

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯВИЩА ПОМПАЖУ У ВІДЦЕНТРОВОМУ НАГНІТАЧІ ПРИРОДНОГО ГАЗУ

М.І. Горбійчук, М.І. Козуляк, А.І. Лагойда, Н.В. Ткачешак

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 504521,  
e-mail: lahoйдаandrii@gmail.com

*Робота присвячена дослідженню актуальної науково-практичної задачі, яка полягає у встановленні залежностей та побудові математичної моделі динаміки відцентрового нагнітача природного газу компресорного агрегату. Запропонована модель ґрунтується на основних законах термодинаміки і враховує наявність антипомпажного клапана, що дозволить проводити імітаційні експерименти в помпажній зоні роботи нагнітача з метою синтезу ефективних систем керування та протиаварійного захисту компресора.*

Ключові слова: магістральний газопровід, компресорний агрегат, антипомпажний клапан, математична модель, нагнітач.

*Работа посвящена исследованию актуальной научно-практической задачи, которая заключается в установлении зависимостей и построении математической модели динамики центробежного нагнетателя природного газа компрессорного агрегата. Предложенная модель основывается на основных законах термодинамики и учитывает наличие антипомпажного клапана, что позволит проводить имитационные эксперименты в помпажной зоне работы нагнетателя с целью синтеза эффективных систем управления и протиаварийной защиты компрессора.*

Ключевые слова: магистральный газопровод, компрессорный агрегат, антипомпажного клапан, математическая модель, нагнетатель.

*The article is devoted to study of the topical scientific and practical problem, which consists in establishing of dependencies and building of a mathematical model of dynamics of the natural gas centrifugal supercharger of the compressor unit. The proposed model is based on fundamental laws of thermodynamics and takes into account the blow off valve availability that will allow carrying out of simulation experiments in the supercharger surge zone to synthesize effective management systems and compressor emergency shutdown.*

Keywords: main pipeline, compressor unit, blow off valve, mathematical model, supercharger.

**Вступ.** Процес компримування природного газу відцентровим нагнітачем здійснюється за рахунок енергії обертання робочого колеса. З робочого колеса газ потрапляє до напрямного апарата, що має назву дифузор. У дифузорі кінетична енергія газу частково перетворюється в потенційну, що призводить до зростання тиску [1]. У подальшому газ надходить до нагнітальної камери, де відбувається подальше перетворення енергії.

Компримування природного газу часто супроводжується таким явищем, як помпаж, яке виникає при зменшенні витрати через нагнітач. Для явища помпажу характерним є виникнення коливань значної амплітуди всього потоку в нагнітачі. При таких коливаннях газ подається поштовхами, що призводить до сильних ударів та зміни споживаної потужності [2]. Як наслідок, ускладнюється експлуатація нагнітачів природного газу, а в окремих випадках можливе їх руйнування.

**Аналіз попередніх досліджень.** Оскільки явище помпажу негативно впливає на процес експлуатації нагнітачів природного газу, то цьому явищу присвячена значна кількість наукових публікацій [2,3,10,11,12,13,14]. Характерною рисою яких є вивчення явищ помпажу, з точки зору виявлення конструктивних особливостей, які здатні забезпечити стійку роботу нагнітачів.

У роботі [2] для вивчення явища помпажу розроблена спрощена модель компресора, яка не враховує ступінь підвищення тиску газу, що дало підстави автору зробити припущення про незмінність густини газу і температури при проходженні потоку через компресор.

Автори робіт [3, 4] у своїх дослідженнях опирались на роботи Грейцера-Мура [5-7], у яких отримані математичні моделі, які враховують нелінійні особливості характеристик компресора і властивості приєднаної до нього мережі.

У роботі [3] шляхом лінеаризації математичної моделі Грейцера-Мура визначено особливі точки та побудовано фазовий портрет системи, на основі якого проведений біфуркаційний аналіз.

Для виявлення впливу перепуску потоку через антипомпажний клапан на розвиток явища помпажу у роботі [4] в модель Грейцера-Мура без належного обґрунтування уведена величина потоку, який подається з виходу компресора на його вхід.

Недоліком вказаних робіт є те, що нагнітач, як газодинамічна система, не розглядається як кібернетична система у термінах «вхід-вихід».

**Постановка завдання.** Метою математичного моделювання явища помпажу у відцентровому нагнітачі природного газу є встанов-

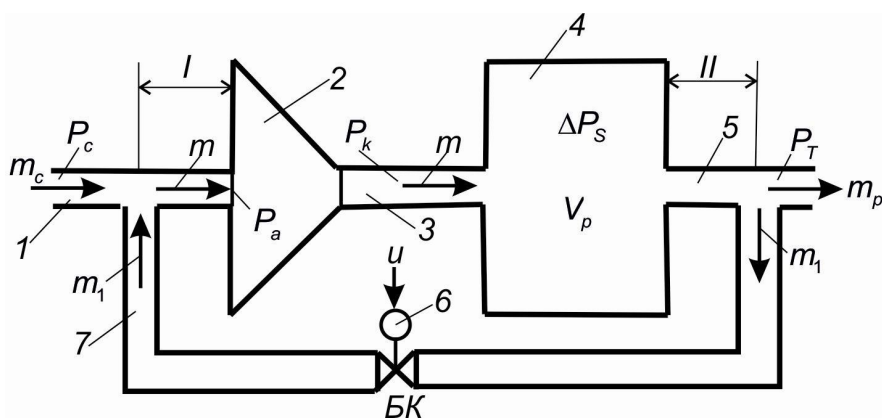


Рисунок 1 – Схематичне зображення нагнітача природного газу

лення функціонального взаємозв'язку між вхідними і вихідними величинами системи, що дасть змогу включити розроблену модель до моделі «газоперекачувальний агрегат – мережа».

**Виклад основного матеріалу.** Схематичне зображення нагнітача природного газу показано на рисунку 1. Система компримування природного газу складається із впускного каналу 1, яким потік  $Q_c$  надходить під тиском  $P_c$ , осьового нагнітача природного газу 2, з виходу якого через вихідний канал 3 газ надходить в ємність 4. Із ємності 4 газ вихідним каналом 5 подається у мережу. У разі виникнення помпажу частина газу із вихідного каналу 5 через антипомпажний клапан 6 каналом 7 надходить на вхід осьового нагнітача 7.

Запишемо рівняння збереження кількості руху [2] для ділянки I (рис. 1):

$$\frac{d(M_b v)}{dt} = F, \quad (1)$$

де  $M_b$  - маса газу на нагнітанні;  
 $v$  - швидкість газу.

Силу  $F$  визначимо за такою формулою:

$$F = S_1 (P_c - P_a), \quad (2)$$

де  $S_1$  - поперечний переріз трубопроводу.

Масу газу, яка знаходиться в об'ємі  $V_b$ , обчислимо за формулою:

$$M_b = V_b \rho_c, \quad (3)$$

де  $\rho_c$  - густина газу на вході у нагнітач.

Очевидно, що швидкість газу буде такою:

$$v = \frac{Q}{S_1}, \quad (4)$$

де  $Q$  - об'ємна витрата газу на вході нагнітача.

Підставляючи (2) - (4) в (1), отримаємо:

$$\frac{V_b}{S_1} \cdot \frac{d(Q \rho_c)}{dt} = S_1 (P_c - P_a). \quad (5)$$

Допускаючи, що температура газу є незмінною, із рівняння стану газу визначимо:

$$\rho_c = z \frac{P_c}{P_0} \rho_0,$$

де  $P_0, \rho_0$  - певні «базові» значення тиску і густини природного газу;

$$z = \frac{Z_c}{Z_0}; \quad Z_c, Z_0 - \text{коефіцієнти стисливості газу.}$$

Оцінимо величину  $z$ . Для цього скористаємося результатами експериментальних досліджень, які отримані на КС-3 Долинського лінійного управління магістральними газопроводами ДП «Прикарпаттрансгаз». Значення коефіцієнтів стисливості газу  $Z_0$  і  $Z_c$  обчислювалось за методикою описаною у [8]. Обсяг вибірки становив  $N = 7527$  значень  $Z_0$  і  $Z_c$ . Графік зміни  $z$  у часі показаний на рис. 2, із якого видно, що значення  $z$  близьке до одиниці. Було знайдено математичне сподівання  $M[z] = 1,0036$  та середньоквадратичне відхилення  $\sigma = 2,829 \cdot 10^{-4}$ . Для перевірки гіпотези  $H_0$  про рівність  $M[z] = 1$  був використаний двосторонній критерій Ст'юдента [9]. Для рівня значущості 0,01 було встановлено, що гіпотезу  $H_0$  слід прийняти. Таким чином, з прийнятною для практики точністю можна вважати, що при відносно невеликих відхиленнях тиску  $P$  від його «базового» значення  $P_0$  можна прийняти, що  $z = 1$ .

За умови, що  $z = 1$  будемо мати:

$$\frac{P_c}{P_0} = \frac{\rho_c}{\rho_0}. \quad (6)$$

З врахуванням (6) рівняння (5) набуде такого вигляду:

$$\frac{\rho_0 V_b}{S_1 P_0} \cdot \frac{d(Q P_c)}{dt} = S_1 (P_c - P_a).$$

Оскільки  $Q$  і  $P_c$  є функціями часу, то:

$$P_c \frac{dQ}{dt} + Q \frac{dP_c}{dt} = a (P_c - P_a), \quad (7)$$

де  $a = \frac{S_1^2 P_0}{\rho_0 V_b}$ .

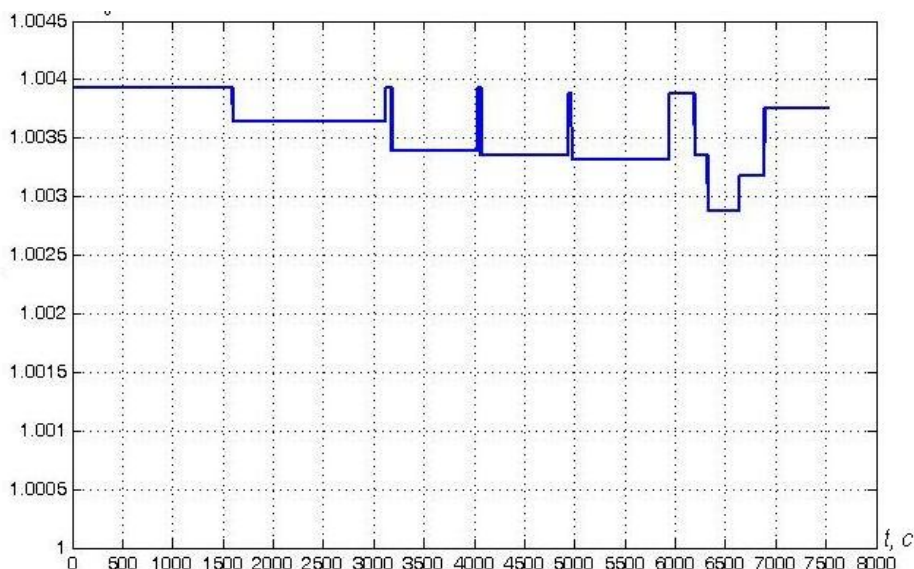


Рисунок 2 – Зміна величини  $z$  у часі

Для знаходження величини  $\frac{dP_c}{dt}$  запишемо рівняння збереження кількості речовини для об'єму  $V_b$ . Отже,

$$\frac{dM_b}{dt} = m_c + m_1 - m,$$

де  $m_c$ ,  $m_1$  і  $m$  - масові витрати (рис. 1).

Оскільки  $M_b = \rho_c V_b$ ,

$m_0 + m_1 - m = \rho_c (Q_c + Q_1 - Q)$ , то:

$$V_b \frac{d\rho_c}{dt} = \rho_c (Q_c + Q_1 - Q).$$

З врахуванням (6), будемо мати:

$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{P_c}{V_b} (Q_c + Q_1 - Q).$$

Витрата через байпас  $Q_1$  визначається характеристикою байпасного (антипомпажного) клапану БК (рис. 1):

$$Q_1 = \beta(u, \Delta P_{кл}), \quad (8)$$

де  $u$  - командний сигнал на відкриття БК;  
 $\Delta P_{кл}$  - перепад тиску на БК.

З врахуванням значення  $Q_1$ , матимемо:

$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{P_c}{V_b} (Q_c + \beta(u, \Delta P_{кл}) - Q). \quad (9)$$

Значення  $\frac{dP_c}{dt}$  із (9) підставимо у рівняння (7). У результаті отримаємо:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{a}{P_c} (P_c - P_a) - \frac{Q}{V_b} (Q_c + \beta(u, \Delta P_{кл}) - Q). \quad (10)$$

Для ємності  $V_p$  і ділянки обв'язки нагнітача II запишемо рівняння збереження кількості речовини:

$$\frac{dM_h}{dt} = m - m_1 - m_p. \quad (11)$$

Допускаємо, що густина газу у вихідному тракці компресора дорівнює  $\rho_2$ . Тоді рівняння (11), з врахуванням того, що  $M_h = \rho_2 V_h$  і  $m - m_1 - m_p = \rho_2 (Q_k - Q'_1 - Q_p)$ , набуде такого вигляду:

$$V_h \frac{d\rho_2}{dt} = \rho_2 (Q_k - Q'_1 - Q_p), \quad (12)$$

де  $V_h$  - сумарний об'єм  $V_p$  і ділянки II;

$Q_k$  - витрата газу на виході із нагнітача.

Приймаючи, що після нагнітача має місце адиабатичний процес, можемо записати:

$$\frac{\rho_2^\gamma}{P_k} = c, \quad (13)$$

де  $\gamma$  - показник адиабати;

$c$  - постійна величина.

Із рівняння (13) знаходимо:

$$\rho_2 = (c P_k)^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (14)$$

Візьмемо похідну від лівої і правої частин останнього рівняння. У результаті отримаємо:

$$\frac{d\rho_2}{dt} = c^{\frac{1}{\gamma}} P_k^{\frac{1}{\gamma}-1} \frac{dP_k}{dt}. \quad (15)$$

Значення  $\rho_2$  і  $\frac{d\rho_2}{dt}$  із (13) і (15) підставимо в рівняння (12). У результаті отримаємо:

$$\frac{dP_k}{dt} = \frac{\gamma}{V_h} P_k (Q_k - Q'_1 - Q_p).$$

Оскільки байпасний клапан працює у режимі «відкрито-закрито», то втратою тиску на БК можна знехтувати. Тоді  $Q'_1 = Q_1$ .

Якщо врахувати значення  $Q_1$ , яке задано формулою (8), то останнє рівняння набуде такого вигляду:

$$\frac{dP_k}{dt} = \frac{\gamma}{V_h} P_k (Q_k - \beta(u, \Delta P_{кл}) - Q_p). \quad (16)$$

При проходженні газу через нагнітач масо-ва витрата  $m$  залишається незмінною. Тому  $Q\rho_a = Q_k\rho_k$ . Звідси:

$$Q_k = Q \frac{\rho_a}{\rho_k}.$$

Із рівняння стану газу знаходимо:

$$\frac{P_k}{P_a} = z \frac{\rho_k}{\rho_a} \cdot \frac{T_k}{T_a}, \quad (17)$$

де  $z = \frac{Z_k}{Z_a}$ ;  $Z_k, Z_a$  - коефіцієнти стисливості газу на виході і вході нагнітача;

$T_k, T_a$  - температура газу на виході і вході нагнітача.

Якщо використати рівняння політропи і газового стану [1], то можна показати що:

$$\frac{T_k}{T_a} = \left( \frac{P_k}{P_a} \right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (18)$$

Підстановка (18) у рівняння (17) дає:

$$\frac{P_k}{P_a} = z \frac{\rho_k}{\rho_a} \cdot \left( \frac{P_k}{P_a} \right)^{\frac{n-1}{n}},$$

де  $n$  - об'ємний показник політропи.

Допускаючи, що  $z \approx 1$ , із останнього співвідношення знаходимо:

$$\frac{\rho_k}{\rho_a} = \left( \frac{P_k}{P_a} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

Отже,

$$Q_k = Q \left( \frac{P_k}{P_a} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (19)$$

Ступінь підвищення тиску газу відцентровим нагнітачем природного газу визначають як відношення тиску на виході нагнітача до тиску на його вході [8]:

$$\frac{P_k}{P_a} = \varphi.$$

При постійній швидкості обертання ротора нагнітача величина  $\varphi$  є функцією витрати  $Q$  на його вході. Отже,

$$\frac{P_k}{P_a} = \varphi(Q).$$

Із останнього співвідношення знайдемо:

$$P_a = \frac{P_k}{\varphi(Q)}.$$

З врахуванням значення  $P_a$  рівняння (10) набуде такого вигляду:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{a}{P_c} \left( P_c - \frac{P_k}{\varphi(Q)} \right) - \frac{Q}{V_b} (Q_c + \beta(u, \Delta P_{кл}) - Q). \quad (20)$$

Очевидно, що тиск  $P_T = P_k - \Delta P_s$ , де  $\Delta P_s$  - втрати тиску при проходженні потоку газу через ємність  $V_p$ . Якщо знехтувати значенням

$\Delta P_s$ , то  $P_k = P_T$ . Крім того, врахуємо, що  $Q_p$  визначається [1] функцією характеристики мережі -  $Q_p = \pi(P_T)$ . А із рівняння (19) випливає,

$$\text{що } Q_k = Q \cdot (\varphi(Q))^{-\frac{1}{n}}.$$

Останні міркування дають змогу рівняння (16) і (20) подати у такому вигляді:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{a}{P_c} \left( P_c - \frac{P_T}{\varphi(Q)} \right) - \frac{Q}{V_b} (Q_c + \beta(u, \Delta P_{кл}) - Q), \quad (21)$$

$$\frac{dP_T}{dt} = \frac{\gamma}{V_h} P_T \left( Q \cdot (\varphi(Q))^{-\frac{1}{n}} - \beta(u, \Delta P_{кл}) - \pi(P_T) \right). \quad (22)$$

Система диференціальних рівнянь (21) і (22) при зроблених допущеннях описує зміни у часі витрати  $Q$ , приведені до входу нагнітача, і тиску  $P_T$  на його виході.

Рівняння (20) і (21) приведемо до безрозмірного вигляду. Для цього визначимо безрозмірний час  $\tau = \frac{Q_0 t}{V_b}$ , а також безрозмірні витрати

$$q = \frac{Q}{Q_0}, \quad q_c = \frac{Q_c}{Q_0} \text{ і тиски } p_c = \frac{P_c}{P_0}, \quad p_T = \frac{P_T}{P_0}. \text{ Тоді:}$$

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{A}{P_c} \left( p_c - \frac{p_T}{\varphi(q)} \right) - q (q_c + B(u, \Delta p_{кл}) - q), \quad (23)$$

$$\frac{dp_T}{d\tau} = \gamma \frac{V_b}{V_h} p_T \left( q \cdot (\varphi(q))^{-\frac{1}{n}} - B(u, \Delta p_{кл}) - \Pi(p_T) \right), \quad (24)$$

$$\text{де } A = \frac{P_0}{\rho_0} \cdot \left( \frac{S_1}{Q_0} \right)^2, \quad B(u, \Delta p_{кл}) = \frac{1}{Q_0} \beta(u, \Delta P_{кл}),$$

$$\Pi(p_T) = \frac{1}{Q_0} \pi(p_T).$$

Аналіз рівнянь (21) і (22) свідчить, що процес компримування природного газу слід розглядати як кібернетичну систему, схема якої наведена на рисунку 3.

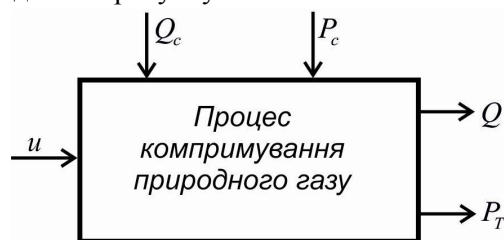


Рисунок 3 – Процес компримування як кібернетична система

Входами такої системи є командний сигнал  $u$ , об'ємна витрата газу  $Q_c$  і тиск  $P_c$ , а виходи – об'ємна витрата  $Q$  і тиск  $P_T$ .

**Висновки.** В результаті проведених досліджень встановлено функціональний зв'язок між вхідними і вихідними величинами системи, що дасть змогу включити розроблену модель до моделі «газоперекачувальний агрегат – мережа».

**Література**

- 1 Трубопровідний транспорт газу: монографія / М. П. Ковалко, В. Я. Грудз, В. Б. Михалків, Д. Ф. Тимків, Л. С. Шлапак, О. М. Ковалко. – Київ: Арена Еко, 2002. – 600 с.
- 2 Казакевич В. В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах / В. В. Казакевич. – М.: Машиностроение, 1974. – 265 с.
- 3 Волянська Л. Г. Динаміка втрати газодинамічної стійкості в осьовому компресорі / Л. Г. Волянська // Вісник НАУ. - 2005. - № 3. - С. 104 - 107.
- 4 Цебенко М. В. Математические модели устранения помпажа в центробежном компрессоре / М. В. Цебенко, А. В. Садовой, Р. С. Волянский // Вісник КДУ ім. М. Остроградського. - 2010. - Випуск 4(63). - С. 167 - 169.
- 5 Moor F. K. A theory of rotating of multi-stage compressor / F. K. Moor // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. - 1984. - 106. - P. 313 - 349.
- 6 Moor F. K. A theory of post-stall transients in axial flow compressor / F. K. Moor, E. M. Greitzer // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. - 1986. - 108(1). - P. 68 - 76.
- 7 Greitzer E. M. Surge and rotating stall in axial flow compressor: Part 1. Theoretical compression System model / E. M. Greitzer // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. - 1976. - 98. - P. 190 - 198.
- 8 СОУ 60.3-30019801-011:2004. Компресорні станції. Контроль теплотехнічних та екологічних характеристик газоперекачуючих агрегатів. - К.: ДК „Укртрансгаз”, 2004 - 117 с.
- 9 Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами / Д. Химмельблау: пер. с англ. В. Д. Скаржинского. - М.: Мир, 1973. - 957 с.
- 10 Лагойда А.І. Визначення оптимального перехідного процесу в системі антипомпажного регулювання газоперекачувальним агрегатом / А. І. Лагойда, Г. Н. Семенцов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. - 2014. - № 5/8(71). - С. 26-30.
- 11 Аналіз динамічних властивостей відцентрового нагнітача ГПА з газотурбінним приводом як об'єкта керування / А. І. Лагойда, Ю. Є. Бляут, Є. М. Лесів, Г. Н. Семенцов // Нафтогазова енергетика. - 2012. - № 2. - С. 72-85.
- 12 Гіренко С.Г. Математичне моделювання ланок підсистеми антипомпажного регулювання докачуючої компресорної станції підземного сховища газу / С. Г. Гіренко // Нафтогазова енергетика. - 2008. - №2(7). - С.48-52.
- 13 Гіренко С.Г. Моделювання елементів магістрального газопроводу як об'єкта управління / С. Г. Гіренко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2008. – № 3. – С.76-81.
- 14 Гіренко С.Г. Математична модель та критерії нестационарності режимів транспортування газу для задач автоматизації процесів керування газотранспортною системою / С. Г. Гіренко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2008.– №1.– С.63-69.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
02.06.16*

*Рекомендована до друку  
професором **Семенцовим Г.Н.**  
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)  
професором **Мещеряковим Л.І.**  
(Державний ВНЗ «Національний гірничий  
університет», м. Дніпро)*