

УДК 551.493

АНАЛІТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ РОЗЧИНЕННЯ І ДИФУЗІЇ СОЛЕЙ В ГІРНИЧИХ ВИРОБКАХ

О.В.Палійчук

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул.Карпатська, 15, тел. (03422) 42264
e-mail: rector@nung.edu.ua

Рассматривается влияние процесса растворения и диффузии соли в водной среде с точки зрения экологии и возможность его решения с помощью использования математической модели.

Описана математическая функция распределения концентрации соли по площади сечения водоема во времени, которую можно использовать для моделирования процесса изменения концентрации растворенной соли в водном бассейне в равные моменты времени

Відкриті гірничі виробки в соляних пластах великої глибини і заповнені водою несуть екологічну небезпеку з одного боку і можуть служити джерелом для видобутку солі з іншого боку. Тому важливою задачею з погляду екології і економіки є задача про розчинення і дифузії солі у водному середовищі, яку найбільш доцільно вирішувати, використовуючи математичні моделі.

Розчинення солі у воді – процес гетерогенний, що відбувається на межі розділення двох фаз (тверде тіло – рідина). Гетерогенна реакція розчинення складається з трьох стадій:

1) поступлення розчинника до поверхні твердого тіла;

2) реакція взаємодії розчинника і твердої речовини (міжфазні процеси);

3) відділення розчинної речовини від поверхні твердого тіла (дифузійний процес).

Під час розчинення завжди спостерігається переміщення рідкої фази відносно твердої поверхні розчинної речовини. Навіть у випадку відсутності зовнішніх причин, що викликають рух рідкої фази (наприклад, перемішування), відбувається природна конвекція рідини, зумовлена тим, що густина рідкої фази є неоднаковою у різних точках в середині розчину. Незалежно від характеру руху рідини біля границі розділення фаз спостерігається дифузійний шар рідини, який перешкоджає дифузії частинок розчинної речовини у масу розчину.

Вперше гіпотеза про те, що поблизу поверхні розчинюваного тіла утворюється шар рідини, була висунута Нернстом. Він вважав цей шар нерухомим. Сучасні уявлення про характер і властивості приграничного шару отримали розвиток в роботах В. Г. Левіча. Згідно з такими уявленнями, рідина в дифузно-приграничному шарі знаходиться в динамічній рівновазі, що викликана дією механізмів конвективної і молекулярної дифузії. Дифузійно-приграничний шар не має чітко вираженої границі і є областю різкої зміни густини речовини. Ефективна товщина шару залежить не тільки від властивостей

The influence of the salt dilution and diffusion processes is reviewed with relation to ecology and the possibility of its solution by means of use of simulator.

The circumscribed mathematical function of the salt concentration distribution on sectional area of the reservoir in time can be used for modeling of the concentration change process of diluted salt in the water basin at different points in time.

розчину і швидкості його руху, але й від коефіцієнту дифузії.

Швидкість дифузійного процесу розчинення визначається за допомогою різниці концентрації на контакті між приграничними шарами насиченого розсолу, що утворюється на поверхні розчинення, і маси розчинника.

Загальне рівняння кінетики розчинення:

$$\frac{Vdc}{d\tau} = kS(C_n - C), \quad (1)$$

де: V – об'єм розчину; C – концентрація розчину до моменту часу τ ; C_n – концентрація насиченого розчину; S – поверхня розчинення; k – коефіцієнт швидкості розчинення.

Швидкість розчинення – це кількість солі, яка розчиняється за одиницю часу з одиниці поверхні (масова швидкість розчинення), або відстань, на яку розповсюджується розчинення (лінійна швидкість розчинення). Коефіцієнт швидкості для дифузійного розчинення визначається за формулою

$$K_v = \frac{\varepsilon D^{2/3}}{\nu^{4/3}}, \quad (2)$$

де: D – коефіцієнт дифузії; ν – кінематична в'язкість; ε – стала, загальна для всіх дифузійно-розчинних солей.

Для визначення лінійної швидкості розчинення W можна використовувати залежність Нойеса і Уїтнея

$$W = \frac{q}{\rho_c} = \frac{k(C_n - C_0)}{\rho_c}, \quad (3)$$

де: q – кількість солі, що переходить у розчин з одиниці поверхні за одиницю часу; k – коефіцієнт розчинення; C_n – концентрація насичення; C_0 – концентрація розчинника при віддаленні від поверхні; ρ_c – густина солі.

З рівняння (3) випливає, якщо зменшується концентрація розчинника, то збільшується швидкість розчинення. Однак значення швид-

кості розчинення недостатньо для опису даного явища.

В результаті вивчення розчинності солі П.А.Кулле прийшов до висновку, що для точного опису процесу необхідно враховувати гідродинамічні параметри руху рідини, що залежать від таких важливих факторів як її в'язкість і сила тяжіння [1].

В загальному вигляді процес розчинення можна представити так. Зразок солі під час занурення в розчинник майже миттєво покривається приграничним шаром насиченого розчину. В товщині цього шару відбувається дифузійний процес, а сам шар під дією сили тяжіння набуває самостійного руху по поверхні зразка. Таким чином, процеси розчинення поверхні солі і насичення розчинника супроводжуються наступними явищами: перенесенням речовини внаслідок дифузії та перенесенням речовини під час руху в'язкої рідини під дією гравітаційних сил. Отже, швидкість розчинення поверхні солі значно залежить від кута нахилу розчинюваної поверхні.

Під час дослідження розчинності зразків П.А.Кулле було відзначено, що швидкість розчинення поверхні, розміщеної під кутом 180° до горизонту, значно перевищує швидкість розчинення поверхні, розміщеної під кутом 90° . Так, при $\varphi = 0$ $q = 3.5$ кг/м²·г, при $\varphi = 90^\circ$ $q = 10$ кг/м²·г; при $\varphi = 180^\circ$ $q = 24$ кг/м²·г [1].

Звідси випливає, що найбільшу швидкість розчинення буде мати горизонтальна поверхня або покрівля камери. Швидкість розчинення вертикальної поверхні (стінки камери) приблизно у 2,5 рази менша за горизонтальну. Підосва камери розчиняється з мінімальною швидкістю, яка практично зменшується до нуля. В процесі розчинення на цю поверхню випадають нерозчинні домішки, що ускладнює проникнення розчинника до солі.

П.А.Кулле отримав емпіричні залежності для визначення „знімання” солі (швидкості розчинення) W при розміщенні поверхонь розчинювання під різними кутами до горизонту.

„Знімання” солі під час розчинювання поверхонь, розмічених до горизонту під кутами від 0° до 90° , знаходимо з рівняння

$$W = \left(1 - \frac{C_0 \cdot \rho_{np}}{C_n \rho_0}\right) \cdot \left(1 + \frac{t}{22.4}\right) \times \left(3.25\rho^{0.5} + 1.8\right). \quad (4)$$

Якщо поверхні розміщені до горизонту під кутами від 90° до 160° , то слід скористатися формулою

$$W = \left(1 - \frac{C_n \cdot \rho_{np}}{C_n \rho_0}\right) \cdot \left(1 + \frac{t}{22.4}\right) \times (8.75 \sin \beta + 5.87), \quad (5)$$

де: ρ_{np} – густина насиченого розчину; ρ_0 – густина розчинника; β – кут нахилу поверхні; 3,25; 1,8; 5,87; 8,75 – розмірні коефіцієнти.

Механізм процесу дифузії солі, що розчинилася в одному просторі, доцільно досліджувати, спираючись на загальне рівняння дифузії.

Математичний дифузійний процес в рідкій фазі виражається за допомогою формули [1]

$$\frac{\partial c}{\partial t} + W_x \frac{\partial c}{\partial x} + W_y \frac{\partial c}{\partial y} + W_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right). \quad (6)$$

В лівій частині рівняння маємо локальну і конвективну складові дифузії, в правій – молекулярну дифузію. Записуючи рівність у безмірному вигляді для умови процесу, що встанови-

вся, $\frac{\partial c}{\partial \tau} = 0$, отримуємо співвідношення між лівою і правою частинами рівняння, які характеризуються безрозмірним параметром – числом Пекле $P_e = \frac{\omega e}{D}$ [2]. Великі значення P_e ,

характерні для процесу, що розглядається, вказують на переважання конвекційної дифузії.

Якщо в басейні виробки вода перебуває в нерухомому стані, то конвективними складовими швидкості можна знехтувати. Крім того, з метою спрощення моделі можна перейти від розгляду процесу в тривимірному просторі до аналогічних досліджень у двовимірному просторі. Змінюючи послідовно вертикальні перерізи водойми і розв'язуючи для кожного з них двовимірну задачу, можна побудувати картину процесу в повному об'ємі водойми.

Як приклад, розглядається поперечний переріз водойми глибиною H і шириною $2L$, стінки і дно якого є джерелами розчинення солі. Сумістимо вісь OX з поверхнею дна водойми, а вісь OY – з віссю симетрії площі перерізу. Будемо вважати, що в початковий момент часу ($t = 0$) рідина у водоймі представлена чистою водою, тобто $C(x, y, 0) = 0$. Надалі на границі області буде відбуватись розчинення солі зі сталою в часі швидкістю, яка визначається за емпіричними залежностями. Вважається, що швидкості розчинення берегів і дна різні. На поверхні дзеркала водойми швидкість розчинення відсутня.

Використавши реальні початкові і граничні умови, одержимо залежність для розділу концентрації в об'ємі та часі:

$$C(x, y, t) = \frac{4Dk}{H} M + \frac{2DL^2 M}{H} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^n W_2 + [(-1)^n - 1] W_6 \right\} \times \cos \frac{\pi n x}{L} \cos \frac{\pi n x}{H} + \left(1 + e^{-\frac{D \pi n^2 t}{L^2 M}} \right), \quad (12)$$

де $M = \frac{H^2}{L^2} - 1$.

Це є шукана функція розподілу концентрації по площі перерізу в часі. Вона може слугувати для моделювання процесу зміни концентрації розчиненої солі у водному об'ємі у різні моменти часу. З цією метою весь водний об'єм розбивається на окремі вертикальні перерізи, форму яких наближено можна вважати прямокутником, і для кожного з них за одержаною залежністю розраховується зміна концентрації в часі. В подальшому розрахунки концентрації по кожному вертикальному перерізу об'єднуються і формується загальна картина зміни концентрації солі у всьому водному об'ємі.

1 Арєнс В.Ж. Розробка месторождений каменной и калийной соли методом подземного выщелачивания / Арєнс В.Ж., Белов В.М., Заков В.А. – М.: МГИ, 1968.

2 Кулле П.А. Розробка месторождений соли подземным выщелачиванием / Кулле П.А. – Тр. ВНИИГ, 1949. – вып. 20.

3 Кислер Л.Н. Об оценке прочности емкостей различной формы в соляных отложениях / Кислер Л.Н., Крюкова Н.М., Мазуров В.А. – Тр. ВНИИПромгаза, 1972. – вып. 5.

4 Проскураков Н.М. Физико-механические свойства соляных пород / Проскураков Н.М., Пермьяков Р.С., Чернишов А.К. – М.: Недра, 1973.

Всеукраїнська міжвузівська наукова студентська конференція

ЗАСАДИ ТА ІНСТРУМЕНТИ ФІНАНСОВОГО ВПЛИВУ НА СОЦІАЛЬНО- ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗВИТОК УКРАЇНИ

м. Київ
(20 березня 2009 р.)

Пріоритетні напрямки
роботи конференції:

- ☑ Теоретичні засади розроблення фінансової політики України. Обґрунтування фінансової стратегії забезпечення сталого економічного розвитку
- ☑ Податкова політика та її вплив на інвестиційний клімат
- ☑ Бюджетні пріоритети оптимізації соціально-економічного розвитку
- ☑ Бюджетний дефіцит і боргова політика у контексті макрофінансової стабілізації та можливостей розвитку

Оргкомітет конференції

Київський національний економічний
університет імені Вадима Гетьмана,
03680, Київ, просп. Перемоги, 54/1

<http://www.kneu.kiev.ua>
finconf_kneu@ukr.net
finance_kneu@ukr.net

тел. (044) 456 36 35 – каф. фінансів
тел. (044) 459 61 74 – науковий відділ
тел. (044) 456 24 04 – наукове
студентське товариство