсткості матеріалу та прикладених зовнішніх навантажень. Математичний апарат програм реалізує аналітичні розв'язки систем диференціальних рівнянь руху балки, що дозволяє виконувати точну оцінку поздовжнього, поперечного та крутильного динамічного навантаження, складання граничних умов на межах суміжних інтервалів. Шляхом складних матричних перетворень середовище обчислює унікальні константи інтегрування, забезпечуючи математичну точність і фізичну сумісність отриманих результатів. Кінцевим результатом роботи алгоритмів є миттєве визначення внутрішніх силових факторів: згинальних і крутних моментів, а також осьових динамічних сил. Через геометричні характеристики перерізів програма трансформує знайдені зусилля у компоненти тензора напружень, формуючи надійну основу для оцінки накопиченої втомної пошкоджуваності КНБК безпосередньо під час буріння.

Таблиця 6.3 – Програмний код на мові Maple для оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану ділянок КНБК при поздовжньо-поперечних коливаннях

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>maple</b><br><b># Програма для оцінки навантаженості та НДС елементів КНБК</b><br><b># при поздовжньо-поперечних коливаннях (поздовжньо-поперечному згині)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <pre> restart;  # 1. ЗАДАННЯ ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ (Приклад для КНБК з РКС) # Геометричні характеристики ділянок (довжини, м) l1 := 5.5: l2 := 69.3: l3 := 12.8: l4 := 6.9:  # Фізико-механічні властивості матеріалу та геометрія перерізів E := 2.1*10^11: # Модуль Юнга для сталі, Па # Осьові моменти інерції перерізів для 4-х ділянок, м^4 (приклад) J_z1 := 1.5*10^-5: J_z2 := 1.5*10^-5: J_z3 := 1.5*10^-5: J_z4 := 1.5*10^-5:  # Радіус зовнішньої стінки труби для розрахунку напружень, м R := 0.076: # Для діаметра 152 мм  # Параметри зовнішнього збурення та навантаження alpha := 5 * Pi / 180: # Кут відхилення осі, рад q1 := 1500: # Узагальнене погонне навантаження 1, Н/м q2 := 1200: # Узагальнене погонне навантаження 2, Н/м  # Осьові сили на ділянках, Н P1 := 150*10^3: P2 := 140*10^3: P3 := 120*10^3: P4 := 100*10^3:  # 2. ОБЧИСЛЕННЯ ВПЛИВУ ОСЬОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ (ХВИЛЬОВИХ ЧИСЕЛ k_i) k1 := sqrt(P1 / (E * J_z1)): k2 := sqrt(P2 / (E * J_z2)): k3 := sqrt(P3 / (E * J_z3)): k4 := sqrt(P4 / (E * J_z4)):  # 3. ДОПОМІЖНІ АМПЛІТУДНІ ПАРАМЕТРИ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ (Q_i) Q1 := (q1 + q2) * sin(alpha) / k1^2: Q2 := (q1 + q2) * sin(alpha) / k2^2: Q3 := q1 * sin(alpha) / k3^2: Q4 := q1 * sin(alpha) / k4^2:  # 4. ВИЗНАЧЕННЯ КОНСТАНТ ІНТЕГРУВАННЯ (C_ij) ЗГІДНО З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ # Задаємо константи відповідно до системи аналітичних розв'язків (4.23) C11 := Q1: C12 := C11 * (sin(k1*l1)*cos(k2*l1) + (k1/k2)*cos(k1*l1)*sin(k2*l1)): C21 := C11 * (sin(k1*l1)*sin(k2*l1) + (k1/k2)*cos(k1*l1)*cos(k2*l1))       + Q1 * (cos(k1*l1)*sin(k2*l1) - (k1/k2)*sin(k1*l1)*cos(k2*l1)) - Q2       * sin(k2*l1): </pre> |

```

C22 := C11 * (sin(k1*l1)*cos(k2*l1) - (k1/k2)*cos(k1*l1)*sin(k2*l1))
      + Q1 * (cos(k1*l1)*cos(k2*l1) + (k1/k2)*sin(k1*l1)*sin(k2*l1)) - Q2
* cos(k2*l1):
C31 := C21 * (sin(k2*l2)*sin(k3*l2) + (k2/k3)*cos(k2*l2)*cos(k3*l2)) - Q2
* sin(k3*l2)
      + C22 * (cos(k2*l2)*sin(k3*l2) - (k2/k3)*sin(k2*l2)*cos(k3*l2)) +
Q3 * sin(k3*l2):
C32 := C21 * (sin(k2*l2)*cos(k3*l2) - (k2/k3)*cos(k2*l2)*sin(k3*l2)) - Q2
* cos(k3*l2)
      + C22 * (cos(k2*l2)*cos(k3*l2) + (k2/k3)*sin(k2*l2)*sin(k3*l2)) +
Q3 * cos(k3*l2):
C41 := C31 * (sin(k3*l3)*sin(k4*l3) + (k3/k4)*cos(k3*l3)*cos(k4*l3)) - Q3
* sin(k4*l3)
      + C32 * (cos(k3*l3)*sin(k4*l3) - (k3/k4)*sin(k3*l3)*cos(k4*l3)) +
Q4 * sin(k4*l3):
C42 := C31 * (sin(k3*l3)*cos(k4*l3) - (k3/k4)*cos(k3*l3)*sin(k4*l3)) - Q3
* cos(k4*l3)
      + C32 * (cos(k3*l3)*cos(k4*l3) + (k3/k4)*sin(k3*l3)*sin(k4*l3)) +
Q4 * cos(k4*l3):

# 5. ФУНКЦІЇ ЗГИНАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ДІЛЯНОК КНБК
M_z1 := x -> C11*sin(k1*x) + C12*cos(k1*x) - (q1 + q2)*sin(alpha)/k1^2:
M_z2 := x -> C21*sin(k2*x) + C22*cos(k2*x) - (q1 + q2)*sin(alpha)/k2^2:
M_z3 := x -> C31*sin(k3*x) + C32*cos(k3*x) - q1*sin(alpha)/k3^2:
M_z4 := x -> C41*sin(k4*x) + C42*cos(k4*x) - q1*sin(alpha)/k4^2:

# 6. ФУНКЦІЇ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ ЗГИНУ НА ЗОВНІШНІЙ СТІНЦІ (y = R)
sigma_zgin1 := x -> (R / J_z1) * M_z1(x):
sigma_zgin2 := x -> (R / J_z2) * M_z2(x):
sigma_zgin3 := x -> (R / J_z3) * M_z3(x):
sigma_zgin4 := x -> (R / J_z4) * M_z4(x):

# 7. ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
print("---- Розрахунок завершено успішно ----");
print("Максимальний згинальний момент на 1-й ділянці (Н*м):",
maximize(M_z1(x), x = 0 .. l1));
print("Максимальне напруження згину на 1-й ділянці (Па):",
maximize(sigma_zgin1(x), x = 0 .. l1));

# Побудова епюри згинального моменту для першої ділянки
plot(M_z1(x), x = 0 .. l1, title = "Епюра згинального моменту M_z1(x)",
labels = ["x, м", "M_z, Н*м"], color = blue);

# Побудова епюри напружень згину для першої ділянки
plot(sigma_zgin1(x), x = 0 .. l1, title = "Розподіл напружень згину
sigma(x)", lab

```

Таблиця 6.4 – Програмний код на мові Maple для оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану ділянок КНБК при крутильних коливаннях

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>maple</b></p> <p><b># Програма для оцінки навантаженості та НДС елементів КНБК при крутильних коливаннях</b></p> <pre> restart; # 1. ЗАДАННЯ ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ (Приклад для КНБК з РКС) # Геометричні характеристики ділянок (довжини, м) l1 := 5.5: l2 := 69.3: l3 := 12.8: l4 := 6.9:  # Фізико-механічні властивості матеріалу та геометрія перерізів G := 8.0*10^10:      # Модуль зсуву для сталі, Па rho := 7800:         # Густина сталі, кг/м^3 omega := 2*Pi*2.5:   # Кругова частота крутильних коливань, рад/с (приклад для 2.5 Гц)  # Полярні моменти інерції перерізів для 4-х ділянок, м^4 J_p1 := 3.0*10^-5: J_p2 := 3.0*10^-5: J_p3 := 3.0*10^-5: J_p4 := 3.0*10^-5:  # Радіус для розрахунку максимальних дотичних напружень (зовнішня поверхня), м R := 0.076: # Для діаметра КНБК 152 мм  # Інтенсивність зовнішнього моменту сил опору (тертя) та момент на долоті, Н*м/м q_f1 := 500: q_f2 := 450: q_f3 := 400: q_f4 := 350: M_bit := 3500: # Крутний момент на долоті, Н*м  # Припускаємо позитивний напрямок обертання для розкриття sign(phi_dot) = 1 sign_phi1 := 1: sign_phi2 := 1: sign_phi3 := 1: sign_phi4 := 1:  # 2. ОБЧИСЛЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ЧИСЕЛ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ (k_kri) k_kr1 := omega * sqrt(rho / G): k_kr2 := omega * sqrt(rho / G): k_kr3 := omega * sqrt(rho / G): k_kr4 := omega * sqrt(rho / G):  # 3. ДОПОМІЖНІ АМПЛІТУДНІ ПАРАМЕТРИ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ (Q_kri) Q_kr1 := q_f1 * sign_phi1 / k_kr1^2: Q_kr2 := q_f2 * sign_phi2 / k_kr2^2: Q_kr3 := q_f3 * sign_phi3 / k_kr3^2: Q_kr4 := (q_f4 * sign_phi4 + M_bit) / k_kr4^2:  # 4. ВИЗНАЧЕННЯ КОНСТАНТ ІНТЕГРУВАННЯ (B_ij) ЗГІДНО З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ B11 := Q_kr1: B12 := B11 * (sin(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1) + (k_kr1/k_kr2)*cos(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1)): </pre> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

```

B21 := B11 * (sin(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1) +
(k_kr1/k_kr2)*cos(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1))
+ Q_kr1 * (cos(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1) -
(k_kr1/k_kr2)*sin(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1)) - Q_kr2 * sin(k_kr2*l1):
B22 := B11 * (sin(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1) -
(k_kr1/k_kr2)*cos(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1))
+ Q_kr1 * (cos(k_kr1*l1)*cos(k_kr2*l1) +
(k_kr1/k_kr2)*sin(k_kr1*l1)*sin(k_kr2*l1)) - Q_kr2 * cos(k_kr2*l1):
B31 := B21 * (sin(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2) +
(k_kr2/k_kr3)*cos(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2)) - Q_kr2 * sin(k_kr3*l2)
+ B22 * (cos(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2) -
(k_kr2/k_kr3)*sin(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2)) + Q_kr3 * sin(k_kr3*l2):
B32 := B21 * (sin(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2) -
(k_kr2/k_kr3)*cos(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2)) - Q_kr2 * cos(k_kr3*l2)
+ B22 * (cos(k_kr2*l2)*cos(k_kr3*l2) +
(k_kr2/k_kr3)*sin(k_kr2*l2)*sin(k_kr3*l2)) + Q_kr3 * cos(k_kr3*l2):
B41 := B31 * (sin(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3) +
(k_kr3/k_kr4)*cos(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3)) - Q_kr3 * sin(k_kr4*l3)
+ B32 * (cos(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3) -
(k_kr3/k_kr4)*sin(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3)) + Q_kr4 * sin(k_kr4*l3):
B42 := B31 * (sin(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3) -
(k_kr3/k_kr4)*cos(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3)) - Q_kr3 * cos(k_kr4*l3)
+ B32 * (cos(k_kr3*l3)*cos(k_kr4*l3) +
(k_kr3/k_kr4)*sin(k_kr3*l3)*sin(k_kr4*l3)) + Q_kr4 * cos(k_kr4*l3):

# 5. ФУНКЦІЇ КРУТНИХ МОМЕНТІВ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ДІЛЯНОК КНБК
M_kr1 := x -> B11*sin(k_kr1*x) + B12*cos(k_kr1*x) - q_f1*sign_phi1/k_kr1:
M_kr2 := x -> B21*sin(k_kr2*x) + B22*cos(k_kr2*x) - q_f2*sign_phi2/k_kr2:
M_kr3 := x -> B31*sin(k_kr3*x) + B32*cos(k_kr3*x) - q_f3*sign_phi3/k_kr3:
M_kr4 := x -> B41*sin(k_kr4*x) + B42*cos(k_kr4*x) - (q_f4*sign_phi4 +
M_bit)/k_kr4:

# 6. ФУНКЦІЇ МАКСИМАЛЬНИХ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ КРУЧЕННЯ (r = R)
tau_kr1 := x -> (R / J_p1) * M_kr1(x):
tau_kr2 := x -> (R / J_p2) * M_kr2(x):
tau_kr3 := x -> (R / J_p3) * M_kr3(x):
tau_kr4 := x -> (R / J_p4) * M_kr4(x):

# 7. ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПОВУДОВА ГРАФІКІВ
print("--- Розрахунок крутильних коливань завершено успішно ---");
print("Максимальний крутний момент на 4-й ділянці біля долота (Н*м):",
maximize(M_kr4(x), x = 0 .. l4));
print("Максимальне дотичне напруження на 4-й ділянці (Па):",
maximize(tau_kr4(x), x = 0 .. l4));

# Побудова епюри крутного моменту для четвертої ділянки (зона долота)
plot(M_kr4(x), x = 0 .. l4, title = "Епюра крутного моменту M_kr4(x)",
labels = ["x, м", "M_kr, Н*м"], color = blue);

# Побудова епюри дотичних напружень для четвертої ділянки
plot(tau_kr4(x), x = 0 .. l4, title = "Розподіл дотичних напружень
кручення tau_kr4(x)", labels = ["x, м", "tau, Па"], color = maroon);

```

Таблиця 6.5 – Програмний код на мові Maple для оцінки навантаженості та напружено-деформованого стану ділянок КНБК при поздовжніх коливаннях

## maple

# Програма для оцінки навантаженості та НДС елементів КНБК при поздовжніх коливаннях

```
restart;

# 1. ЗАДАННЯ ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ (Приклад для КНБК з РКС)
# Геометричні характеристики ділянок (довжини, м)
l1 := 5.5:
l2 := 69.3:
l3 := 12.8:
l4 := 6.9:

# Фізико-механічні властивості матеріалу та геометрія перерізів
E := 2.1*10^11:      # Модуль Юнга для сталі, Па
rho := 7800:         # Густина сталі, кг/м^3
omega := 2*Pi*16.0: # Кругова частота коливань, рад/с (робоча частота ГОК = 16.0 Гц)

# Площі поперечного перерізу для 4-х ділянок, м^2 (приклад для товстостінних труб)
F1 := 0.0055:
F2 := 0.0055:
F3 := 0.0055:
F4 := 0.0055:

# Параметри зовнішнього збурення та статичне навантаження
alpha := 5 * Pi / 180: # Кут відхилення осі обертання долота відносно осі КНБК, рад
q1 := 1500:             # Узагальнене погонне навантаження 1, Н/м
q2 := 1200:             # Узагальнене погонне навантаження 2, Н/м
P := 150*10^3:          # Осьова сила з боку бурильної колони до кінця КНБК, Н

# 2. ОБЧИСЛЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ЧИСЕЛ ПОЗДОВЖНІХ КОЛИВАНЬ (k_osi)
k_os1 := omega * sqrt(rho / E):
k_os2 := omega * sqrt(rho / E):
k_os3 := omega * sqrt(rho / E):
k_os4 := omega * sqrt(rho / E):

# 3. ДОПОМІЖНІ АМПЛІТУДНІ ПАРАМЕТРИ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ (Q_osi)
Q_os1 := (q1 + q2) * cos(alpha) / (E * F1 * k_os1^2):
Q_os2 := Q_os1:
Q_os3 := q1 * cos(alpha) / (E * F3 * k_os3^2):
Q_os4 := Q_os3:

# 4. ВИЗНАЧЕННЯ КОНСТАНТ ІНТЕГРУВАННЯ (A_ij) ЗГІДНО З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ
A11 := P / (E * F1 * k_os1):
A12 := A11 * (sin(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1) + (k_os1/k_os2)*cos(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1)):

A21 := A11 * (sin(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1) + (k_os1/k_os2)*cos(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1)) + Q_os1 * (cos(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1) - (k_os1/k_os2)*sin(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1)) - Q_os2 * sin(k_os2*l1):
A22 := A11 * (sin(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1) -
```

```

(k_os1/k_os2)*cos(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1))
+ Q_os1 * (cos(k_os1*l1)*cos(k_os2*l1) +
(k_os1/k_os2)*sin(k_os1*l1)*sin(k_os2*l1)) - Q_os2 * cos(k_os2*l1):
A31 := A21 * (sin(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2) +
(k_os2/k_os3)*cos(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2)) - Q_os2 * sin(k_os3*l2)
+ A22 * (cos(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2) -
(k_os2/k_os3)*sin(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2)) + Q_os3 * sin(k_os3*l2):
A32 := A21 * (sin(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2) -
(k_os2/k_os3)*cos(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2)) - Q_os2 * cos(k_os3*l2)
+ A22 * (cos(k_os2*l2)*cos(k_os3*l2) +
(k_os2/k_os3)*sin(k_os2*l2)*sin(k_os3*l2)) + Q_os3 * cos(k_os3*l2):
A41 := A31 * (sin(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3) +
(k_os3/k_os4)*cos(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3)) - Q_os3 * sin(k_os4*l3)
+ A32 * (cos(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3) -
(k_os3/k_os4)*sin(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3)) + Q_os4 * sin(k_os4*l3):
A42 := A31 * (sin(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3) -
(k_os3/k_os4)*cos(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3)) - Q_os3 * cos(k_os4*l3)
+ A32 * (cos(k_os3*l3)*cos(k_os4*l3) +
(k_os3/k_os4)*sin(k_os3*l3)*sin(k_os4*l3)) + Q_os4 * cos(k_os4*l3):

# 5. ФУНКЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ОСЬОВИХ СИЛ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ДІЛЯНОК КНБК
N1 := x -> E * F1 * k_os1 * (A11 * cos(k_os1 * x) - A12 * sin(k_os1 * x)):
N2 := x -> E * F2 * k_os2 * (A21 * cos(k_os2 * x) - A22 * sin(k_os2 * x)):
N2 := x -> E * F3 * k_os3 * (A31 * cos(k_os3 * x) - A32 * sin(k_os3 * x)):
N4 := x -> E * F4 * k_os4 * (A41 * cos(k_os4 * x) - A42 * sin(k_os4 * x)):

# 6. ФУНКЦІЇ ПОЗДОВЖНИХ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ
sigma_os1 := x -> E * k_os1 * (A11 * cos(k_os1 * x) - A12 * sin(k_os1 *
x)):
sigma_os2 := x -> E * k_os2 * (A21 * cos(k_os2 * x) - A22 * sin(k_os2 *
x)):
sigma_os3 := x -> E * k_os3 * (A31 * cos(k_os3 * x) - A32 * sin(k_os3 *
x)):
sigma_os4 := x -> E * k_os4 * (A41 * cos(k_os4 * x) - A42 * sin(k_os4 *
x)):

# 7. ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
print("--- Розрахунок поздовжніх коливань завершено успішно ---");
print("Максимальна динамічна осьова сила на i-й ділянці (Н):",
maximize(N1(x), x = 0 .. l1));
print("Максимальне поздовжнє нормальне напруження на i-й ділянці (Па):",
maximize(sigma_os1(x), x = 0 .. l1));

# Побудова епюри осьової динамічної сили для i-ої ділянки
plot(N1(x), x = 0 .. l1, title = "Епюра осьової сили N1(x)", labels = ["x,
м", "N, Н"], color = blue);

# Побудова епюри поздовжніх нормальних напружень для i-ої ділянки
plot(sigma_os1(x), x = 0 .. l1, title = "Розподіл поздовжніх напружень
sigma_os1(x)

```

## ДОДАТОК А

### А.1 Характеристики збалансованих ОБТ

Найбільш широке поширення завдяки своїм експлуатаційним характеристикам отримали збалансовані ОБТ зі спіральними канавками. Наявність гвинтових канавок зменшує площу контакту стінки свердловини і труби, тим самим знижується ймовірність появи "прихоплення" труб і зусилля на обертання бурильної колони.

Труби зі спіральними канавками можуть одночасно виконуватися і з проточками під елеватор і клиновий захват.

Дані про механічні, геометричні характеристики збалансованих ОБТ взяті із [1].



Рисунок А1 – Схема збалансованої ОБТ

Таблиця А1 – Механічні характеристики збалансованих ОБТ

| Зовнішній діаметр, мм | Тимчасовий опір, $\sigma_B$ , МПа, не менше | Границя текучості, МПа, $\sigma_T$ не менше | Відносне видовження, $\delta$ , %, не менше | Ударна в'язкість, КСВ, кДж/м <sup>2</sup> , не менше | Твердість по Брінеллю, НВ |
|-----------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------|
| < 178                 | 965                                         | 759                                         | 13                                          | 600                                                  | 285÷ 341                  |
| > 178                 | 931                                         | 689                                         |                                             |                                                      |                           |

Таблиця А2 – Параметри збалансованих ОБТ

| Діаметри, мм             |                         |                                                 |                                                          | Різьба<br>API Spec 7-1/7-2 | Погонна маса тіла<br>труби, кг/м | Допустимий момент<br>згвинчування, кН·м |                          |
|--------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------|
| Зовнішній, <i>D</i>      | Внутрішній,<br><i>d</i> | Проточки під<br>елеватор, <i>D</i> <sub>2</sub> | Проточи під<br>клиновий<br>захват, <i>D</i> <sub>3</sub> |                            |                                  | Без різбових<br>каналок                 | З різбовими<br>каналками |
| σ <sub>T</sub> = 758 МПа |                         |                                                 |                                                          |                            |                                  |                                         |                          |
| 79                       | 32                      | 65                                              | 73                                                       | 3-65                       | 32                               | 4,5                                     | 4,0                      |
| 89                       | 32                      | 73                                              | 73                                                       | 3-73                       | 42                               | 6,5                                     | 6,0                      |
|                          | 38                      | 73                                              | 73                                                       |                            | 40                               | 6,0                                     | 5,5                      |
| 95                       | 32                      | 73                                              | 73                                                       | 3-86                       | 49                               | 6,0                                     | 5,5                      |
|                          | 35                      | 73                                              | 73                                                       |                            | 48                               | 6,0                                     | 5,5                      |
|                          | 38                      | 73                                              | 73                                                       |                            | 46                               | 6,0                                     | 5,5                      |
| 105                      | 44                      | 89                                              | 102                                                      | 3-86                       | 56                               | 10,0                                    | 9,5                      |
|                          | 51                      | 89                                              | 102                                                      |                            | 52                               | 8,5                                     | 8,0                      |
| 108                      | 32                      | 89                                              | 102                                                      | 3-86                       | 65                               | 12,0                                    | 11,5                     |
|                          | 38                      | 89                                              | 102                                                      |                            | 63                               | 11,5                                    | 11,0                     |
|                          | 40                      | 89                                              | 102                                                      |                            | 62                               | 11,0                                    | 10,5                     |
|                          | 44                      | 89                                              | 102                                                      |                            | 60                               | 10,5                                    | 10,0                     |
|                          | 46                      | 89                                              | 102                                                      |                            | 58                               | 10,0                                    | 9,5                      |
|                          | 51                      | 89                                              | 102                                                      |                            | 56                               | 9,5                                     | 9,0                      |
|                          | 57                      | 89                                              | 102                                                      |                            | 52                               | 8,0                                     | 7,5                      |
| 121                      | 44                      | 102                                             | 114                                                      | 3-94                       | 78                               | 15,0                                    | 14,0                     |
|                          | 46                      | 102                                             | 114                                                      | 3-94                       | 77                               | 15,0                                    | 14,0                     |
|                          | 46                      | 102                                             | 114                                                      | 3-102                      | 77                               | 14,5                                    | 13,5                     |
|                          | 51                      | 102                                             | 114                                                      | 3-94                       | 74                               | 13,5                                    | 13,0                     |
|                          | 51                      | 102                                             | 114                                                      | 3-102                      | 74                               | 14,0                                    | 13,0                     |
|                          | 57                      | 102                                             | 114                                                      | 3-94                       | 70                               | 12,5                                    | 11,5                     |
|                          | 57                      | 102                                             | 114                                                      | 3-102                      | 70                               | 14,5                                    | 13,5                     |
| 127                      | 57                      | 102                                             | 114                                                      | 3-102                      | 79                               | 16,5                                    | 14,5                     |
| 133                      | 57                      | 114                                             | 114                                                      | 3-102                      | 88                               | 16,5                                    | 14,5                     |
| 146                      | 57                      | 130                                             | 140                                                      | 3-118                      | 111                              | 27,0                                    | 23,0                     |
|                          | 57                      | 130                                             | 140                                                      | 3-121                      | 111                              | 25,5                                    | 21,5                     |
|                          | 57                      | 130                                             | 140                                                      | 3-122                      | 111                              | 24,5                                    | 21,5                     |
|                          | 71                      | 130                                             | 140                                                      | 3-121                      | 100                              | 24,5                                    | 21,5                     |
|                          | 71                      | 130                                             | 140                                                      | 3-122                      | 100                              | 24,5                                    | 21,5                     |
|                          | 76                      | 130                                             | 140                                                      | 3-121                      | 95                               | 23,0                                    | 19,0                     |
|                          | 76                      | 130                                             | 140                                                      | 3-122                      | 95                               | 24,5                                    | 21,5                     |

## Закінчення таблиці А2

| Діаметри, мм                 |                 |                                 |                                          | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Погонна маса тіла труби,<br>кг/м | Допустимий<br>момент<br>згвинчування,<br>кН·м |                           |
|------------------------------|-----------------|---------------------------------|------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------|
| Зовнішній, $D$               | Внутрішній, $d$ | Проточки під<br>елеватор, $D_2$ | Проточи під<br>клиновий<br>захват, $D_3$ |                         |                                  | Без різьбових<br>канавок                      | З різьбовими<br>канавками |
| 152                          | 57              | 130                             | 140                                      | 3-118                   | 122                              | 28,5                                          | 25,5                      |
|                              | 57              | 130                             | 140                                      | 3-121                   | 122                              | 30,5                                          | 27,5                      |
|                              | 57              | 130                             | 140                                      | 3-122                   | 122                              | 30,0                                          | 27,0                      |
|                              | 71              | 130                             | 140                                      | 3-118                   | 111                              | 23,0                                          | 20,0                      |
|                              | 71              | 130                             | 140                                      | 3-122                   | 111                              | 27,5                                          | 24,5                      |
|                              | 76              | 130                             | 140                                      | 3-122                   | 106                              | 25,0                                          | 22,0                      |
| 159                          | 57              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 135                              | 28,5                                          | 24,5                      |
|                              | 71              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 124                              | 27,5                                          | 23,5                      |
| 165                          | 57              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 147                              | 30,0                                          | 26,0                      |
|                              | 57              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 147                              | 34,0                                          | 30,0                      |
|                              | 71              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 136                              | 25,5                                          | 21,5                      |
|                              | 71              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 136                              | 28,0                                          | 24,0                      |
|                              | 76              | 146                             | 152                                      | 3-121                   | 131                              | 23,5                                          | 19,5                      |
|                              | 76              | 146                             | 152                                      | 3-122                   | 131                              | 26,0                                          | 21,0                      |
| *Напрям спіралі - правий     |                 |                                 |                                          |                         |                                  |                                               |                           |
| 171                          | 57              | 152                             | 159                                      | 3-122                   | 159                              | 34,0                                          | 29,0                      |
|                              | 57              | 152                             | 159                                      | 3-133                   | 159                              | 45,0                                          | 40,0                      |
|                              | 71              | 152                             | 159                                      | 3-133                   | 148                              | 39,0                                          | 34,0                      |
| 178                          | 57              | 159                             | 168                                      | 3-133                   | 174                              | 45,5                                          | 41,5                      |
|                              | 71              | 159                             | 168                                      | 3-133                   | 163                              | 39,0                                          | 35,0                      |
|                              | 71              | 159                             | 168                                      | 3-147                   | 163                              | 44,0                                          | 40,0                      |
|                              | 80              | 159                             | 168                                      | 3-147                   | 155                              | 44,0                                          | 40,0                      |
|                              | 90              | 159                             | 168                                      | 3-147                   | 144                              | 44,0                                          | 40,0                      |
| $\sigma_T = 689 \text{ МПа}$ |                 |                                 |                                          |                         |                                  |                                               |                           |
| *Напрям спіралі - правий     |                 |                                 |                                          |                         |                                  |                                               |                           |

## **А.2 Тип виконання ОБТ**

А - гладкі без проточок;  
Л - із проточкою під елеватор;  
Б - із проточками під елеватор і клиновий захват;  
С - гладкі зі спіральними канавками;  
ЛС - із проточкою під елеватор, зі спіральними лисками;  
БС - із проточками під елеватор і клиновий захват, зі спіральними лисками;  
АТ - гладкі з твердосплавними поясками;  
ЛТ - із проточкою під елеватор, із твердосплавними поясками;  
БТ - із проточками під елеватор і клиновий захват, із твердосплавними поясками;  
СТ - гладкі зі спіральними лисками, із твердосплавними поясками;  
ЛСТ - із проточкою під елеватор, зі спіральними лисками, із твердосплавними поясками;  
БСТ - із проточками під елеватор і клиновий захват, зі спіральними лисками, із твердосплавними поясками.

## **А.3 Характеристики ТБТ**

Товстостінні бурильні труби (ТБТ) поставляються з плоскою або конічною (виконання І) опорною поверхнею під елеватор. За заявкою замовника наносяться твердосплавні пояски. Механічні властивості сталі відповідають вимогам API.

Замкові з'єднання за рахунок різьб з кутом профілю ниток, рівним 90 град., і спеціальних розвантажувальних канавок відрізняються підвищеним крутним моментом (в 1,2 рази) і високою втомною міцністю. Ремонт різьб здійснюється без укорочування довжини труби.

В порівнянні з бурильними трубами БН-73 та БК-89 по ТУ 14-219-2004 ТБТ можуть встановлюватися влюбій частині БК без перевідників.

Дані про механічні, геометричні характеристики ТБТ взяті із [2].

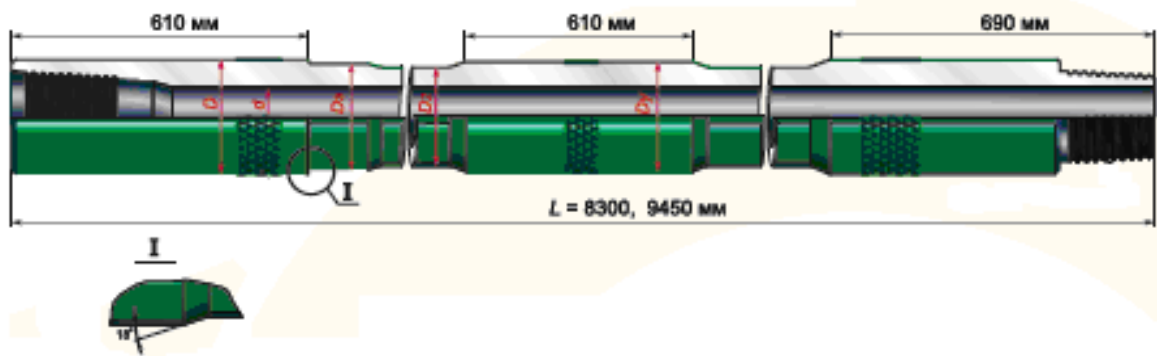


Рисунок А2 – Схема ТБТ з одним центральним потовщенням

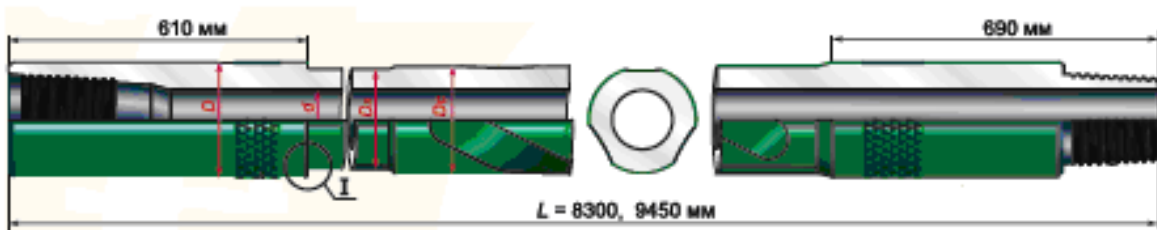


Рисунок А3 – Схема ТБТ із спіральними канавками

#### А.4 Тип виконання ТБТ

- К - з конічним виступом під елеватор, без центральних потовщень, зі спіральними лисками;
- КТ - з конічним виступом під елеватор, із твердосплавними поясками, без центральних потовщень, зі спіральними лисками;
- П - із плоским виступом під елеватор, без центральних потовщень, зі спіральними лисками;
- КО - з конічним виступом під елеватор, без центральних потовщень;
- ПО - із плоским виступом під елеватор, без центральних потовщень;
- К1 - з конічним виступом під елеватор, з одним центральним потовщенням;
- П1 - із плоским виступом під елеватор, з одним центральним потовщенням;
- К2 - з конічним виступом під елеватор, із двома центральними потовщеннями;
- П2 - із плоским виступом під елеватор, із двома центральними потовщеннями.

Таблиця А3 – Параметри товстостінних бурильних труб  
ТБТ-КО, ТБТ-ПО, ТБТ-К1, ТБТ-КТ1, ТБТ-П1, ТБТ-ПТ1, ТБТ-К2, ТБТ-КТ2, ТБТ-П2, ТБТ-ПТ2

| Діаметри, мм         |                   |                 |                       |                              |                   | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Радіус галтелі $r$ , мм | Погонна маса спіральної частини, кг/м | Максимально допустимий момент згинчування, кН·м |
|----------------------|-------------------|-----------------|-----------------------|------------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Зовнішній, $D$       | Потовщення, $D_n$ | Внутрішній, $d$ | Упорного торця, $D_1$ | Проточки під елеватор, $D_3$ | Тіла труби, $D_2$ |                         |                         |                                       |                                                 |
| $\sigma_T = 758$ МПа |                   |                 |                       |                              |                   |                         |                         |                                       |                                                 |
| 121                  | 102               | 51              | 114,5                 | 97                           | 89                | 3-102                   | 3                       | 32                                    | 14                                              |
|                      | 102               | 57              | 114,5                 | 97                           | 89                | 3-102                   | 3                       | 29                                    | 14                                              |
| 133                  | 114               | 57              | 127,5                 | 102                          | 102               | 3-108                   | 3                       | 44                                    | 20                                              |
|                      | 114               | 63              | 127,5                 | 102                          | 102               | 3-108                   | 3                       | 39                                    | 19                                              |
|                      | 114               | 65              | 127,5                 | 102                          | 102               | 3-108                   | 3                       | 38                                    | 18                                              |
| 159                  | 127               | 71              | 150                   | 114                          | 114               | 3-122                   | 3                       | 49                                    | 28                                              |
| 165                  | 140               | 76              | 155                   | 127                          | 127               | 3-133                   | 3                       | 63                                    | 36                                              |
| 168                  | 140               | 160             | 160                   | 127                          | 127               | 3-133                   | 3                       | 63                                    | 36                                              |
|                      | 140               | 160             | 160                   | 127                          | 127               | 3-133                   | 3                       | 49                                    | 28                                              |
| $\sigma_T = 689$ МПа |                   |                 |                       |                              |                   |                         |                         |                                       |                                                 |
| 178                  | 152               | 83              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 65                                    | 40                                              |
|                      | 152               | 86              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 61                                    | 40                                              |
|                      | 152               | 90              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 57                                    | 40                                              |
|                      | 152               | 98              | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 48                                    | 36                                              |
|                      | 152               | 102             | 164,5                 | 140                          | 132               | 3-147                   | 5                       | 43                                    | 34                                              |

Таблиця А4 – Параметри товстостінних спіральних бурильних труб  
ТБТ-К, ТБТ-КТ, ТБТ-П, ТБТ-ПТ

| Діаметри, мм             |                                    |               |                                |                                       | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Крок спіралі S, мм | Радіус галтелі r, мм | Глибина спіральних лисок<br>C, мм | Погонна маса спіральної частини, кг/м | Максимально допустимий момент згинчування, кН·м |
|--------------------------|------------------------------------|---------------|--------------------------------|---------------------------------------|-------------------------|--------------------|----------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Зовнішній, D             | Спіральної частини, D <sub>c</sub> | Внутрішній, d | Упорного торця, D <sub>1</sub> | Проточки під елеватор, D <sub>3</sub> |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |
| σ <sub>T</sub> = 758 МПа |                                    |               |                                |                                       |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |
| 92                       | 71                                 | 36            | 86                             | 73                                    | 3-73                    | 815                | 3                    | 4                                 | 21                                    | 5,4                                             |
| 105                      | 79                                 | 51            | 100,4                          | 81                                    | 3-86                    | 890                | 3                    | 4                                 | 20                                    | 8,0                                             |
| 121                      | 98                                 | 57            | 114,5                          | 102                                   | 3-102                   | 890                | 3                    | 6                                 | 35                                    | 14,4                                            |
| 133                      | 110                                | 57            | 127,5                          | 114                                   | 3-108                   | 915                | 3                    | 6                                 | 50                                    | 19,9                                            |
| 159                      | 123                                | 71            | 150                            | 127                                   | 3-122                   | 965                | 3                    | 6                                 | 57                                    | 28,0                                            |
| 165                      | 123                                | 76            | 155                            | 127                                   | 3-133                   | 1065               | 3                    | 6                                 | 52                                    | 36,2                                            |
| 168                      | 123                                | 76            | 160                            | 127                                   | 3-133                   | 1065               | 3                    | 6                                 | 52                                    | 36,2                                            |
|                          | 123                                | 90            | 160                            | 127                                   | 3-133                   | 1065               | 3                    | 6                                 | 38                                    | 28,5                                            |
| σ <sub>T</sub> = 689 МПа |                                    |               |                                |                                       |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |
| 178                      | 136                                | 90            | 164,5                          | 140                                   | 3-147                   | 1065               | 5                    | 6                                 | 58                                    | 39,8                                            |
| *Напряв спіралі - правий |                                    |               |                                |                                       |                         |                    |                      |                                   |                                       |                                                 |

Таблиця А4 – Параметри товстостінних бурильних труб з високомоментними різьбами

| Тип ТБТ                  | Діаметри, мм |                            |               |                                    |                                       |                            | Різьба API Spec 7-1/7-2 | Маса труби, довжиною 9450мм, кг |
|--------------------------|--------------|----------------------------|---------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------------------|
|                          | Зовнішній, D | Потовщення, D <sub>n</sub> | Внутрішній, d | Спіральної частини, D <sub>c</sub> | Проточки під елеватор, D <sub>3</sub> | Тіла труби, D <sub>2</sub> |                         |                                 |
| із потовщеннями          | 102,0        | 95,0                       | 51            | -                                  | 81                                    | 81                         | 3-81Y                   | 270                             |
|                          | 105,5        | 101,6                      | 51            | -                                  | 81                                    | 81                         | 3-83                    | 280                             |
|                          | 105,5        | 101,6                      | 51            | -                                  | 92                                    | 89                         | 3-83                    | 345                             |
| із спіральними канавками | 102,0        | -                          | 51            | 82                                 | 81                                    | -                          | 3-81Y                   | 236                             |
|                          | 105,5        | -                          | 51            | 85                                 | 81                                    | -                          | 3-83                    | 264                             |

## А.5 Характеристики ЛБТ

Виготовлення алюмінієвих трубних заготовель здійснюються з алюмінієвих сплавів марок Д16Т або 1953Т1 методом прямого гідравлічного гарячого пресування. Трапецеїдальна різьба з конічним стабілізуючим пояском й упором по торці, у відмінності від безупорної різьби, що традиційно застосовувалася як трикутна, дозволяє частково розвантажити різьбу від знакозмінних згинаючих напружень, збільшуючи втомну міцність і надійність з'єднання. Гарантовані радіальні натяги забезпечуються за рахунок застосування "температурного" способу складання замків із трубами за спеціальною технологією.

Завдяки такій конструкції досягається підвищена надійність з'єднання при знакозмінних навантаженнях, що дозволяє ефективно виконувати технологічні операції з обертанням інструмента, у тому числі, при роторному буровленні й аварійних роботах по ліквідації прихоплення.

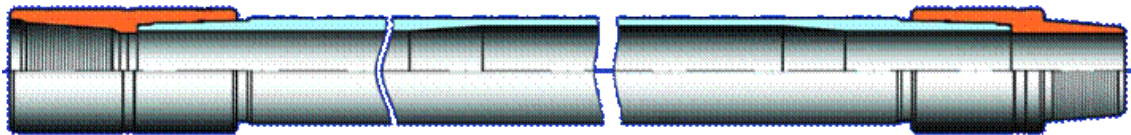


Рисунок А4 – Схема ЛБТПН з внутрішньою висадкою  
(базове виконання)

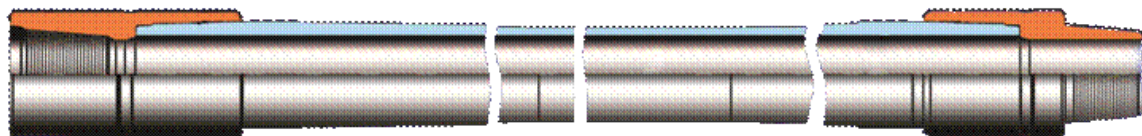


Рисунок А5 – Схема ЛБТПН з зовнішньою висадкою  
(для вирішення технологічних задач, для яких необхідно рівнопрохідний  
внутрішній діаметр)

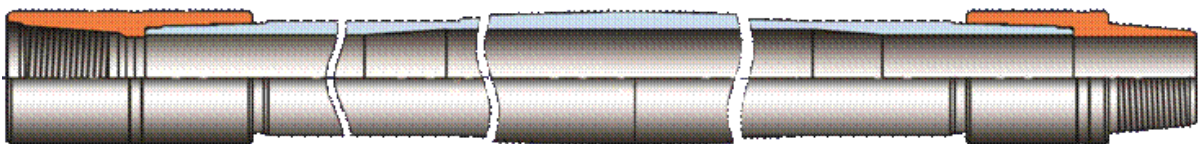


Рисунок А6 – Схема ЛБТПН-П з протекторним потовщенням  
(протекторне потовщення ЛБТПН-П призначене для захисту від  
спрацювання основного тіла труби, а також для підвищення поздовжньої  
стійкості БК та її кращого центрування у стволі свердловини)

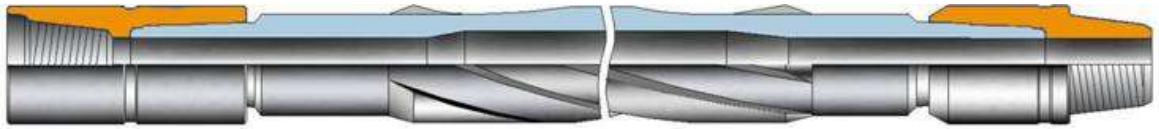


Рисунок А7 – Схема ЛБТПН-С з гвинтовим ребренням  
(гвинтовим ребрення ЛБТПН-С призначене для покращення очищення  
ствола від вибуреної породи у горизонтальних ділянках свердловин та  
ділянках із значним відхиленням від вертикалі)

**Таблиця А5 – Параметри легкосплавних бурильних труб ЛБТПН  
ЛБТПН-П, ЛБТПН-С**

| Технічні характеристики ЛБТПН |                    |                   |                   |                                                       |                        |                                                     |                       |                                                                    |                             |                        |
|-------------------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------------------------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------------------------|------------------------|
| Типорозмір труби              | Товщина стінки, мм | Діаметр труби, мм | Діаметр замка, мм | Різбове з'єднання<br>(аналог по API Spec 7-<br>1/7-2) | Маса труби в зборі, кг | Виконання<br>труби с<br>протекторним<br>потовщенням |                       | Граничні міцнісні<br>параметри<br>Алюмінієвий сплав<br>Д16Т/1953Т1 |                             |                        |
|                               |                    |                   |                   |                                                       |                        | Діаметр<br>протектора                               | Маса труби в<br>зборі | Розтягуюче<br>навантаження<br>кН                                   | Крутний моме<br>нт,<br>кН*м | Внутрішній<br>тиск МПа |
| 90x9                          | 9                  | 91                | 108               | 3-86 (NC<br>31)                                       | 80,5                   | 107                                                 | 87,5                  | 750/1110                                                           | 13/19                       | 56/83                  |
| 103x9                         | 9                  | 103               | 120,6             | 3-102 (NC<br>38)                                      | 96,0                   | 118                                                 | 105,0                 | 865/1275                                                           | 17,1/25,3                   | 49,7/73,4              |
| 103x11                        | 11                 | 103               | 120,6             | 3-102 (NC<br>38)                                      | 137,0                  | 118                                                 | 146,5                 | 1033/1526                                                          | 20/29                       | 61/90                  |
| 114x11                        | 11                 | 116               | 152               | 3-122 (NC<br>46)                                      | 168,0                  | 138                                                 | 185,0                 | 1180/1740                                                          | 25,9/38,3                   | 53,9/79,7              |
| 129x11                        | 11                 | 129               | 159               | 3-133 (NC<br>50)                                      | 186,0                  | 150                                                 | 202,5                 | 1325/1957                                                          | 25,9/48,8                   | 48,5/71,6              |
| 147x11                        | 11                 | 147               | 178               | 3-147 (5 1/2<br>FH)                                   | 217,0                  | 172                                                 | 242,0                 | 1525/2255                                                          | 44,3/65,4                   | 42,6/62,9              |
| 147x13                        | 13                 | 147               | 178               | 3-147 (5 1/2<br>FH)                                   | 239,0                  | 172                                                 | 264,0                 | 1780/2625                                                          | 50,2/74,1                   | 50,3/74,3              |
| 147x15                        | 15                 | 147               | 178               | 3-147 (5 1/2<br>FH)                                   | 268,5                  | 172                                                 | 293,5                 | 2022/2986                                                          | 55,7/82,1                   | 58/85,7                |
| 168x11                        | 11                 | 168               | 203               | 3-171 (6 5/8<br>FH)                                   | 231,0                  | 194                                                 | 264,0                 | 1762/2603                                                          | 60/87                       | 37/55                  |
| 168x13                        | 13                 | 168               | 203               | 3-171 (6 5/8<br>FH)                                   | 250,0                  | 194                                                 | 283,0                 | 2056/3037                                                          | 68/100                      | 44/65                  |

**Таблиця А6 – Деякі характеристики матеріалів для бурильних труб**

| Параметри                                                                 | S-135           | V-150           | UD-165          | Алюміній        | Титан           |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Зовнішній діаметр,<br>дюйм                                                | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ | 5 $\frac{7}{8}$ |
| Внутрішній діаметр,<br>мм                                                 | 130,89          | 130,89          | 130,89          | 121             | 130,89          |
| Товщина стінки, мм                                                        | 9,2             | 9,2             | 9,2             | 14,12           | 9,2             |
| Границя текучості,<br>МПа                                                 | 930,8           | 1034,2          | 1137,6          | 482,6           | 827,4           |
| Границя міцності на<br>розрив, Н                                          | 3755294         | 4172546         | 4589802         | 2890609         | 3338037         |
| Маса однієї труби на<br>повітрі, кг                                       | 3719            | 3719            | 3719            | 2396            | 2469            |
| Маса однієї труби в<br>промивній рідині<br>густиною 950 кг/м <sup>3</sup> | 3180            | 3180            | 3180            | 1673            | 1931            |
| Ціна відносно S-135                                                       | 1               | 1,1             | 1,15            | 1,5-2,5         | 7-10            |

## ДОДАТОК Б

Таблиця Б1 – Значення коефіцієнту тертя  $\mu$  (“сталь – порода”)

| Порода                                           | Поверхня породи |           |                                                                                             |
|--------------------------------------------------|-----------------|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                  | суха            | змочена   | покрита глинистим розчином з $\rho_p=1180-1200 \text{ кг/м}^3$ , $T=25 - 28 ^\circ\text{C}$ |
| Глина жирна                                      | 0,14-0,18       | 0,08-0,12 | 0,06-0,09                                                                                   |
| Глина пісочна                                    | 0,25-0,28       | 0,20-0,26 | 0,18-0,22                                                                                   |
| Глинистий сланець                                | 0,20-0,25       | 0,15-0,20 | 0,11-0,13                                                                                   |
| Мергель                                          | 0,20-0,27       | 0,18-0,25 | 0,20-0,24                                                                                   |
| Вапняк                                           | 0,35-0,40       | 0,33-0,38 | 0,31-0,35                                                                                   |
| Доломіт                                          | 0,38-0,42       | 0,36-0,40 | 0,34-0,38                                                                                   |
| Ангідрит                                         | —               | 0,39-0,45 | 0,37-0,40                                                                                   |
| Слабо зцементований піщаник, гострокінечні зерна | 0,32-0,42       | 0,27-0,40 | 0,25-0,35                                                                                   |
| Слабо зцементований піщаник, округлі зерна       | 0,22-0,34       | 0,20-0,30 | 0,17-0,25                                                                                   |
| Піщаник міцний                                   | 0,43-0,48       | 0,43-0,45 | 0,40-0,43                                                                                   |
| Кварцит                                          | 0,46-0,48       | 0,48-0,50 | 0,42-0,44                                                                                   |
| Граніт                                           | 0,47-0,55       | 0,46-0,53 | 0,45-0,50                                                                                   |
| Кам’яне вугілля                                  | 0,38-0,42       | 0,33-0,36 | 0,30-0,38                                                                                   |

Таблиця Б2 – Моменти інерції прогнутих ділянок ступені БТ

| $L_{BT} = 20 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
|-------------------------|-----------------------------|--------|--------|---------|-----------------------------|--------|--------|---------|
| $f$                     | $d_{BT} = 60,3 \text{ мм}$  |        |        |         | $d_{BT} = 73,0 \text{ мм}$  |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 0.251                       | 0.148  | 0.092  | 0.070   | 0.455                       | 0.271  | 0.172  | 0.133   |
| 0,25r                   | 0.260                       | 0.153  | 0.096  | 0.073   | 0.471                       | 0.281  | 0.179  | 0.139   |
| 0,5r                    | 0.286                       | 0.169  | 0.106  | 0.082   | 0.519                       | 0.312  | 0.201  | 0.157   |
| 0,75r                   | 0.329                       | 0.196  | 0.125  | 0.097   | 0.600                       | 0.364  | 0.237  | 0.187   |
| r                       | 0.390                       | 0.234  | 0.150  | 0.118   | 0.712                       | 0.436  | 0.287  | 0.229   |
| $L_{BT} = 40 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
| $f$                     | $d_{BT} = 89,0 \text{ мм}$  |        |        |         | $d_{BT} = 101,6 \text{ мм}$ |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 1.694                       | 1.027  | 0.668  | 0.528   | 2.577                       | 1.584  | 1.050  | 0.842   |
| 0,25r                   | 1.756                       | 1.067  | 0.697  | 0.554   | 2.673                       | 1.648  | 1.098  | 0.884   |
| 0,5r                    | 1.941                       | 1.190  | 0.786  | 0.629   | 2.960                       | 1.843  | 1.242  | 1.009   |
| 0,75r                   | 2.249                       | 1.394  | 0.934  | 0.755   | 3.439                       | 2.166  | 1.482  | 1.216   |
| r                       | 2.681                       | 1.679  | 1.141  | 0.932   | 4.109                       | 2.619  | 1.819  | 1.507   |
| $L_{BT} = 60 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
| $f$                     | $d_{BT} = 114,3 \text{ мм}$ |        |        |         | $d_{BT} = 127,0 \text{ мм}$ |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 5.630                       | 3.509  | 2.369  | 1.925   | 7.901                       | 4.990  | 3.427  | 2.818   |
| 0,25r                   | 5.843                       | 3.656  | 2.480  | 2.023   | 8.205                       | 5.204  | 3.592  | 2.964   |
| 0,5r                    | 6.484                       | 4.097  | 2.814  | 2.315   | 9.120                       | 5.846  | 4.087  | 3.402   |
| 0,75r                   | 7.550                       | 4.832  | 3.371  | 2.803   | 10.644                      | 6.915  | 4.912  | 4.133   |
| r                       | 9.044                       | 5.861  | 4.151  | 3.486   | 12.778                      | 8.412  | 6.067  | 5.155   |
| $L_{BT} = 80 \text{ м}$ |                             |        |        |         |                             |        |        |         |
| $f$                     | $d_{BT} = 139,7 \text{ мм}$ |        |        |         | $d_{BT} = 168,3 \text{ мм}$ |        |        |         |
|                         | Сталь                       | Титан  | Алюм.  | Склопл. | Сталь                       | Титан  | Алюм   | Склопл. |
| 0                       | 14.342                      | 9.178  | 6.402  | 5.323   | 26.372                      | 17.341 | 12.489 | 10.602  |
| 0,25r                   | 14.905                      | 9.579  | 6.717  | 5.604   | 27.441                      | 18.129 | 13.125 | 11.179  |
| 0,5r                    | 16.593                      | 10.783 | 7.661  | 6.446   | 30.650                      | 20.491 | 15.032 | 12.909  |
| 0,75r                   | 19.406                      | 12.789 | 9.233  | 7.851   | 35.998                      | 24.428 | 18.211 | 15.793  |
| r                       | 23.345                      | 15.598 | 11.435 | 9.816   | 43.486                      | 29.940 | 22.661 | 19.831  |

Таблиця Б3 – Моменти інерції прогнутих ділянок ступені ОБТ

| $L_{ОБТ} = 10 \text{ м}$ |                            |        |                            |         |                            |         |
|--------------------------|----------------------------|--------|----------------------------|---------|----------------------------|---------|
| $f$                      | $d_{ОБТ} = 108 \text{ мм}$ |        | $d_{ОБТ} = 120 \text{ мм}$ |         | $d_{ОБТ} = 146 \text{ мм}$ |         |
|                          | Сталь                      | Титан  | Сталь                      | Титан   | Сталь                      | Титан   |
| 0                        | 2.413                      | 1.386  | 3.004                      | 1.731   | 6.946                      | 3.998   |
| 0,2r                     | 2.463                      | 1.415  | 3.067                      | 1.769   | 7.090                      | 4.083   |
| 0,4r                     | 2.611                      | 1.501  | 3.255                      | 1.880   | 7.522                      | 4.339   |
| 0,6r                     | 2.858                      | 1.646  | 3.568                      | 2.066   | 8.242                      | 4.764   |
| 0,8r                     | 3.204                      | 1.848  | 4.007                      | 2.327   | 9.251                      | 5.360   |
| $L_{ОБТ} = 20 \text{ м}$ |                            |        |                            |         |                            |         |
| $f$                      | $d_{ОБТ} = 146 \text{ мм}$ |        | $d_{ОБТ} = 178 \text{ мм}$ |         | $d_{ОБТ} = 203 \text{ мм}$ |         |
|                          | Сталь                      | Титан  | Сталь                      | Титан   | Сталь                      | Титан   |
| 0                        | 13.892                     | 7.996  | 30.766                     | 17.708  | 53.884                     | 30.994  |
| 0,2r                     | 14.180                     | 8.166  | 31.404                     | 18.085  | 54.998                     | 31.650  |
| 0,4r                     | 15.044                     | 8.677  | 33.319                     | 19.216  | 58.340                     | 33.618  |
| 0,6r                     | 16.485                     | 9.529  | 36.509                     | 21.101  | 63.909                     | 36.899  |
| 0,8r                     | 18.503                     | 10.721 | 40.976                     | 23.740  | 71.707                     | 41.492  |
| $L_{ОБТ} = 30 \text{ м}$ |                            |        |                            |         |                            |         |
| $f$                      | $d_{ОБТ} = 203 \text{ мм}$ |        | $d_{ОБТ} = 245 \text{ мм}$ |         | $d_{ОБТ} = 273 \text{ мм}$ |         |
|                          | Сталь                      | Титан  | Сталь                      | Титан   | Сталь                      | Титан   |
| 0                        | 80.826                     | 46.491 | 150.875                    | 87.032  | 275.717                    | 158.479 |
| 0,2r                     | 82.497                     | 47.475 | 154.035                    | 88.914  | 281.395                    | 161.813 |
| 0,4r                     | 87.510                     | 50.428 | 163.513                    | 94.562  | 298.429                    | 171.813 |
| 0,6r                     | 95.865                     | 55.349 | 179.310                    | 103.975 | 326.819                    | 188.481 |
| 0,8r                     | 107.562                    | 62.239 | 201.426                    | 117.154 | 366.566                    | 211.815 |

## БІБЛІОГРАФІЯ

1. Гриджук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі, Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Дослідження деформованого стану бурильної колони, що обертається на ділянці похилої свердловини. Нафтогазова енергетика 2023. № 2. С. 38-52. [https://DOI:10.31471/1993-9868-2023-2\(40\)-38-52](https://DOI:10.31471/1993-9868-2023-2(40)-38-52)
2. Слабий О.О., Гриджук Я.С., Кондур Т.І., Мохній І.Ю. Імітаційна модель бурильної колони з установленим генератором осьових коливань. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ 2023. № 3(88). С. 49-60. ISSN 1993-9973. e-ISSN 2415-332X. <https://doi.org/10.69628/pdogf/3.2023.49>
3. Гриджук Я.С., Мохній І.Ю., Кондур Т.І., Слабий О.О., Царук В.Ф. Модель взаємодії орієнтованої компоновки низу бурильної колони із стінками свердловини. Нафтогазова енергетика 2024. № 2(42). С. 61-70. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2\(42\)-61-70](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2(42)-61-70)
4. Слабий, О. О., Гриджук, Я. С. Кондур, Т. І. (2025). Дослідження впливу форми коливань на ефективність роботи генератора осьових коливань. Нафтогазова енергетика, 2(44), 136-147. doi: 10.31471/1993-9868-2025-2(44)-136-147. <https://nge.nung.edu.ua/index.php/nge/article/view/794/667>
5. Слабий О.О., Гриджук Я.С., Кондур Т.І., Мохній І.Ю., Царук В.Ф. Визначення оптимального місця розташування генератора осьових коливань в бурильній колоні. Нафтогазова енергетика. Нафтогазова енергетика. 2024 №1 (41) С. 86-95. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1\(41\)-86-95](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1(41)-86-95)
6. Ja . Grydzhuk, I. Chudyk, A. Velychkovych, A. Andrusyak. Analytical evaluation of inercial properties of the range of the drill string in its rotation. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2019.№ 1/7 (97) P. 6-14.
7. Методика прогнозування довговічності елементів бурильної колони в умовах вібраційного навантажування / М. В. Лисканич, А. П. Джус, Я. С. Гриджук; ІФНТУНГ. Івано-Франківськ, 2012. 32 с.
8. Технологічний регламент енергоефективного буріння надглибоких нафтогазових свердловин / І. І. Чудик, А. П. Джус, Я. С. Гриджук, А. С. Процюк В.Р.; ІФНТУНГ. Івано-Франківськ, 2019. 26 с.
9. Методика розрахунку зведеного моменту інерції бурильної колони для роторного та суміщеного способів буріння свердловини / І. І. Чудик, А. П. Джус, Я. С. Гриджук, А. С. Величкович, А. М. Лівінський; ІФНТУНГ. Івано-Франківськ, 2019. 36 с.

## ДОДАТОК В

### Інформація про внесок кожного співавтора у публікаціях за темою дисертації

#### Статті у фахових виданнях

1. Гриджук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі Ахмед, **Кондур Т.І.**, Мохній І.Ю. Дослідження деформованого стану бурильної колони, що обертається на ділянці похилої свердловини. *Нафтогазова енергетика*. 2023. №2. С. 38-52. [https://DOI:10.31471/1993-9868-2023-2\(40\)-38-52](https://DOI:10.31471/1993-9868-2023-2(40)-38-52) (**Фахове видання України**).

**Внесок:** **Гриджук Я. С.** здійснив постановку задачі та загальне наукове керівництво; **Слабий О. О.** розробив математичну модель деформування бурильної колони та виконав програмну реалізацію розрахунків; **Ахмед Аль-Танакчі** виконав аналіз впливу геометричних параметрів свердловини на напружений стан колони; **Кондур Т. І.** провів верифікацію результатів моделювання; **Мохній І. Ю.** взяв участь у розробленні математичної моделі деформування бурильної колони на ділянці похилої свердловини, обґрунтував вихідні дані для моделювання.

2. Слабий О.О., Гриджук Я.С., **Кондур Т.І.**, Мохній І.Ю. Імітаційна модель бурильної колони з установленим генератором осьових коливань. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2023. №3 (88). С. 49-60. ISSN 1993-9973. e-ISSN 2415-332X. <https://doi.org/10.69628/pdogf/3.2023. 49> (**Фахове видання України**).

**Внесок:** **Слабий О. О.** розробив концепцію імітаційної моделі та математичний апарат для дослідження вібраційних процесів; **Гриджук Я. С.** виконав аналіз та декомпозицію досліджуваного об'єкта на окремі елементи; **Кондур Т. І.** забезпечив методологічну підтримку при моделюванні коливальних систем; **Мохній І. Ю.** взяв участь у створенні числових баз для побудови чисельно-імітаційних моделей та проведенні чисельних досліджень динаміки бурильної колони, оснащеної генератором осьових коливань.

**З. Слабий О.О., Гриджук Я.С., Кондур Т.І., Мохній І.Ю., Царук В.Ф., Михайлів А.Б.** Визначення оптимального місця розташування генератора осьових коливань в бурильній колоні. *Нафтогазова енергетика*. 2024. №1 (41) С. 86-95. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1\(41\)-86-95](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1(41)-86-95) (**Фахове видання України**).

**Внесок:** **Слабий О. О.:** концептуалізація дослідження, розробка імітаційних моделей у середовищі Modelica, написання початкового тексту статті; **Гриджук Я. С.:** наукове керівництво, методологія динамічного моделювання системи «бурильна колона – свердловина», критичне редагування рукопису; **Кондур Т. І.:** розробка алгоритмів та написання програми на мові Python для автоматизації серії розрахунків і паралельного оброблення даних, візуалізація результатів, побудова графіків залежностей. **Мохній І.Ю.:** взято участь у створенні числових баз для побудови чисельно-імітаційних моделей та проведенні чисельних досліджень динаміки БК, оснащеної ГОК; **Царук В. Ф.:** формальний аналіз результатів чисельних експериментів, валідація нелінійної моделі тертя Стрібека; **Михайлів А. Б.:** адміністрування проєкту, технічне супроводження чисельного моделювання, доопрацювання графічного матеріалу.

**4. Гриджук Я.С., Мохній І.Ю., Кондур Т.І., Слабий О.О., Царук В.Ф.** Модель взаємодії орієнтованої компоновки низу бурильної колони із стінками свердловини. *Нафтогазова енергетика*. 2024. №2 (42). С. 61-70. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2\(42\)-61-70](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-2(42)-61-70) (**Фахове видання України**).

**Внесок:** **Гриджук Я. С.:** наукове керівництво, обґрунтування загальної методології дослідження, критичний аналіз і редакційне правлення тексту рукопису; **Мохній І. Ю.:** участь у розробці розрахункових схем і складання рівнянь рівноваги та руху БК у скерованих свердловинах; **Кондур Т. І.:** побудова механіко-математичної моделі взаємодії компоновки зі стінками свердловини із використанням рівнянь Лагранжа другого роду; **Слабий О. О.:** розробка та практична реалізація методу введення фіктивних ступенів

вільного ходу бурильної колони для визначення реакцій опор, написання первинного чорновика статті; **Царук В. Ф.:** проведення формального аналізу отриманої системи диференціальних рівнянь, валідація моделі з урахуванням сил тертя за Кулоном та візуалізація розрахункових сил контактної взаємодії.

5. Слабий, О. О., Гриджук, Я. С., **Кондур, Т. І.** Дослідження впливу форми коливань на ефективність роботи генератора осьових коливань. Нафтогазова енергетика, 2(44), 2025, С. 136-147. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2025-2\(44\)-136-147](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2025-2(44)-136-147) (Фахове видання України).

**Внесок:** Слабий О. О. розробив концепцію гідромеханічної моделі та математичний апарат для дослідження динамічних процесів; Гриджук Я. С. виконав аналіз та декомпозицію досліджуваного об'єкта на окремі елементи; та забезпечив методологічну підтримку при моделюванні динамічних процесів; Кондур, Т. І. взяв участь у створенні числових баз для побудови чисельно-імітаційних моделей та проведенні чисельних досліджень роботи генератора осьових коливань.

6. Гриджук Я. С., Кондур О. С., Слабий О. О., **Кондур Т. І.**, Мохній І. Ю. Модель оцінки площі мідельного перерізу і поверхні втискання деформованої ділянки бурильної колони в стінку свердловини. Нафтогазова енергетика, 2026, № 1(45). С. 72 – 91. [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2026-1\(45\)-72-91](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2026-1(45)-72-91). (Фахове видання України).

**Внесок:** Гриджук Я. С. здійснив постановку задачі та загальне наукове керівництво; Кондур О. С. розробила математичну модель визначення площі поверхні втискання; Слабий О. О. виконав аналіз впливу геометричних параметрів та виконав програмну реалізацію розрахунків; Кондур Т. І. розробив математичну модель визначення площ мідельного перерізу; Мохній І. Ю. обґрунтував вихідні дані для моделювання, здійснив верифікацію результатів моделювання.

7. Гриджук Я.С., Чудик І.І., Слабий О.О., **Кондур Т.І.**, Мохній І.Ю. Математична модель оцінки поздовжнього резонансу бурильної колони для буріння скерованих ділянок свердловин. *Вісник Східноукраїнського*

національного університету імені Володимира Даля. 2026. №3 (301). С. 50–64. <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2026-301-3-50-64> (Фахове видання України).

**Внесок: Гриджук Я. С.:** наукове керівництво, обґрунтування концепції дослідження поздовжнього резонансу двоступеневих бурильних колон, затвердження остаточної версії рукопису; **Чудик І. І.:** аналіз сучасної науково-технічної літератури за темою дослідження, збір і структурування вихідних даних щодо параметрів бурових розчинів та геометрії викривлених ділянок свердловин; **Слабий О. О.:** виведення системи нерівностей для визначення меж небезпечних зон поздовжнього резонансу, написання початкового тексту наукової статті; **Кондур Т. І.:** розробка математичних моделей та алгоритмів розрахунку амплітудно-частотних характеристик для різних типів компоновок (зокрема зі сталевими та титановими секціями); **Мохній І. Ю.:** участь у розробці розрахункових схем і складання рівнянь рівноваги та руху БК у скерованих свердловинах, візуалізація графічного матеріалу.

#### Тези наукових конференцій

8. Гриджук Я.С., Чудик І.І., Слабий О.О., **Кондур Т.І.**, Мохній І.Ю. Про аналітичне визначення площі зони контактування прогнотної ділянки бурильної колони із стінкою свердловини. *III Міжнародна науково-технічна конференція “Перспективи розвитку машинобудування та транспорту – 2023”*, Вінниця. 1-3 червня 2023р. С. 63-65. [15173 \(vntu.edu.ua\)](https://vntu.edu.ua) (Тези конференції).

**Внесок: Гриджук Я. С.:** наукове керівництво, формування загальної концепції аналітичного дослідження зон контактування бурильної колони. **Чудик І. І.:** обґрунтування механіко-технологічних передумов моделювання та критичний аналіз отриманих математичних залежностей. **Слабий О. О.:** аналітичне виведення геометричних рівнянь для визначення площі зони контакту прогнотної ділянки, написання тексту тез. **Кондур Т. І.:** розробка розрахункових алгоритмів, проведення числового оцінювання параметрів

контакту та візуалізація графічного матеріалу; **Мохній І. Ю.:** обґрунтування аналітичного визначення площі зони контактування прогнутної ділянки бурильної колони із стінкою свердловини.

**9. Pashechko Mykhailo, Гриджук Я.С., Михайлів А.Б., Кондур Т.І., Аль Танакчі Ахмед.** Деякі особливості застосування давачів для вимірювання параметрів коливань нафтогазового обладнання. X Міжнародна науково-технічна конференція «Датчики, прилади та системи – 2023». 12 - 14 вересня 2023 року Черкаси.

**Внесок: Пашечко М.І.:** здійснював загальне наукове керівництво, сформував концепцію дослідження та визначив ключові напрямки аналізу коливань нафтогазового обладнання. **Гриджук Я.С.:** провів математичне моделювання процесів вимірювання та обґрунтував вибір оптимальних параметрів для роботи сенсорних систем. **Михайлів А.Б.:** підготував текстові матеріали доповіді для конференції, систематизував бібліографічні джерела та забезпечив відповідність матеріалів технічним вимогам. **Кондур Т.І.:** виконав основну частину експериментальних досліджень, розробив методику тестування давачів та проаналізував отримані первинні дані. **Аль Танакчі Ахмед:** забезпечив аналітичний огляд сучасних світових практик застосування давачів у нафтогазовому секторі та інтерпретацію результатів.

**10. Т. Kondur, J. Grydzhuk, A. Dzhus, A. Livinskyi, V. Mykhailiuk, A. Yurch.** Modern trends in improving drilling efficiency of oil and gas wells. XVII International Scientific Conference “Monitoring of Geological Processes and Ecological Condition of the Environment” 7–10 November 2023, Kyiv, Ukraine. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.2023520114> (Тези конференції, Scopus).

**Внесок: Кондур Т. І.:** Сформулював концепцію дослідження та координував процес збору і систематизації даних щодо ефективності буріння нафтогазових свердловин; доповів тези англійською мовою. **Гриджук Я. С.:** Виконав аналіз записів вібраційних процесів у компоновці низу бурильної колони та обґрунтував коригування її робочих параметрів. **Джус А.П.:** Розробив рекомендації щодо покращення умов роботи бурильної колони та

зниження зносу руйнівного інструменту на основі отриманих результатів. **Лівінський А.М.:** Забезпечив практичну реалізацію дослідження безпосередньо на виробничих об'єктах ПАТ «Нафтогазвидобування» та надав промислові дані з буріння свердловини. **Михайлюк В.В.:** Провів аналітичну оцінку динамічних навантажень на елементи КНБК для прогнозування їхнього залишку експлуатаційного ресурсу. **Юрич А.Р.:** Здійснивав технічний супровід обробки даних із внутрішньосвердловинних давачів та підготував фінальні графічні матеріали для доповіді.

**11.** Гриджук Я.С., Слабий О.О., Аль-Танакчі, **Кондур Т.І.**, Мохній І.Ю. Сучасні тенденції комп'ютерного моделювання для дослідження роботи бурильної колони. *XII Міжнародна науково-технічна конференція “Прогресивні технології в машинобудуванні”*. 5-9 лютого 2024 р. Івано-Франківськ – Яремче. (Тези конференції).

**Внесок:** **Гриджук Я.С.:** концептуалізація, методологія, загальне керівництво, критичне редагування тексту; **Слабий О.О.:** концептуалізація, формальний аналіз існуючих комп'ютерних моделей, написання основного тексту; **Аль-Танакчі:** збір та систематизація даних, аналіз закордонного досвіду моделювання бурильних колон; **Кондур Т.І.:** валідація аналітичних даних, візуалізація (підготовка схем та діаграм), редагування тексту; **Мохній І.Ю.:** обґрунтовано сучасні тенденції та запропоновано концепцію для комп'ютерного моделювання з дослідження роботи БК.

**12.** Y.Grydzhuk, O. Slabyi, T. **Kondur**. Assessment of dynamic contact of the bent part of the drill string with the wall of the directed well. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції «Моделювання, керування та інформаційні технології» - 2024». 7-9 листопада 2024 року Рівне. С. 241-242. <https://doi.org/10.31713/MCIT.2024.074> (Тези конференції).

**Внесок:** **Гриджук Я. С.:** наукове керівництво, формування загальної концепції дослідження силових факторів та зон контактування бурильної колони із стінками свердловини. **Слабий О. О.:** обґрунтування механіко-технологічних передумов моделювання та критичний аналіз отриманих

математичних залежностей. **Кондур Т. І.:** аналітичне виведення математичних залежностей та рівнянь рівноваги, візуалізація графічного матеріалу.

**13.** О. Slabyi, Y. Grydzhuk, **Т. Kondur**, I Mokhniy. Features of the drill string model construction with axial vibration oscillator. *XIV Міжнародна науково-технічна конференція “Прогресивні технології в машинобудуванні ATME 2026”*. 9-13 лютого 2026 р. Івано-Франківськ – Яремче. С. 58-59. (**Тези конференції**).

**Внесок:** **Гриджук Я.С.:** Концептуалізація, методологія, загальне керівництво дослідженням, критичне редагування рукописи; **Слабий О.О.:** Концептуалізація, розробка математичних моделей, програмне забезпечення, аналіз результатів моделювання; **Кондур Т.І.:** Аналіз існуючих публікацій, збір первинних даних, візуалізація (побудова графіків та схем), написання первісного тексту доповіді, переклад; **Мохній І.Ю.:** обґрунтовано сучасні тенденції та запропоновано концепцію для комп’ютерного моделювання з дослідження роботи БК; оформлення матеріалів відповідно до вимог конференції.