

УДК 681.05.03: 621.3.005

## АНАЛІЗ ДИНАМІКИ РЕГУЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ БУРІННЯ НАФТОВИХ І ГАЗОВИХ СВЕРДЛОВИН ЕЛЕКТРОБУРАМИ ЗА УМОВ ДІЇ ФАКТОРІВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

*A.O. Семенцова, Я.А. Ужelin, А.І. Лагойда*

IФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42157,  
e-mail: kafatp@ukr.net

Проведено аналіз динаміки регулювання процесу буріння нафтових і газових свердловин електробурами за умов дії факторів невизначеності. Аналіз динамічних властивостей системи автоматичного регулювання потужності на валі двигуна електробура є актуальним науково-прикладним завданням у зв'язку з необхідністю удосконалення режимів роботи зануреного електропривода долота і необхідністю підвищення продуктивності бурових установок. Ідентифіковано функцію передачі двигуна електробура на основі експериментальних даних, одержаних у процесі буріння вертикальної ділянки свердловини №814Д електробуром E250-10 в однорідних породах на глибині 215-717 м. В результаті проведенного аналізу удосконалено структурну схему системи стабілізації потужності на валі двигуна електробура та знайдено функцію передачі замкнutoї системи за задаючим впливом. Після підстановки конкретних значень параметрів функції передачі отримали характеристичне рівняння. В результаті проведення досліджень на стійкість за методами Ляпунова, Гурвица і Михайлова доведено, що система є стійкою. Для виявлення поведінки системи керування при зміні параметрів окремих ланок проведено аналіз властивостей системи автоматичного регулювання за допомогою методу кореневих годографів, який дав змогу отримати якісну інформацію щодо стійкості SAR та її динамічних показників. За допомогою моделювання переходної та імпульсної переходної характеристики в програмному пакеті Matlab визначено параметри динаміки регулювання технологічного процесу.

Ключові слова: динаміка регулювання, невизначеність, процес буріння, електробур, стійкість, ідентифікація, функція передачі, кореневий годограф, критерій стійкості.

Проведен анализ динамики регулирования процесса бурения нефтяных и газовых скважин электробурами в условиях действия факторов неопределенности. Анализ динамических свойств системы автоматического регулирования мощности на валу двигателя электробура является актуальной научно-прикладной задачей в связи с необходимостью усовершенствования режимов работы погружного электропривода долота и необходимостью повышения производительности буровых установок. Идентифицирована функция передачи двигателя электробура по экспериментальным данным, полученным при бурении вертикального участка скважины №814Д электробуrom E250-10 в однородных породах на глубине 215-717 м. В результате проведенного анализа усовершенствована структурная схема системы стабилизации мощности на валу двигателя электробура и найдена функция передачи замкнутой системы за задающим воздействием. После подстановки конкретных значений параметров функции передачи получили характеристическое уравнение. В результате исследований устойчивости методами Ляпунова, Гурвица и Михайлова доказано, что система устойчива. Для выявления поведения системы регулирования при изменении параметров отдельных звеньев проведен анализ свойств системы с помощью метода корневых годографов, который позволяет получить качественную информацию по устойчивости системы и ее динамических показателей. С помощью моделирования переходной и импульсной переходной характеристики в программном пакете Matlab определены показатели качества процесса регулирования.

Ключевые слова: динамика регулирования, неопределенность, процесс бурения, электробур, устойчивость, идентификация, функция передачи, корневой годограф, критерий устойчивости.

The article deals with analysis dynamics regulation of drilling oil and gas wells drilling process by electric drills under the influence of uncertainty factors. Analysis of the dynamic properties of the automatic power control system set on the motor shaft of electric drill is actual scientific - applied problem due to the need of operating mode improvement mode of lowered electric bit drill and the need to improved rings performance. The identification of transfer function of electric drill engine is based on experimental data obtained while drilling vertical boreholes №814D by electric drill E250-10 in homogeneous rocks at a depth of 215-717 m. As a result schematic diagram of stabilization system at the power engine shaft of electric drill is improved, closed system's transfer function is found by setting the exposure. After substitution of specific values for transfer functions the characteristic equation was obtained. As a result of research carried out according to Liapunov stability, Hurwits and Mikhailov methods the system is proved to be stable. To detect the behavior management system while changing the parameters of separate parts of the analysis of properties of automatic control is done by means of the root hodographs which allows to obtain qualitative information on the stability of SAR and its dynamic performance. Through modeling transient and impulse responses in the Matlab software package, the parameters of the process were fixed.

Keywords: adjusting dynamics, uncertainty, drilling process, electric drill, stability, identification, transfer function, root hodograph, stability criterion.

**I. Вступ.** Аналіз динамічних властивостей системи автоматичного регулювання потужності на валі двигуна електробура є актуальним науково-прикладним завданням у зв'язку з не-

обхідністю удосконалення режимів роботи занурювального електропривода долота і необхідністю підвищення продуктивності бурових установок [1, 2, 3, 4].

Проте аналіз літературних джерел (наприклад, [1-5 та ін.]) вказує на недостатній об'єм проведених досліджень в контексті вивчення динамічних властивостей систем автоматичного регулювання потужності на валі двигуна електробура. Це пояснюється тим, що процес буріння свердловин електробурами, як об'єкти керування, відноситься до класу слабко визначених об'єктів, що мають нелінійні статичні і динамічні характеристики. Завдання керування таким нелінійним динамічним об'єктом, що розвивається в часі, функціонує за умов апріорної та поточної невизначеності щодо його структури та параметрів і перебуває під впливом зовнішніх завад, є однією з ключових у сучасній теорії керування.

**II. Постановка завдання.** Метою даної роботи є аналіз динаміки регулювання процесу буріння нафтових і газових свердловин сучасними електробурами за умов дії факторів невизначеності.

Методи дослідження базуються на використанні методів математичної статистики для дослідження взаємозв'язків собівартості метра проходки з параметрами режиму буріння, методів комп'ютерного моделювання для дослідження системи керування в програмному середовищі Matlab, методів теорії автоматичного керування для аналізу стійкості системи регулювання.

Інформаційною базою є наукові праці вітчизняних і зарубіжних спеціалістів, результати експериментальних досліджень на бурових підприємствах.

**III. Результати.** З існуючих наукових досліджень [1, 2, 5 та ін.] відомо, що кількісною оцінкою ефективності технологічного процесу буріння вертикальних, похило скерованих та розгалужено-горизонтальних свердловин є собівартість метра проходки, яка визначається за відомим [1, 2, 5] виразом:

$$q = \frac{B_\delta(t_{cn} + t_\delta) + B_\delta}{h},$$

де:  $B_\delta$  – вартість однієї години роботи бурової установки;

$t_{cn}$  – час, що витрачається на спуско-підйомальні і допоміжні операції;

$t_\delta$  – тривалість процесу поглиблення;

$B_\delta$  – вартість долота;

$h$  – проходка на долото.

Проте встановити аналітичну залежність ефективності буріння свердловини електробурами від значення потужності на долоті досить важко. Тому були використані експериментальні дані (табл. 1) для геолого-технічних умов буріння свердловин на Прикарпатті.

Побудовані за цими даними лінії регресії  $v = f_1(P)$  і  $B = f_2(P)$  апроксимувалися декількома рівняннями за допомогою програми Curve Expert 1.3.

**Таблиця 1 – Експериментальні дані для буріння свердловин електробуrom E 215-8 в умовах Прикарпаття**

Потужність на долоті, $P$ , кВт	Механічна швидкість буріння, $v$ , м/год	Собівартість метра проходки, $B$ , грн./м
5	1,5	3393,0
13	1,9	3075,15
15	2,6	2888,25
18	3,1	2760,0
25	3,2	2787,54
29	3,4	2757,0
40	3,7	2736,99
41	3,8	2716,92
45	4,4	2649,82
47	4,8	2646,71
50	5,2	2621,73
55	6,2	2568,14

В табл. 2 наведено результати апроксимації експериментальних залежностей  $v = f_1(P)$  математичними моделями програмного модуля Curve Expert 1.3.

Перевагу для лінії регресії  $v = f_1(P)$  було надано рівнянню (рис.1)

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 \dots, \quad (1)$$

де:  $x = P_{ дол}$  – потужність на долоті;

$y = v$  – механічна швидкість буріння;

$a, b, c, d$  – коефіцієнти моделі.

Параметри рівняння (1) визначені методом найменших квадратів, коефіцієнт кореляції для якого дорівнює 0,988.

Лінію регресії  $B = f_2(P)$  апроксимували рівняннями, які наведені нижче (табл. 3).

Перевагу було надано рівнянню Logistic Model (рис.2)

$$y = \frac{a}{1 + b \cdot e^{-cx}}, \quad (2)$$

де:  $y = B$  – собівартість метра проходки;

$x$  – потужність на долоті;

$a, b$  – коефіцієнти моделі.

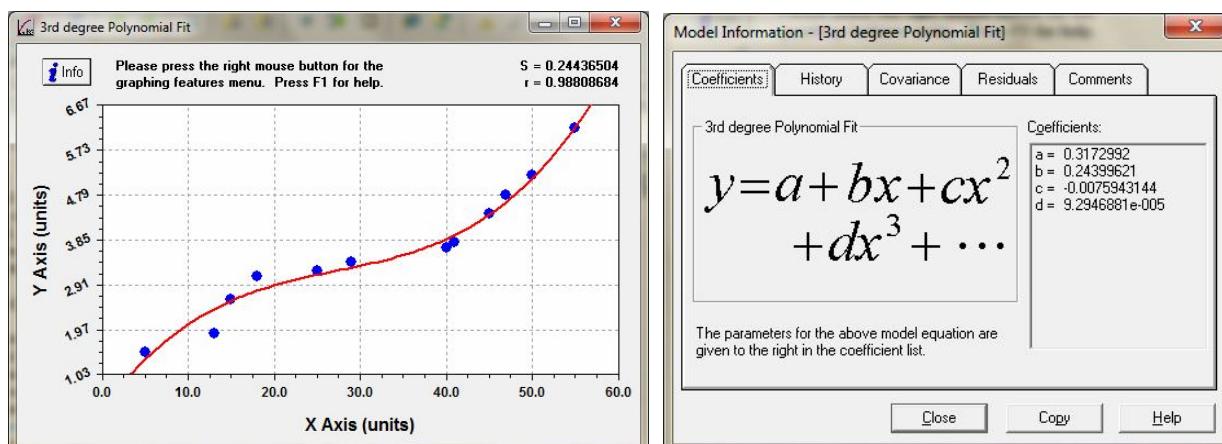
Коефіцієнт кореляції для даної моделі дорівнює 0,969.

Аналіз рівняння (2), довів, що зниження собівартості метра проходки можливе за рахунок збільшення потужності, що підводиться до вибою свердловини. Оскільки сучасні електробури E-127, E-164, E-190, E-215, E-240, E-290 [6] мають обмежену потужність електродвигунів, то доцільна її стабілізація під час поглиблення свердловини.

Слід зауважити, що регулятори подачі долота типу АВТ-2, які забезпечують стабілізацію активної складової струму статора двигуна електробура або осьової сили на долото, мають значну статичну похибку, яка сягає 19%. Крім того встановлено [5], що вони мають низьку чутливість до зміни осьової сили на долото.

**Таблиця 2 – Результати апроксимації залежності  $v = f_1(P)$  математичними моделями програмного модуля Curve Expert 1.3**

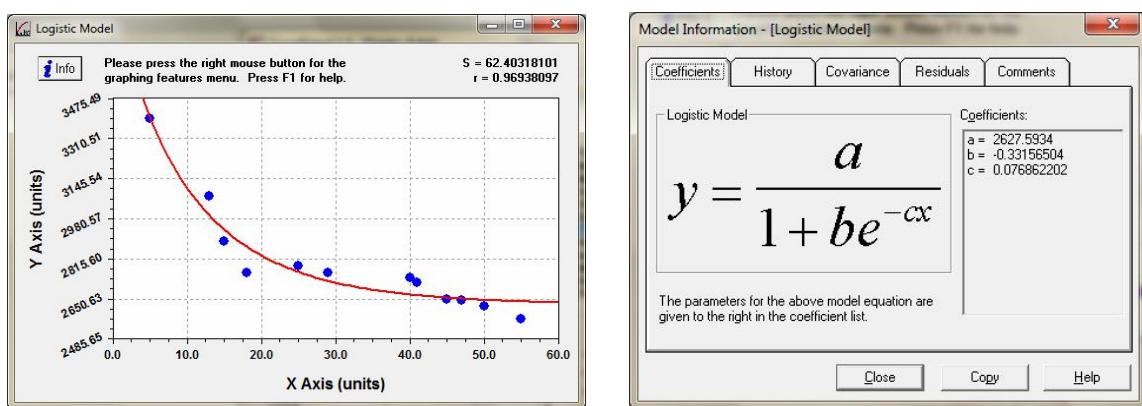
№	Тип моделі	Рівняння	Коефіцієнти моделі	Показники точності апроксимації $S$ , $r$
1	3rd degree Polynomial Fit	$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$	$a = 0.317$ $b = 0.24$ $c = -0.008$ $d = 0.00009$	$S = 0.244$ $r = 0.988$
2	Reciprocal Model	$y = \frac{1}{ax + b}$	$a = -0.006$ $b = 0.506$	$S = 0.351$ $r = 0.969$
3	Modified Power	$y = ab^x$	$a = 1.647$ $b = 1.023$	$S = 0.366$ $r = 0.966$
4	Geometric Fit	$y = ax^{bx}$	$a = 1.896$ $b = 0.005$	$S = 0.368$ $r = 0.966$
5	Logistic Model	$y = \frac{a}{1 + be^{-cx}}$	$a = 1.151 \cdot 10^9$ $b = 6.989 \cdot 10^8$ $c = 0.023$	$S = 0.386$ $r = 0.966$
6	Gaussian Model	$y = ae^{\frac{-(x-b)^2}{2c^2}}$	$a = 53.34$ $b = 269.5$ $c = 101.58$	$S = 0.396$ $r = 0.964$
7	Quadratic Fit	$y = a + bx + cx^2 + \dots$	$a = 1.674$ $b = 0.031$ $c = 0.0007$	$S = 0.404$ $r = 0.962$
8	Richards Model	$y = \frac{a}{(1 + e^{b-cx})^{1/d}}$	$a = 34.66$ $b = 5.96$ $c = 0.045$ $d = 1.955$	$S = 0.411$ $r = 0.965$
9	Reciprocal Quadratic	$y = \frac{1}{a + bx + cx^2}$	$a = 0.807$ $b = -0.023$ $c = 0.0002$	$S = 0.628$ $r = 0.908$



**Рисунок 1 – Робочі вікна програмного модуля Curve Expert 1.3 апроксимації залежності  $v = f_1(P)$**

**Таблиця 3 – Результати апроксимації залежності  $B = f_2(P)$  математичними моделями програмного модуля Curve Expert 1.3**

№	Тип моделі	Рівняння	Коефіцієнти моделі	Показники точності апроксимації $S$ , $r$
1	Logistic Model	$y = \frac{a}{1 + be^{-cx}}$	$a = 2627.6$ $b = -0.33$ $c = 0.076$	$S = 62.403$ $r = 0.969$
2	Harris Model	$y = \frac{1}{(a + bx^c)}$	$a = -0.0004$ $b = 0.0006$ $c = 0.049$	$S = 67.401$ $r = 0.964$
3	Saturation Growth - Rate Model	$y = \frac{ax}{b + x}$	$a = 2620.02$ $b = -1.193$	$S = 80.895$ $r = 0.942$
4	Reciprocal Quadratic	$y = \frac{1}{a + bx + cx^2}$	$a = 0.0003$ $b = 3.64 \cdot 10^{-6}$ $c = -3.6 \cdot 10^{-8}$	$S = 87.17$ $r = 0.939$
5	Quadratic Fit	$y = a + bx + cx^2 + \dots$	$a = 3443.5$ $b = -35.78$ $c = 0.392$	$S = 94.55$ $r = 0.928$
6	Sinusoidal Fit	$y = a + b \cos(cx + d)$	$a = 7770.5$ $b = 5142.9$ $c = 0.012$ $d = 2.57$	$S = 101.35$ $r = 0.926$



**Рисунок 2 – Робочі вікна програмного модуля Curve Expert 1.3 апроксимації залежності  $B = f_2(P)$**

Тому було запропоновано [1] як керовану величину використати активну потужність двигуна електробура.

Для уточнення структурної схеми системи регулювання потужності на валі занурювально-

го електродвигуна досліджено функцію передачі електробура як одного із елементів комплексної динамічної системи, що складається із колони бурильних труб, струмопідводу електробура і вибою свердловини.

Встановлено [5], що двигун електробура має таку функцію передачі:

$$W_\delta(p) = \frac{K_\delta}{T_\delta p + 1}, \quad (3)$$

де:  $K_\delta$  – коефіцієнт передачі двигуна електробура;  $T_\delta$  – електромеханічна стала часу.

Оскільки розрахунковими методами визначити числові значення параметрів  $K_\delta$  і  $T_\delta$  неможливо, застосували експериментально-аналітичний спосіб, що заснований на використанні рівняння Вінера-Хопфа:

$$R_{FP}(\tau) = \int_0^\infty K(\tau_1) R_{FF}(\tau - \tau_1) d\tau_1, \quad (4)$$

де:  $R_{FP}(\tau)$  – взаємна кореляційна функція між сигналами, пропорційними осьової силі на долото  $F$  і активної потужності електробура  $P$ ;

$R_{FF}(\tau - \tau_1)$  – автокореляційна функція вхідного сигналу;

$K(\tau_1)$  – імпульсна перехідна функція, що однозначно визначає функцію передачі

$$W(p) = \int_0^\infty K(\tau_1) e^{-p\tau_1} d\tau_1. \quad (5)$$

Отже, задачею є пошук на базі відомих реалізацій випадкових процесів  $F(t)$ ,  $P(t)$  автокореляційної функції осьової сили на долото

$R_{FF}(\tau)$ , взаємної кореляційної функції осьової сили на долото і активної потужності  $R_{FP}(\tau)$ , розв'язання інтегрального рівняння (4) відносно імпульсної перехідної функції і визначення функції передачі із виразу (5).

Ідентифікація функції передачі двигуна електробура проведена на основі експериментальних даних, одержаних під час буріння вертикальної ділянки свердловини №814Д електробуrom E250-10 в однорідних породах на глибині 215-717 м. В умовах експерименту не врахували незначні втрати потужності в струмопідводі, а також вважали силу тертя колони бурильних труб зі стінкою свердловини сталою.

В результаті було встановлено, що:

- автокореляційна функція  $R_{FF}(\tau)$  має тенденцію до заникання, що характеризує по-глиблення свердловини як ергодичний випадковий процес;

- періодична складова автокореляційної функції  $R_{PP}(\tau)$  характеризує буріння, як процес, обумовлений кінематикою шарошкового долота, м'якою підвіскою колони бурильних труб та ін.;

- проходження максимуму взаємної кореляційної функції  $R_{FP}(\tau)$  через нуль вказує на відсутність запізнення в системі.

В результаті розв'язання рівняння (5) отримано вираз для функції передачі по каналу «осьова сила на долото  $F$  – активна потужність двигуна електробура  $P$ »:

$$W(p) = \frac{P(p)}{F(p)} = \frac{0,63}{0,86p + 1}. \quad (6)$$

Рівняння (6) характеризує динамічні властивості послідовного з'єднання таких ланок: давача сили; колони бурильних труб; двигуна; струмопідводу і давача активної потужності:

$$W(p) = W_F(p) \cdot W_1(p) \cdot W_\delta(p) \cdot W_{cn}(p) \cdot W_p(p).$$

Оскільки осьова сила на долото передається через колону бурильних труб, а вимірювання осьової сили і активної потужності здійснюється на поверхні, то функція передачі двигуна електробура може бути визначена із співвідношення:

$$W_\delta(p) = \frac{W(p)}{W_F(p) \cdot W_1(p) \cdot W_{cn}(p) \cdot W_p(p)}, \quad (7)$$

де  $W_F(p)$ ,  $W_1(p)$ ,  $W_{cn}(p)$ ,  $W_p(p)$  – функції передачі колони бурильних труб, струмопідводу, давачів сили і активної потужності відповідно.

Проведена оцінка динамічних властивостей елементів, які входять до виразу (7), показала, що для умов експерименту бурильну колону можна вважати безінерційною ланкою.

Давач осьової сили на долото, який конструктивно складається із перетворювача ДВР-2б і безконтактного сельсина БД404А, також є безінерційною ланкою.

Оскільки електромагнітні сталі часу обмотки двигуна електробура (0,002-0,004с) і давача активної потужності (0,02с) малі, ними знехтували.

Функція передачі струмопідводу визначена для схеми заміщення з перерізом кабеля 50мм<sup>2</sup>. Оскільки значення електромагнітної сталої часу струмопідводу дорівнює 1,4·10<sup>-4</sup>с, то цією величиною знехтували.

Тоді функція передачі струмопідводу набуде такого вигляду:

$$W_{cn}(p) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad (8)$$

де:  $R_1$  – активний опір кабеля, Ом;

$R_2$  – опір ізоляції струмопідводу, Ом.

Оскільки  $R_2 \gg R_1$ , то можна вважати, що

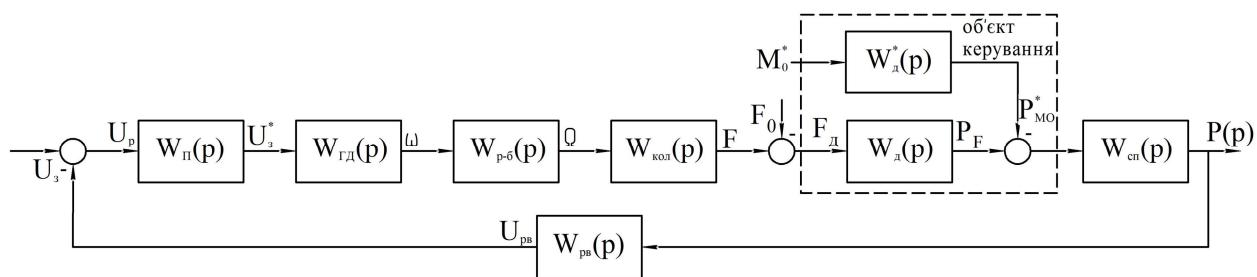
$$W_{cn}(p) \approx 1.$$

Враховуючи сказане, можна стверджувати, що функція передачі двигуна електробура визначається за формулою (6).

В результаті проведеного аналізу удосконалено структурну схему системи стабілізації потужності на валі двигуна електробура, яка наведена на рисунку 3.

Функція передачі замкнутої системи за залишаючим впливом  $U_3$  дорівнює:

$$\begin{aligned} W_{зам}(p) = & \left\{ W_{\Pi}(p) \cdot W_{ГД}(p) \times \right. \\ & \times W_{p-\delta}(p) \cdot W_{кол}(p) \cdot W_\delta(p) \cdot W_{cn}(p) \left. \right\} \times \\ & \times \left\{ 1 + W_{\Pi}(p) \cdot W_{ГД}(p) \cdot W_{p-\delta}(p) \times \right. \\ & \times W_{кол}(p) \cdot W_\delta(p) \cdot W_{cn}(p) \cdot W_{p\delta}(p) \left. \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$



$W_{\Pi}(p)$  – еквівалентна функція передачі підсилювачів;  $W_{ГД}(p)$  – функція передачі системи «генератор – двигун» привода подавання долота;  $W_{p-\delta}(p)$  – функція передачі сукупності механічних елементів – редуктора і барабана лебідки;  $W_{\text{кол}}(p)$  – функція передачі колони бурильних труб;

$W_{\delta}^*(p)$  – функція передачі двигуна електробура за збуренням  $M_{\delta}^*$ ;  $M_{\delta}^*$  – момент опору;

$W_{p6}(p)$  – функція передачі давача потужності на валі двигуна електробура

**Рисунок 3 – Структурна схема системи автоматичного регулювання потужності на валі двигуна електробура**

Оскільки для аналізу динамічних властивостей системи автоматичного регулювання потрібне її характеристичне рівняння, то прирівняємо до нуля знаменник (9)

$$1 + W_{II}(p) \cdot W_{ID}(p) \cdot W_{p-\delta}(p) \cdot W_{kol}(p) \times \\ \times W_\delta(p) \cdot W_{cn}(p) \cdot W_{pe}(p) = 0 , \quad (10)$$

і після підстановки конкретних значень параметрів функції передачі [5] для інтервалу буріння 2073-2177,6 м отримаємо таке характеристичне рівняння:

$$0,0000024p^8 + 0,00018p^7 + 0,00487p^6 + \\ + 0,062p^5 + 0,42p^4 + 1,56p^3 + \\ + 3,66p^2 + 4,97p + 7,1 = 0. \quad (11)$$

Проаналізуємо стійкість системи автоматичного керування (САК), властивості якої описуються характеристичним рівнянням (11).

Оскільки всі коефіцієнти характеристично-го рівняння більші нуля ( $a_0 = 7,1 > 0$  ;  $a_1 = 4,97 > 0$  ;  $a_2 = 3,66 > 0$  ;  $a_3 = 1,56 > 0$  ;  $a_4 = 0,42 > 0$  ;  $a_5 = 0,062 > 0$  ;  $a_6 = 0,00487 > 0$  ;  $a_7 = 0,00018 > 0$  ;  $a_8 = 0,0000024 > 0$  ), то це означає, що необхідні умови стійкості системи виконуються.

Для перевірки достатніх умов стійкості скористалися критеріями Ляпунова, Гурвіца та Михайлова.

**Критерій Ляпунова.** За критерієм Ляпунова необхідною і достатньою умовою стійкості системи автоматичного керування є від'ємність дійсних частин всіх коренів характеристичного рівняння. Отже, для визначення стійкості системи потрібно розв'язати її характеристичне рівняння і визначити знаки коренів.

Для знаходження коренів рівняння (11) скористаємося програмним пакетом Mathcad і таким алгоритмом:

$$\text{polyroots} = \begin{pmatrix} 0.0000024 \\ 0.00018 \\ 0.00487 \\ 0.062 \\ 0.42 \\ 1.56 \\ 3.66 \\ 4.97 \\ 7.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.182 - 0.191i \\ -0.182 + 0.191i \\ -0.097 + 0.049i \\ -0.097 - 0.049i \\ -0.048 \\ -0.032 - 0.526i \\ -0.032 + 0.526i \\ -0.031 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Як бачимо, усі корені характеристичного рівняння (11) є від'ємними, тому достатня умова стійкості виконується. Згідно з критерієм Ляпунова дана система є стійкою.

**Критерій Гурвіца.** Для визначення стійкості досліджуваної системи скористаємося програмним пакетом Mathcad.

Запишемо коефіцієнти даного характеристичного рівняння (11):

$$\begin{aligned} a8 &:= 0.0000024 \quad a7 := 0.00018 \quad a6 := 0.00487 \\ a5 &:= 0.062 \quad a4 := 0.42 \quad a3 := 1.56 \quad (13) \\ a2 &:= 3.66 \quad a1 := 4.97 \quad a0 := 7.1 \end{aligned}$$

Матриця Гурвіца для системи матиме такий вигляд:

$$\Delta := \begin{pmatrix} a_7 & a_5 & a_3 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_8 & a_6 & a_4 & a_2 & a_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_7 & a_5 & a_3 & a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_8 & a_6 & a_4 & a_2 & a_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_7 & a_5 & a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_8 & a_6 & a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_7 & a_5 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_8 & a_6 & a_4 & a_2 & a_0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Після підстановки числових значень визначили мінори визначника Гурвіца:

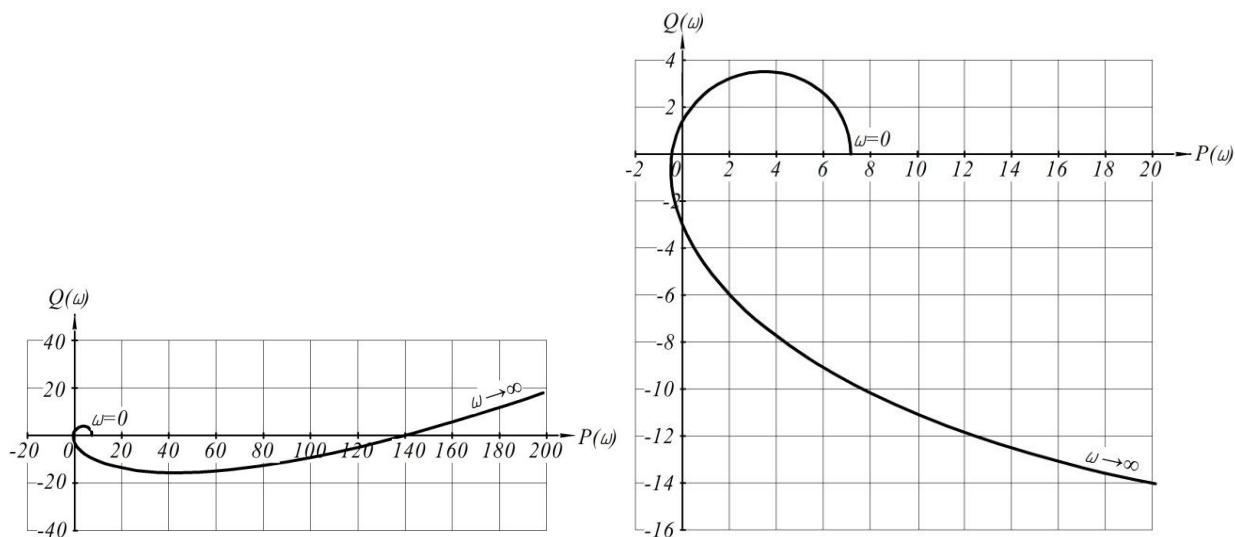


Рисунок 4 – Крива Михайлова для оцінки стійкості системи автоматичного регулювання

$$\begin{aligned}\Delta 1 &:= a_1 \rightarrow 4.97 \\ \Delta 2 &\rightarrow 7.278e-7 \\ \Delta 3 &\rightarrow 3.218952e-8 \\ \Delta 4 &\rightarrow 8.7301785456e-9 \\ \Delta 5 &\rightarrow 7.71172432901088e-9 \\ \Delta 6 &\rightarrow 1.6155115864979942352e-8 \\ \Delta 7 &\rightarrow 8.1137063151802433294e-9 \\ \Delta 8 &\rightarrow 5.7607314837779727639e-8\end{aligned}$$

Як бачимо, визначник Гурвіца і його діагональні мінори додатні. Отже, система, що досліджується, є стійкою.

**Критерій Михайлова.** Для побудови кривої Михайлова проведемо підстановку  $p \rightarrow j\omega$  в рівнянні (11). В результаті отримаємо:

$$\begin{aligned}0,0000024\omega^8 + 0,00018j\omega^7 + 0,00487\omega^6 + \\ + 0,062j\omega^5 + 0,042\omega^4 - 1,56j\omega^3 - \\ - 3,66\omega^2 + 4,97j\omega + 7,1 = 0.\end{aligned}\quad (15)$$

Виділимо дійсну та уявну частину:

$$P(\omega) = 0,0000024\omega^8 + 0,00487\omega^6 + \\ + 0,042\omega^4 - 3,66\omega^2 + 7,1,\quad (16)$$

$$Q(\omega) = 0,00018j\omega^7 + 0,062\omega^5 - \\ - 1,56\omega^3 + 4,97\omega.\quad (17)$$

Для побудови годографа використаємо програму Mathcad. В результаті проведеного моделювання отримали криву Михайлова (рис. 4).

Оскільки крива Михайлова проходить  $n$  квадрантів і охоплює початок координат, можемо зробити висновок, що система є стійкою.

В результаті проведення відповідних досліджень методами Ляпунова, Гурвіца і Михайлова можемо стверджувати, що система є стійкою, оскільки дане характеристичне рівняння задовільняє усім досліджуваним достатнім умовам стійкості.

Для виявлення поведінки системи регулювання при зміні параметрів окремих ланок проведемо аналіз властивостей системи автоматичного керування методом кореневих годографів.

Оскільки кореневий годограф – це траєкторія коренів характеристичного рівняння (полюсів функції передачі), коли визначений її параметр змінюється, то кореневий годограф  $n$ -го порядку – це сукупність  $n$  гілок, які описуються  $n$  коренями характеристичного рівняння, коли визначений її параметр змінюється безперервно протягом всього можливого діапазону його значень.

Відзначимо, що метод кореневого годографу дає змогу оцінити чутливість полюсів САР до зміни будь-якого її параметра.

Цей метод є графічним і дозволяє отримати якісну інформацію про стійкість САР та її динамічних показників.

Для знаходження коренів рівняння (11) при зміні параметра  $a_1$  від 1 до 5 скористаємося критерієм Ляпунова, який описаний в програмному пакеті Mathcad.

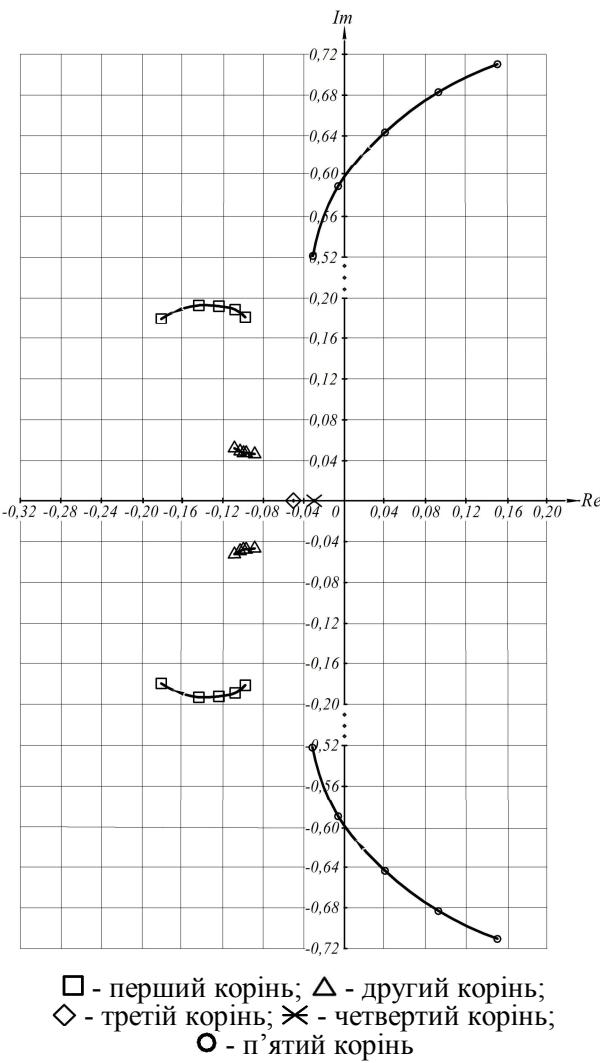
Проведені розрахунки дали змогу побудувати кореневий годограф, утворений при зміні коефіцієнта  $a_1$  (рис. 5).

З аналізу траєкторій, наведених на рисунку 5, бачимо, що п'ятий корінь характеристичного рівняння суттєво впливає на стійкість САР і може перевести її в область нестійких режимів роботи.

Для оцінювання якості процесу регулювання визначимо переходну функцією  $h(t)$ , тобто зміну вихідної величини в часі після подавання на вхід одиничного ступінчастого впливу за нульових початкових умов.

Врахуємо, що переходна функція  $h(t)$  має дві складові: вимушенну  $h_e(t)$  і вільну  $h_{\text{вн}}(t)$ :

$$h(t) = h_e(t) + h_{\text{вн}}(t).\quad (18)$$



□ - перший корінь; △ - другий корінь;  
◇ - третій корінь; ✕ - четвертий корінь;  
○ - п'ятий корінь

**Рисунок 5 – Траекторії коренів характеристичного рівняння (11) при зміні коефіцієнта  $a_1$**

Вимушена складова  $h_e(t)$  дає частковий розв'язок рівняння при ступінчастому впливі. Вона дорівнює усталеному значенню вихідної величини при  $t \rightarrow \infty$ :

$$h_e(t) = y(t) = y(\infty). \quad (19)$$

Вільна складова  $h_{6H}(t)$  знаходиться із розв'язку однорідного диференційного рівняння:

$$h_{6H}(t) = \sum_{k=1}^n c_k e^{p_k t}, \quad (20)$$

де:  $p_k$  – корені характеристичного рівняння;  
 $c_k$  – постійні інтегрування, які залежать від початкових умов.

Корені характеристичного рівняння (11) знайдені вище за критерієм Ляпунова, алгоритм якого записаний в програмному пакеті Mathcad.

Оскільки характеристичне рівняння має пари комплексних спряжених коренів  $p_k = \alpha + j\omega$  і  $p_{k+1} = \alpha - j\omega$ , то в таких випадках для окремої пари значення вільних складових буде наступним:

$$c_i e^{(\alpha+j\omega)t} + c_{i+1} e^{(\alpha-j\omega)t} = e^{\alpha t} (c_i e^{j\omega t} + c_{i+1} e^{-j\omega t}) = e^{\alpha t} ((c_i + c_{i+1}) \cos(\omega t) + j(c_i - c_{i+1}) \sin(\omega t)). \quad (21)$$

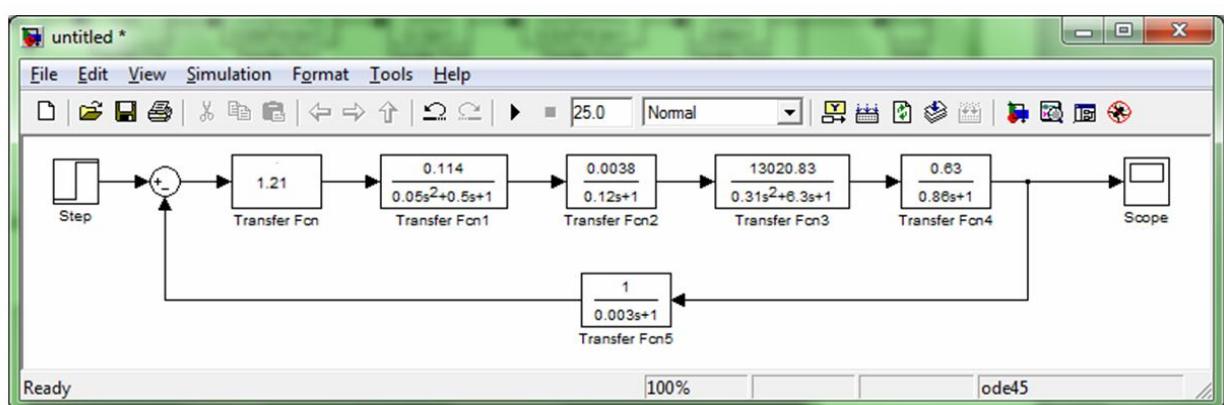
Враховуючи дані припущення, отримали значення вільної складової:

$$\begin{aligned} h_{6H}(t) = & e^{-0,182t} \{ (c_1 + c_2) \cos(0,191 \cdot t) + \\ & + (c_1 - c_2) \sin(0,191 \cdot t) \} + \\ & + e^{-0,097t} \{ (c_3 + c_4) \cos(0,049 \cdot t) + \\ & + (c_3 - c_4) \sin(0,049 \cdot t) \} + c_5 e^{-0,048t} + \\ & + e^{-0,032t} \{ (c_6 + c_7) \cos(0,526 \cdot t) + \\ & + (c_6 - c_7) \sin(0,526 \cdot t) \} + c_8 e^{-0,031t}. \end{aligned} \quad (22)$$

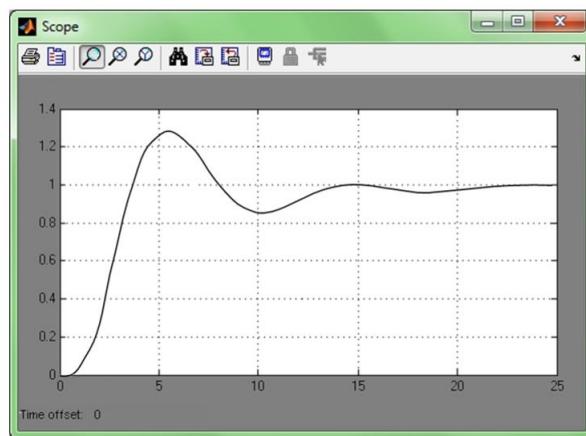
Враховуючи отримані результати, на рисунках 7 та 8 наведено результати моделювання переходної та імпульсної переходної характеристик в програмному пакеті Matlab за допомогою структурної схеми, наведеної на рисунку 6.

## Висновки

За результатами проведених досліджень системи автоматичного регулювання потужності на валу двигуна електробура Е250-10 доведено, що вільний рух системи є стійким, що підтверджується експериментальними даними.



**Рисунок 6 – Структурна схема системи регулювання, змодельована в середовищі Matlab**



$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{cm}}{h_{cm}} 100\% = \frac{1.29 - 1}{1} 100\% = 29\%$ ; час регулювання  $t_p = 12c$ ; час досягнення максимального значення  $t_{\max} = 5.2c$ ; час наростання переходної характеристики  $t_y = 4c$ ; максимальне значення переходної характеристики  $h_{\max} = 1.29$ ; кількість коливань – 2

Рисунок 7 – Переходна характеристика системи регулювання

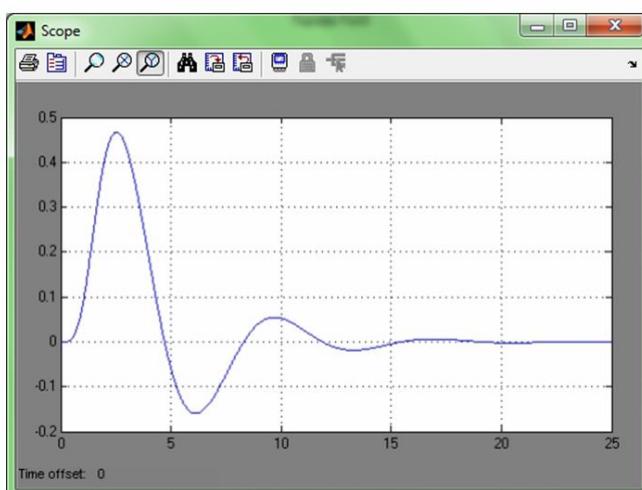


Рисунок 8 – Імпульсна переходна характеристика системи регулювання

Моделювання в середовищі Matlab траєкторій коренів характеристичного рівняння, а також переходної та імпульсної переходної характеристики системи дало змогу визначити параметри переходного процесу.

### Література

1 Семенцова А.А.. Энергетические показатели и повышение эффективности использования погружного электропривода при бурении скважин: автореф. дис. на здобуття наук ступеня канд. техн. наук: спец 05.09.03 – электрооборудование (промышленность) / А.А. Семенцова. – Свердловск, 1984. – 19 с.

2 Фоменко Ф.Н. Бурение скважин електробурами / Ф.Н. Фоменко. – М.: Недра, 1974. – 260 с.

3 Бунчак З. Електробур. Парадокси і реальність / З. Бунчак, О. Дудар, О. Кекот, О. Турянський // Електроінформ. – 2003. – № 4. – С. 8-11.

4 Балденко Ф.Д. Автоматизироване системы управления режимом бурения скважин забойными двигателями / Ф.Д. Балденко, А.П. Шмидт // Бурение и нефть. – 2003. – № 4. – С. 14-17.

5 Ситников Н.Б. Зависимость эффективности бурения глубоких скважин от мощности на долоте / Н.Б. Ситников, А.А Семенцова, В.Т. Трапезников // Горный журнал. – 1987. – № 1. – С. 53-55.

6 Електробури. Загальні технічні умови. ДСТУ 3258-95 (ГОСТ 15880-96). – К.: Держстандарт України, 1997. – 25 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії

12.05.11

Рекомендована до друку професором

**В. С. Костишиним**