

УДК 622.24.05-004.4

## МОДЕЛЬ РОБОТИ ЧУТЛИВОГО ЕЛЕМЕНТА УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПЕРВИННОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА

*З. П. Лютак, А. А. Мандра, І. З. Лютак, А. О. Бедзір*

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, 76019, тел.: (03422) 4-60-77*

*Запропоновано математичну модель обчислення параметрів коливання чутливого елемента ультразвукового первинного перетворювача. Параметри коливання чутливого елемента первинного перетворювача розраховано методом скінченних елементів.*

*Ключові слова: ультразвукова хвиля, первинний перетворювач, чутливий елемент, метод скінченних елементів.*

*Предложена математическая модель расчета параметров колебания чувствительного элемента ультразвукового первичного преобразователя. Параметры колебания чувствительного элемента первичного преобразователя рассчитано методом конечных элементов.*

*Ключевые слова: ультразвуковая волна, первичный преобразователь, чувствительный элемент, метод конечных элементов.*

*A mathematical model for calculation of parameters of ultrasonic vibration sensitive element of the transducer is proposed. Vibration parameters of sensitive element of the transducer are calculated by finite element method.*

*Keywords: ultrasonic wave, transducer, sensitive element, finite element method.*

Одним з напрямків моніторингу технічного стану металу стінок магістральних трубопроводів є контроль за зміною швидкості розповсюдження ультразвукових хвиль в матеріалі стінок труби. У процесі експлуатації трубопроводу відбувається не тільки зменшення товщини стінки внаслідок корозії металу, але й зміна пружних властивостей самого металу. Як перша, так і друга обставина вносить істотний вплив на умови розповсюдження ультразвукових хвиль в стінці труби. Зміна умов розповсюдження проявляється, перш за все, у зміні швидкості поширення ультразвукових хвиль.

З початку застосування ультразвукових хвиль в неруйнівному контролі вчені розробляли підходи вимірювання швидкості ультразвукових хвиль [1, 2, 3], які дозволяли реєструвати цю зміну з відносною похибкою не більше, ніж  $10^{-6}$ . Цим була доведена висока чутливість прецизійних методів вимірювання швидкості звуку до змін, що мають місце при вимірюванні швидкості поширення ультразвукового імпульсного сигналу. Стало зрозуміло, що ультразвуковий тракт, що складається з випромінювача і приймача ультразвукових хвиль а також пружного тіла, що їх зв'язує між собою (стрижень, пластина або півпростір), вносить значні збурення в

результати вимірювання. З цього приводу досить ясно висловився Дж. Ф. Белл у першому томі фундаментальної роботи "Експериментальні основи механіки деформованих твердих тіл" [4].

Всі компоненти генерування та реєстрації ультразвукового сигналу і хвилевід вносять вплив на вимірювання в експерименті час приходу цього сигналу в точку спостереження. Це має під собою цілком певну фізичну основу. Ультразвукові перетворювачі вносять значні спотворення в спектральний склад випромінюваних та реєстрованих сигналів [5]. При цьому особливо необхідно підкреслити, що перетворювачі часом істотно видозмінюють фазочастотний спектр сигналів [6, 7]. Пружне середовище при наявності хоча б однієї межі розділу середовищ набуває специфічних властивостей пружного хвилеводу [8]. Так як на межі в обов'язковому порядку повинен виконуватися третій закон Ньютона, то при поширенні хвилі обов'язково будуть виконуватись певні умови для того чи іншого типу руху матеріальних частинок. Довільні коливання, які, в принципі, може сформувати зовнішнє джерело або група джерел в місці застосування зовнішніх сил, розпадаються на сукупність так званих нормальних хвиль. Нормальні хвилі - це визначені другим і третім

законами Ньютона рухи в пружних тілах, які обмежені різними за формою поверхнями. Особливістю всіх нормальних хвиль є той факт, що швидкість розповсюдження їх фронтів (поверхонь однакових фаз), тобто фазові швидкості, дуже суттєвим і при цьому нелінійним чином залежать від частоти. Нормальним хвилям властива частотна дисперсія швидкості поширення [9]. Це явище призводить до того, що різні спектральні складові імпульсного сигналу приходять в точку спостереження в різний час - імпульс просто "розкладається" в часі. Так як результати складання різних спектральних компонентів імпульсного сигналу змінюються при зміні координати точки спостереження, то й форма імпульсного (полігармонійного) сигналу буде змінюватися в міру зміни величини пройденого ним шляху [12, 13].

Форма імпульсного сигналу на електричному виході приймача ультразвукових хвиль показана на рис. 1. Суцільною кривою зображено електричний імпульс, який відповідає ультразвуковому збуренню, зареєстрованому після пробігу відстані  $L$ . Штрихова крива - це результат прийому ультразвукового імпульсу після проходження ним відстані  $2L$ . Якщо групова швидкість ультразвукової хвилі плавно зменшується у міру зростання частоти, то в точку спостереження спочатку приходять низькочастотні компоненти імпульсного сигналу, а потім - високочастотні. При збільшенні пройденого ультразвуковим сигналом відстані цей "тимчасовий розкид" спектральних компонентів збільшується, що супроводжується зменшенням рівня головної частини імпульсного сигналу і збільшенням рівня осциляцій в його периферійній частині. При цьому доречно підкреслити, що зниження рівнів обумовлено не поглинанням енергії ультразвукових коливань в матеріалі хвилеводу, а виключно "тимчасовим розкидом" його спектральних складових. Зменшення рівня супроводжується зменшенням крутизни фронту головної частини імпульсу. Зазначені особливості формоутворення імпульсних сигналів в каналах з частотною дисперсією швидкості поширення впливають на результат процедури визначення часу приходу ультразвукового імпульсу в точку спостереження яким би способом ця процедура не проводилася. І при пороговому способі виявлення імпульсного сигналу (рівень порогового потенціалу позначений на рис. 1 символом  $U_n$ ), і при визначенні часу приходу імпульсного сигналу по його максимальному значенню (моменти часу  $t_m(L)$  і  $t_m(2L)$ , відповідно) виникає додатковий час  $\Delta t_n$  і  $\Delta t_m$ .

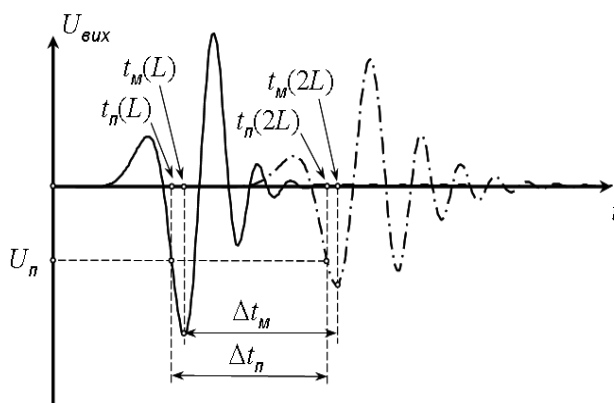
Цей додатковий час має характер систематичної похибки ультразвукового тракту пристрою контролю технічного стану металу стінок трубопроводів і цю похибку можна визначити терміном "дисперсійна похибка".

Метою математичного моделювання ультразвукових трактів пристроїв контролю технічного стану металу стінок магістральних трубопроводів є формування рекомендацій щодо мінімізації їх систематичних похибок, в тому числі щодо зниження дисперсійної похибки.

Імпульсним сигналам в каналах з частотною дисперсією швидкості розповсюдження постійно приділяється увага з боку науковців, що займаються як фундаментальними, так і прикладними задачами [10, 11, 12]. По всій імовірності можна стверджувати, що історія питання сходиться до робіт Арнольда Зоммерфельда і Леона Брілюена, які датовані 1914 р. Результати досліджень за наступні 50 років узагальнені в монографічній статті М. Елайсеа і Ф. Гарсія Молтнера [14].

Поширення ультразвукового імпульсного сигналу описується на основі лінійних процесів, що визначені концепцією суперпозиції. Відповідно до цієї концепції форма імпульсного сигналу представляється суперпозицією інтегралів Фур'є від досить великого числа вузькосмугових сигналів. Ці сигнали формуються в результаті розбиття спектра вихідного сигналу на вузькі смуги. Очевидно, що форма імпульсного сигналу  $S(t, x)$  амплітудно-частотного спектру, буде визначатися як зворотне перетворення Фур'є:

$$S(t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)| e^{i\omega t} e^{i\psi(\omega, x)} d\omega, \quad (1)$$



**Рисунок 1 – Вплив зміни форми ультразвукового імпульсу на результати процедури визначення часу його приходу в точку спостереження**

де  $\Psi(\omega, x)$  – фазочастотний спектр полігармонійного (імпульсного) сигналу, який пройшов відстань  $x$ ;  $S(\omega)$  – імпульсний сигнал, який представлений в частотній області;  $\omega$  – частота;  $t$  – час.

Фазові параметри перетворювачів  $\Phi_n \omega$  описуються фазочастотним спектром і набігом фаз, оскільки швидкість поширення ультразвукових хвиль є скінченною. Фазочастотний спектр визначимо як добуток хвильового числа  $k(\omega)$  на пройдену відстань  $x$ . Таким чином  $\Psi(\omega, x) = -k(\omega)x - \Phi_n \omega$ . Беручи до уваги властивості симетрії компонентів підінтегрального виразу (1), можна записати, що

$$S(t, x) = \int_0^{\infty} S(\omega) \cos[\omega t - k(\omega)x - \Phi_n \omega] d\omega. \quad (2)$$

Знайдемо таке значення частотного діапазону  $\omega_g$ , в якому міститься, наприклад, 95% всієї енергії імпульсного сигналу. Визначення значень енергії, якими можна апроксимувати реальний імпульсний сигнал і які при цьому будуть виникати похибки після виконання процедури відновлення форми (обернене перетворення Фур'є) вимагає додаткового дослідження у кожному конкретному випадку. Будемо вважати, що визначена таким чином гранична частота  $\omega_g$  дозволяє мінімізувати похибки відновлення форми імпульсного сигналу.

Частотний інтервал  $0 \leq \omega \leq \omega_g$  розбивається на  $N$  смуг однакової ширини  $\Delta\omega = \omega_g/N$ . У межах кожної смуги спектральної щільності  $|S(\omega)| \approx |S(\omega_{0n})|$ , фазочастотна складова спектру представляється розкладанням в ряд Тейлора так:

$$\begin{aligned} \Psi(\omega, x) \approx & \Psi(\omega_{0n}) + (\omega - \omega_{0n}) \left[ \frac{\partial \Psi(\omega, x)}{\partial \omega} \right]_{\omega=\omega_{0n}} + \dots = -k(\omega_{0n})x - \Phi_n \omega_{0n} \\ & - (\omega - \omega_{0n}) \left[ \frac{x}{v_g(\omega_{0n})} + \tau_n(\omega_{0n}) \right] + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $v_g(\omega_{0n}) = 1 / \left[ \frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} \right]_{\omega=\omega_{0n}}$  – групова швидкість групи спектральних складових (гармонік), які розташовуються на осі частот в найближчому околі частоти  $\omega_{0n}$ ;

$\tau_n(\omega_{0n}) = \partial \Phi(\omega) / \partial \omega \big|_{\omega=\omega_{0n}}$  – груповий час затримки спектральних складових, які містяться в  $n$ -ій смузі частот, тобто в межах вузького частотного діапазону  $\omega_{0n} - \Delta\omega/2 \leq \omega \leq \omega_{0n} + \Delta\omega/2$ .

Найбільш поширеним способом генерування ультразвукових коливань, що використовується в неруйнівному контролі, є використання ультразвукового первинного перетворювача, чутливий елемент якого працює на основі п'єзоефекту. Побудуємо модель коливання чутливого елемента з метою кількісної оцінки параметрів ультразвукових коливань, що входять в стінку магістрального трубопроводу.

Для більш повної оцінки впливу коливання чутливого елемента на ультразвуковий сигнал згідно (3) необхідно розглядати коливання його кожного елементарного об'єму окремо. Це можна реалізувати шляхом проведення обчислення методом скінченних елементів. Згідно цього методу кожен елемент має певний набір ступеней свободи, що при певному його розмірі дозволяє цей елемент вважати елементарним об'ємом пружного середовища.

Розглянемо математичний опис п'єзоефекту.

В п'єзоматеріалах центр позитивного заряду атомів не співпадає із центром негативного заряду. При прикладанні зовнішнього електричного поля напруженістю  $E$  до такого матеріалу зміщення позитивних та негативних зарядів внаслідок кулонівської взаємодії буде різним. Це створює деформацію  $S$  (розтяг або стиск) п'єзоматеріалу. Величина деформації п'єзоматеріалу  $D$  при прикладанні до нього зовнішнього електричного поля з напруженістю  $E$  буде такою [15]:

$$D = \varepsilon^S E + eS, \quad (4)$$

де  $\varepsilon^S$  – діелектрична проникність п'єзоматеріалу без деформацій,  $e$  – п'єзоелектрична константа

механічних напружень при відсутності зовнішнього електричного поля.

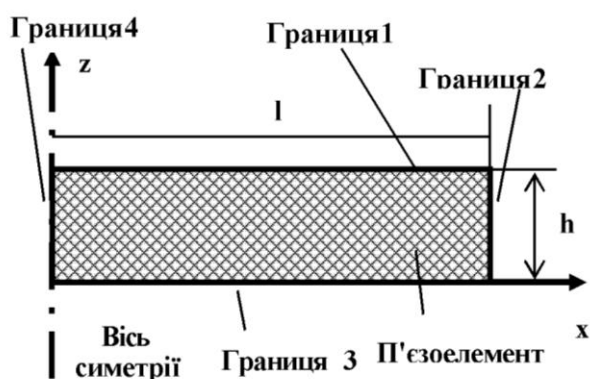
Деформація п'єзоматеріалу створює механічні напруження  $T$  [15]:

$$T = c^E S - eE, \quad (5)$$

де  $c^E$  – пружна константа п'єзоматеріалу при відсутності прикладеного зовнішнього електричного поля.

Для спрощення обчислень згідно (4) та (5) розглянемо осесиметричну роботу п'єзопластини (рис. 2).

У цьому випадку деформації  $D$  згідно (4) та механічні напруження  $T$  згідно (5)



**Рисунок 2 – Осесиметрична модель чутливого елемента ультразвукового первинного перетворювача**

представимо так у матричній формі для визначення структури окремих компонентів рівнянь п'єзоэффекту:

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_z \\ T_{\tau xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{xx}^E & c_{xz}^E & 0 \\ c_{xz}^E & c_{zz}^E & 0 \\ 0 & 0 & c_{\tau xz}^E \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} S_x \\ S_z \\ S_{\tau xz} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & e_1 \\ 0 & e_2 \\ e_3 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^S & 0 \\ 0 & \varepsilon_z^S \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & e_3 \\ e_1 & e_2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} S_x \\ S_z \\ S_{\tau xz} \end{pmatrix},$$

де  $\tau$  – зсувні деформації та напруження.

Як видно із (6), структура компонентів п'єзоконстант є складною. Це пояснюється симетрією матеріалу та спрощеним представленням осесиметричної моделі.

Для побудови математичної моделі розглянемо граничні умови роботи чутливого елемента. Оскільки робота п'єзоелемента полягає у перетворенні електричної енергії в механічну, то розглянемо спершу механічні граничні умови, а потім електричні [16].

На границі розділу середовищ 1 та 2 (рис. 2) немає переносу механічної енергії з одного середовища в інше. Вважаємо, що на цих границях розділу середовищ напруження контакту є відсутнім, тобто

$$T_{|z=h} = 0, \quad T_{|x=l} = 0. \quad (7)$$

Границя розділу середовищ 4 (рис. 2) співпадає з віссю симетрії. Це означає, що всі розраховані параметри та константи матеріалу не мають розривів та стрибків значень при переході через цю границю розділу.

На границі розділу 3 відбувається передача механічної енергії. Вважаємо, що на цій границі розділу середовищ є контакт із середовищем проміжного шару. В цьому випадку, в залежності від фази середовища проміжного шару будемо мати такі граничні умови, які побудовані на основі законів Ньютона:

- фаза проміжного шару тверда:

$$T_{x|z=0} = -T_{x|z=+0}, \quad T_{\tau xz|z=0} = -T_{\tau xz|z=+0}, \quad (8)$$

- фаза проміжного шару рідка чи газоподібна:

$$T_{x|z=0} = -T_{x|z=+0}, \quad T_{\tau xz|z=0} = 0. \quad (9)$$

Зсувний компонент напруження дорівнює нулю у випадку рідкої фази проміжного шару тому, що в рідині не поширюється поперечна ультразвукова хвиля.

Граничні умови для електричного поля п'єзопластини на границях розділу середовищ 1 та 3 визначаються параметрами прикладеної зовнішньої напруги  $V$ . Тому прийемо, що

$$V_{|z=h} = 0, \quad V_{|z=0} = V_1 \neq 0, \quad (10)$$

де  $V_1$  – деяке значення потенціалу електричного поля.

На границі розділу середовищ 2 немає механічних зусиль чи контакту іншого середовища, тому приймаємо нульове значення нормальної складової електричного зміщення, тобто

$$D_{z|x=l} = 0. \quad (11)$$

На границі розділу середовищ 4 є вісь симетрії. Це означає, що електричне зміщення також є постійним, тобто

$$D_{z|x=0} = 0. \quad (12)$$

Розроблена математична модель має достатні умови для проведення обчислення. Як п'єзоматеріал вибираємо ЦТС-5Н, який має сильно виражені п'єзоелектричні властивості у порівнянні із кварцом. Параметри ЦТС-5Н є такими [17]:

$$c^E = \begin{pmatrix} 12,72 & 84,67 & 0 \\ 84,67 & 11,74 & 0 \\ 0 & 0 & 2,30 \end{pmatrix} \times 10^{10} \text{ Па}, \quad (13)$$

$$e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 17,04 \\ -6,62 & 23,40 & 0 \end{pmatrix} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2},$$

$$\varepsilon^S = \begin{pmatrix} 1704,4 & 0 \\ 0 & 1433,6 \end{pmatrix}.$$

Розглянемо роботу чутливого елементу первинного перетворювача із такими геометричними розмірами: довжина 5 мм, товщина 1 мм. Електричний імпульс напругою 400 В прикладений із частотою 100 кГц. Обчислена деформація п'єзопластини має максимум на стороні прикладання потенціалу. Вільна сторона п'єзопластини також піддається найбільшим деформаціям.

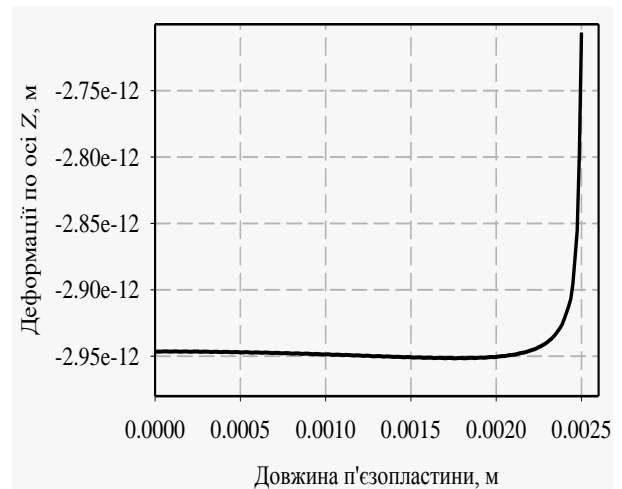
На частоті 1 МГц п'єзопластина деформується в інший спосіб. Максимальні деформації є розділеними, одна частина вверху пластини складає одну четверту довжини, а в місці прикладання потенціалу спостерігається вузька смуга з великими і частими перепадами амплітуди деформації. Така нерівномірність деформації свідчить про те, що товщина п'єзопластини в 1 мм є занадто великою для частоти 1 МГц. Проведений розрахунок отриманого розподілу деформацій п'єзопластини дозволяє правильно підібрати форму імпульсу генератора зондуючих імпульсів у вторинному пристрої.

Для оцінки параметрів збудження та прийому ультразвукових коливань необхідно отримати інформацію про переміщення границі розділу 3 у напрямку  $x$  та  $z$ . Як можна побачити із рис. 3, деформація є практично однаковою та рівномірною по всій довжині п'єзоелементу. Незначне та різке наростання амплітуди деформації на кінці п'єзопластини пояснюється граничними умовами і може бути скориговане конструкцією первинного перетворювача.

Зсувні деформації п'єзопластини (рис. 3) є на порядок меншими від нормальних. Це означає, що енергія поперечної ультразвукової хвилі є пропорційно меншою за поздовжню. В цьому випадку поперечні деформації не можуть нести інформаційної складової сигналу, а будуть трактуватись як завади. Щоб уникнути таких завад на етапі генерування ультразвукової хвилі необхідно як проміжний шар застосовувати речовину, у рідкій фазі якої поперечних коливань немає.

Нами проведено обчислення деформації п'єзопластини, що збуджується на частоті 1 МГц і яка має товщину 0,2 мм. При такій товщині п'єзопластини розподіл деформацій в ній є

подібним до розподілу на частоті збудження 100 кГц при її товщині 1 мм. Розподіл деформацій з максимумом на границі розділу п'єзопластини – проміжний шар вказує на те, що товщина 0,2 мм є ефективною при такій частоті збудження. Проте обчислені значення розподілу зусиль в напрямку осей  $x$  та  $z$  є малими у порівнянні із зусиллями в п'єзопластині товщиною 1 мм. Малі значення зусиль тонкої п'єзопластини будуть збуджувати ультразвукові коливання меншої інтенсивності, що впливатиме на довжину ділянки контролю ультразвуковими хвилями.



**Рисунок 3 – Деформація п'єзоелементу товщиною 1 мм, яка збуджена імпульсом на частоті 100 кГц на границі розділу середовищ із проміжним шаром**

## ВИСНОВКИ

Розроблена математична модель роботи чутливого елемента п'єзоперетворювача дозволяє обчислити величину механічних зусиль і визначити їх вид (нормальні, зсувні). Отримана інформація може бути використана для оцінки інтенсивності згенерованого ультразвукового сигналу, просторового розподілу амплітуд ультразвукових коливань та ефективності реєстрації луно-імпульсу. Це дозволяє більш ефективно проводити неруйнівний контроль існуючими п'єзоперетворювачами та розробляти нові конструкції таких п'єзоперетворювачів.

1. Truell R. *Ultrasonic Methods in Solid State Physics* / R. Truell, C. Elbaum, B. B. Chick. - New York: Academic Press, 1969. - 360 p. - ISSN 00290181. 2. Papadakis E. P. *The Measurement of*

- Ultrasonic Velocity* / E. P. Papadakis // *Physical Acoustics*. - 1990.- Vol. 19.- P. 81 - 106. 3. Пат. 86910. Україна, МПК (2009) G01H 5/00. Пристрій для вимірювання швидкості ультразвуку [Текст] / Лютак І. З.; заявник і патентовласник Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу.- № а 2008 04340; заявл. 27.10.2008 Бюл. № 20; опубл. 25.05.2009 Бюл. № 10.- 3 с.: іл. 4. Белл Ф. Дж. Экспериментальные основы механики деформируемого твердого тела. В 2 х частях. Часть 1. Малые деформации: Пер. с англ. / Под ред. А.П. Филина. – М.: Наука, 1984. – 600 с. 5. Лютак І. З. Математична модель роботи прямокутного чутливого елементу ультразвукового перетворювача / І. З. Лютак // Збірник наукових праць. Фізичні методи та засоби контролю середовищ, матеріалів та виробів (Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України), випуск 11.- 2006.- С. 40-47. 6. Ананьва А.А. К расчету поршневого пьезоэлектрического излучателя без учета внутренних потерь // *Акустический журнал*. 1958. Т.3. Вып. 3. С. 223 - 233. 7. Гринченко В. Т. Возбуждение нормальных волн Лэмба системой объемных и поверхностных нагрузок / Гринченко В. Т., Петрищев О. Н. // *Акустика и ультразвуковая техника*. – 1986. – Вып. 21. – С. 87–94. 8. Петрищев О. Н. Возбуждение системой объемных и поверхностных нагрузок продольных (осесимметричных) волн в изотропных цилиндрах / Петрищев О. Н. // *Вестник Киевского политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника*. – 1985. – Вып. 9. – С. 15–19. 9. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев, Наукова думка, 1981. – 284 с. 10. Biot M.A. *General Theorems on the Equivalence of Group Velocity and Energy Transport* // *Physical Review*. – 1957. – 105. - №4. – P. 1129 – 1137. 11. Бархатов В.А. Решение одномерной обратной акустической задачи с учетом дисперсии скорости звука и частотно-зависимого затухания волн // *Дефектоскопия*. – 2009. №1. – С. 40 – 53. 12. Болтычев М. И., Петрищев О. Н. Расчет частотной характеристики пьезокерамического преобразователя в режиме возбуждения волн Лэмба. Часть 1. Постановка и общее решение комплексной граничной задачи / Болтычев М. И., Петрищев О. Н. // *Электроника и связь*.-2010.- № 1.- С. 44-53. 13. Петрищев О. Н. Возбуждение системой объемных и поверхностных нагрузок несимметричных волн в изотропных цилиндрах / Петрищев О. Н. // *Вестник Киевского политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника*. – 1987. – Вып. 11. – С. 54–61. 14. Элайсез М., Гарсия Молинер Ф. Распространение волновых пакетов и частотно-зависимое внутреннее трение // В кн. *Физическая акустика. Принципы и методы*. Том V. Под ред. У. Мэзона. – М.: Мир, 1973. – С. 192 – 253. 15. Mignogna R. B. *Thermographic investigation of high-power ultrasonic heating in materials* / R. B. Mignogna, R. E. Green, J. C. Duke, E. G. Henneke, K. L.Reifsnider // *Ultrasonics*. - 1981. - Vol. 19, Issue 4. - P. 159 - 160. - ISSN 0041-624X. 16. Лютак І. З. Дослідження параметрів ультразвукових перетворювачів / І. З. Лютак // *Матеріали 3-ї науково-технічної конференції "Приладобудування 2004 стан і перспективи"*, Київ: НТУУ "КПІ".- 2004.- С. 193-194. 17. Документація на пакет програм скінченно-елементного аналізу Comsol версія 3.5a. - COMSOL Inc., 2009. - 1 електрон. опт. диск (DVD-ROM) 12 см. - Системні вимоги: Pentium-266; 32 Mb RAM; DVD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.- Назва з титул. екрану.

**Поступила в редакцію 12.10.2011 р.**

**Рекомендував до друку докт. техн. наук,  
проф. Костишин В. С.**