

# Техніка і технології

УДК 622.248

## ДИНАМІКА БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ПРИ ЛІКВІДАЦІЇ ПРИХОПЛЕНЬ УДАРНИМ СПОСОБОМ (частина 1)

В.М.Мойсишин, З.В.Кулинин

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42153  
e-mail: public@ifdtung.if.ua

*Предложена математическая модель процесса ликвидации прихвата буровой колонны ударным механизмом единичного действия. Диссипативные члены в дифференциальных уравнениях движения представлены слагаемыми, соответствующими силам вязкого и сухого (кулоновского) трения. Рассматриваемый процесс разбит на четыре этапа: натяжение аварийной компоновки, разгон составных частей колонны, ударное взаимодействие бойка и наковальни, послепударное движение составных частей механической системы.*

*Mathematical model of the elimination process of string sticking by the single action shock mechanism is suggested. Dissipating members of differential equations of motion are presented by items which correspond to viscous and dry friction forces. The process under consideration is divided into four stages: accident assembly tension, string parts momentum, shock interaction of hammer and anvil, after-shock motion of component parts of the mechanical system.*

Прихоплення бурильної колони є найбільш поширеною і складною групою аварій при поглибленні свердловин. У загальному обсязі аварійних робіт на їх частку припадає до 70% непродуктивних витрат засобів і часу.

Одним з найбільш ефективних способів ліквідації ряду різновидів важких прихоплень бурильної колони є створення динамічних навантажень ударними механізмами (УМ), при спрацьовуванні яких збурення передається на прихоплену ділянку труб, сприяючи руйнуванню накладених в'язей та зміні реологічних властивостей утримуючого середовища.

Перший етап характеризуємо натягом аварійної компоновки, що триває до роз'єднання замкової пари. На другому етапі спостерігаємо розгін складових частин компоновок до моменту спрацьовування ударного пристрою. Він забезпечується перетворенням потенціальної енергії пружно деформованої бурильної колони в кінетичну енергію ударної маси ОБТ ("молота"). На третьому етапі має місце ударна взаємодія "молота" і "ковадла", а на четвертому — післяударний рух частин механічної системи.

Ряд важливих теоретичних і практичних результатів, що стосуються ліквідації прихоплень бурильної колони динамічними методами, одержано в роботах [1-3]. Однак слід звернути увагу на те, що удар розглядається авторами абсолютно жорстким, нижній переріз "голови"

прихоплення — жорстко зацмеленим, а сам процес моделюється не на всіх етапах.

З метою уникнення цих недоліків у пропонуваній роботі поведінку бурової механічної системи, змодельованої на всіх чотирьох етапах, розв'язання задачі на етапі удару проведено на основі синтезу хвильової теорії та теорії локальних деформацій, а розподілену по довжині утримуючу силу враховано доданком, що відповідає силам сухого (кулонівського) тертя.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розрахункову схему подано на рис. 1. Вона включає талеву систему 1, представлену масою  $M_0$  її рухомих частин і жорсткістю  $c_0$  талевих канатів, бурильні труби 2, секцію ОБТ 3, приєднану до бойка ударного механізму. У сукупності ці елементи складають так звану аварійну компоновку.

До складу прихопленої компоновки входять вільна 5 (та, що під ударним механізмом 4) і прихоплена 6 секції труб, а також долото 7, на яке діє реакція вибою  $\bar{R}_6$ . Якщо ж долото не опирається на вибій, то до числа факторів, які діють на прихоплену секцію труб, силу  $\bar{R}_6$  не включаємо.

Аварійна та прихоплена компоновки моделюються як системи з розподіленими параметрами. Секції труб представлено тонкими стрижками

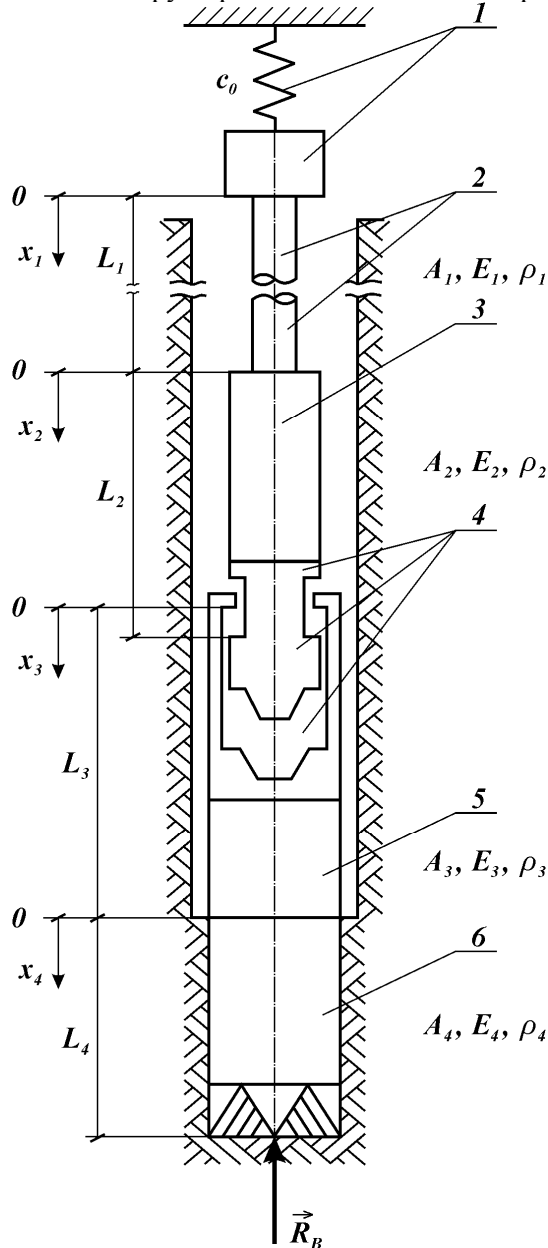


Рисунок 1 — Розрахункова схема

нями з відповідною довжиною  $L_k$ , площею поперечного перерізу  $A_k$ , модулем пружності  $E_k$  і густиною матеріалу труб  $\gamma_k$ . У результаті додавання сил, що діють на нескінченно малий елемент труби, після граничного переходу одержимо рівняння руху  $k$ -тої секції

$$c_k^2 \frac{\partial^2 u_k(x_k, t)}{\partial x_k^2} = \frac{\partial^2 u_k(x_k, t)}{\partial t^2} + 2h \frac{\partial u_k(x_k, t)}{\partial t} - g, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (1)$$

де:  $u_k(x_k, t)$  — зміщення елемента  $k$ -тої секції труб з координатою  $x_k$  в момент часу  $t$ ;  $c_0$  — швидкість поширення пружних хвиль у матері-

алі труб;  $h$  — коефіцієнт дисипації енергії;  $g$  — прискорення вільного падіння.

Диференціальне рівняння руху прихопленої секції труб ( $k = 4$ ) подамо таким чином:

$$c_4^2 \frac{\partial^2 u_4(x_4, t)}{\partial x_4} = \frac{\partial^2 u_4(x_4, t)}{\partial t^2} + 2h \frac{\partial u_4(x_4, t)}{\partial t} + f_0 \text{sign} \frac{\partial u_4(x_4, t)}{\partial t} - g, \quad (2)$$

де:  $f = \frac{\mu b_0 \Delta p + \tau_a b_1}{\gamma_4 A_4}$ ;  $\mu$  — коефіцієнт тертя труби об кірку;  $b_0, b_1$  — відповідно усереднена ширина смуги прихоплення та її хорда;  $\Delta p$  — усереднений перепад тиску, що притискає трубу до стінки свердловини;  $\tau_a$  — дотичне напруження адгезії.

Конкретний вигляд рівняння руху прихопленої секції труб залежить від закону сил тертя, який диктує той чи інший вид прихоплення. Так, зокрема, рівняння (2) характерне для диференціальних прихоплень, причиною яких є перепад тиску. Для прихоплення, причиною яких є обвали, осипання або повзучість пластичних порід, третій доданок в правій частині (2) можна взяти у вигляді полінома  $r$ -го степеня [4, 5]

$$\sum_{v=0}^r Q_v x_4^v \text{sign} \frac{\partial u_4(x_4, t)}{\partial t},$$

який описує дію утримуючої сили як функцію координати  $x_4$ . Його коефіцієнти пропонується шукати за інтерполяційною формулою Ньютона. Вихідною інформацією для цього повинні служити геофізичні дані про утримуючі сили в перерізах з координатами  $x_{4v}$ .

Взаємодія секції труб між собою на стиках, у місцях установки ударного пристрою, а також взаємодія долота з вибоєм та аварійної компоновки з буровою установкою моделюються відповідними граничними умовами. Запишемо їх для доударних етапів розглядуваного процесу:

на верхньому кінці аварійної компоновки

$$\frac{\partial u_1(0, t)}{\partial x_1} - k_0 u_1(0, t) = \alpha_0 \frac{\partial^2 u_1(0, t)}{\partial t^2} - \beta_0, \quad (3)$$

де:  $k_0 = \frac{c_0}{A_1 E_1}$ ,  $\alpha_0 = \frac{M_0}{A_1 E_1}$ ,  $\beta_0 = \frac{M_0 g}{A_1 E_1}$ ;

в місці переходу від бурильних труб до ОБТ

$$\frac{\partial u_1(L_1, t)}{\partial x_1} = k_1 \frac{\partial u_2(0, t)}{\partial x_2} + \beta_1, \quad (4)$$

$$u_1(L_1 t) = u_2(0 t),$$

де:  $k_1 = \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1}$ ;  $\beta_1 = \frac{q(A_2 - A_1) g L_1}{A_1 E_1}$ ;  $q$  — густина бурового розчину;

на нижньому кінці аварійної компоновки

$$\frac{\partial u_2(L_2, t)}{\partial x_2} = -\beta_2, \quad (5)$$

де  $\beta_2 = \frac{q g (L_1 + L_2)}{E_2}$ ;

на верхньому кінці прихопленої компоновки

$$\frac{\partial u_3(0, t)}{\partial x_3} = -\beta_3^{(0)}, \quad (6)$$

де  $\beta_3^{(0)} = \frac{q g (L_1 + L_2)}{E_3}$ ;

в місці переходу від вільної до прихопленої секції труб

$$\frac{\partial u_3(L_3, t)}{\partial x_3} = \frac{\partial u_4(0, t)}{\partial x_4}, \quad (7)$$

$$u_3(L_3, t) = u_4(0, t);$$

на долоті

$$\frac{\partial u_4(L_4, t)}{\partial x_4} = \beta_4, \quad (8)$$

де  $\beta_4 = \frac{R_b}{A_4 E_4}$ .

Якщо труби вільної та прихопленої секцій не однакові, то першу з умов (7) слід переписати у вигляді

$$\frac{\partial u_3(L_3, t)}{\partial x_3} = k_3 \frac{\partial u_4(0, t)}{\partial x_4} + \beta_3,$$

де  $k_3 = \frac{A_4 E_4}{A_3 E_3}$ ,  $\beta_3 = \frac{q(A_4 - A_3)q(L_1 + L_2 + L_3)}{A_3 E_3}$ .

Коли долото не опирається на вибій, то

$$\frac{\partial u_4(L_4, t)}{\partial x_4} = -\tilde{\beta}_4,$$

де  $\tilde{\beta}_4 = \frac{q g (L_1 + L_2 + L_3 + L_4)}{E_4}$ .

Розв'язання задачі на першому етапі (натяг) дає можливість сформулювати початкові умови для другого етапу (розгін аварійної та прихопленої компоновок), а знайдений розв'язок на другому етапі дає можливість записати початкові умови для третього етапу (ударна взаємодія бойка і "ковадла").

Зрозуміло, що запропоновану постановку задачі нескладно поширити на довільну кількість секцій труб як в аварійній, так і прихопленій компоновках.

## 2 НАТЯГ АВАРІЙНОЇ ТА ПРИХОПЛЕНОЇ КОМПОНОВОК

Для розв'язання диференціальних рівнянь (1), (2) поряд з граничними умовами (3)-(8) потрібні і початкові умови. Сформулюємо їх для

задачі про розгін аварійної та прихопленої компоновок, тобто розв'яжемо задачі їх натягу (забезпечимо задану силу розчеплення  $\bar{F}_p$  замкової пари).

Інтегруючи рівняння балансу сил для довільного перерізу першої секції труб

$$-A_1 E_1 \frac{\partial u_1(x_1, 0)}{\partial x_1} + \rho_1 (L_1 - x_1) + \rho_2 L_2 + q(A_2 - A_1)g L_1 - q A_2 g (L_1 + L_2) + F_p = 0,$$

одержимо таку початкову умову:

$$u_1(x_1, 0) = a_1^{(0)} + a_1^{(1)} x_1 + a_1^{(2)} x_1^2; \quad (9)$$

$$0 \leq x_1 \leq L_1,$$

де:  $a_1^{(2)} = -\frac{\rho_1}{2A_1 E_1}$ ;  $a_1^{(1)} = \frac{1}{A_1 E_1} [\rho_1 L_1 + \rho_2 L_2 + q(A_2 - A_1)q L_1 + F_p - q A_2 g (L_1 + L_2)]$ ;

$$a_1^{(0)} = \frac{a_1^{(1)} + \beta_0}{k_0}.$$

Тут і надалі під  $\rho_k$  будемо розуміти вагу погонного метра труб  $\kappa$ -тої секції, тобто  $\rho_k = \gamma_k A_k g$ ,  $\kappa = 1, 4$ .

Аналогічно для другої секції труб будемо мати

$$u_2(x_2, 0) = a_2^{(0)} + a_2^{(1)} x_2 + a_2^{(2)} x_2^2; \quad (10)$$

$$0 \leq x_2 \leq L_2,$$

де:  $a_2^{(2)} = -\frac{\rho_2}{2A_2 E_2}$ ;

$$a_2^{(1)} = \frac{1}{A_2 E_2} [\rho_2 L_2 + F_p - q A_2 g (L_1 - L_2)].$$

З другої умови системи рівностей (4) випливає

$$a_2^{(0)} = a_1^{(0)} + a_1^{(1)} L_1 + a_1^{(2)} L_1^2.$$

В момент розчеплення замкової пари швидкості переміщень перерізів аварійної компоновки прийемо рівними нулю

$$\frac{\partial u_1(x_1, 0)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial u_2(x_2, 0)}{\partial t} = 0. \quad (11)$$

Згідно з розрахунковою схемою на рис. 1 прихоплена компоновка включає дві секції труб: верхню ("голову" прихоплення), вільну від розподіленої по довжині утримуючої сили, та нижню, на яку ця утримуюча сила діє.

Враховуючи наявність поверхневої утримуючої сили, прихоплену секцію труб розіб'ємо на три ділянки: розтягнену внаслідок дії розтягуючої сили  $F_p > \rho_3 L_3 + q A_3 g (L_1 + L_2)$ ; нездеформовану, для якої початкове зміщення рівне нулю, та стиснену силою  $\bar{R}_b$  (якщо долото не

опирається на вибій, то — силою  $qA_4g(L_1 + L_2 + L_3 + L_4)$ .

З рівняння балансу сил для “голови” прихоплення

$$A_3E_3 \frac{\partial u_3(x_3, 0)}{\partial x_3} + \rho_3(L_3 - x) + qA_3g(L_1 + L_2) - F_p = 0$$

після інтегрування знаходимо

$$u_3(x_3, 0) = a_3^{(0)} + a_3^{(1)}x_3 + a_3^{(2)}x_3^2; \quad (12)$$

$$0 \leq x_3 \leq L_3,$$

$$\text{де: } a_3^{(2)} = -\frac{\rho_3}{2A_3E_3};$$

$$a_3^{(1)} = \frac{1}{A_3E_3} [F_p - \rho_3L_3 - qA_3g(L_1 + L_2)].$$

Про знаходження сталої інтегрування  $a_3^{(0)}$  буде сказано нижче.

З рівняння для розтягнутої частини четвертої секції труб

$$A_4E_4 \frac{\partial u_4(x_4, 0)}{\partial x_4} + \rho_3L_3 + \rho_4L_4 + qA_3g(L_1 + L_2) + F_0x_4 - F_p = 0$$

одержимо

$$u_4(x_4, 0) = a_4^{(0)} + a_4^{(1)}x_4 + a_4^{(2)}x_4^2;$$

$$0 \leq x \leq L_{p4},$$

$$\text{де: } a_4^{(2)} = -\frac{\rho_4 + F_0}{2A_4E_4};$$

$$a_4^{(1)} = \frac{F_p - \rho_3L_3 - qA_3g(L_1 + L_2)}{A_4E_4};$$

$F_0 = \mu b_0 \Delta p + \tau_a b_1$  — розподілена по довжині секції труб прихоплююча сила [6, 7];

$L_{p4}$  — довжина розтягнутої ділянки секції.

Тепер зупинимось на знаходженні сталих інтегрування  $a_3^{(0)}, a_4^{(0)}$ . Якщо *нездеформовану частину* вважати окремою секцією труб ( $\kappa = 4'$ ), то граничні умови слід було б записати у вигляді

$$u_4(L_{p4}, 0) = u_{4'}(0, 0); \quad \frac{\partial u_4(L_{p4}, 0)}{\partial x_4} = \frac{\partial u_{4'}(0, 0)}{\partial x_{4'}}.$$

Подаючи переміщення  $u_{4'}(x_{4'}, 0)$  у вигляді

$$u_{4'}(x_{4'}, 0) = a_{4'}^{(0)} + a_{4'}^{(1)}x_{4'} + a_{4'}^{(2)}x_{4'}^2; \quad 0 \leq x_{4'} \leq L_{4'},$$

де  $L_{4'}$  — довжина нездеформованої частини четвертої секції, зауважимо, що  $u_{4'}(x_{4'}, 0) = 0$  незалежно від значення  $x_{4'}$ , тобто  $a_{4'}^{(2)} = 0$ ,  $a_{4'}^{(1)} = 0$ ,  $a_{4'}^{(0)} = 0$ .

Довжину розтягнутої частини  $L_{p4}$  знаходимо з другої із наведених вище граничних умов

$$\left. \frac{\partial u_4(x_4, 0)}{\partial x_4} \right|_{x_4=L_{p4}} = 0 \Rightarrow 2a_4^{(2)}L_{p4} + a_4^{(1)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_{p4} = -\frac{a_4^{(1)}}{2a_4^{(2)}}.$$

Сталу  $a_4^{(0)}$  знаходимо з першої зі згаданих умов

$$a_4^{(0)} = -a_4^{(1)}L_{p4} - a_4^{(2)}L_{p4}^2,$$

а сталу  $a_3^{(0)}$  — з другої рівності умов (7)

$$a_3^{(0)} = -a_4^{(0)} - a_3^{(1)}L_3 - a_3^{(2)}L_3.$$

Початкове зміщення *стисненої частини четвертої секції труб* (позначимо його та відповідні коефіцієнти ризику зверху) знаходимо з рівняння

$$-A_4E_4 \frac{\partial \bar{u}_4(x_4, 0)}{\partial x_4} - R_b + \rho_4(L_4 - x_4) + F_0(L_4 - x_4) = 0.$$

Отже,

$$\bar{u}_4(x_4, 0) = \bar{a}_4^{(0)} + \bar{a}_4^{(1)}x_4 + \bar{a}_4^{(2)}x_4^2, \quad L_{c4} < x \leq L_4,$$

$$\text{де: } \bar{a}_4^{(2)} = \frac{-\rho_4F_0}{2A_4E_4}; \quad \bar{a}_4^{(1)} = \frac{(\rho_4L_4 + F_0L_4 - R_b)}{A_4E_4};$$

$L_{c4}$  — координата перерізу, з якого починається стиснена частина низу прихопленої компоновки.

Довжину  $L_{c4}$  шукаємо з умови

$$\left. \frac{\partial \bar{u}_4(x_4, 0)}{\partial x_4} \right|_{x=L_{c4}} = 0 \Rightarrow L_{c4} = -\frac{\bar{a}_4^{(1)}}{2\bar{a}_4^{(2)}},$$

а сталу  $\bar{a}_4^{(0)}$  з рівності

$$\bar{a}_4^{(0)} + \bar{a}_4^{(1)}L_{c4} + \bar{a}_4^{(2)}L_{c4}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{a}_4^{(0)} = -\bar{a}_4^{(1)}L_{c4} - \bar{a}_4^{(2)}L_{c4}^2.$$

Таким чином, зібравши всі дані про переміщення розглянутої секції, початкову умову для задачі розгону подамо у вигляді

$$u_4(x_4, 0) = \begin{cases} a_4^{(0)} + a_4^{(1)}x_4 + a_4^{(2)}x_4^2, & 0 \leq x_4 < L_{p4}; \\ 0, & L_{p4} \leq x_4 \leq L_{c4}; \\ \bar{a}_4^{(0)} + \bar{a}_4^{(1)}x_4 + \bar{a}_4^{(2)}x_4^2, & L_{c4} < x_4 \leq L_4. \end{cases} \quad (13)$$

Початкові швидкості для секцій прихопленої компоновки прийемо рівними нулю

$$\frac{\partial u_3(x_3, 0)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial u_4(x_4, 0)}{\partial t} = 0. \quad (14)$$

### 3 ДОУДАРНИЙ РУХ СКЛАДОВИХ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ (РОЗГІН)

В цій частині статті розглянемо поведінку системи на проміжку часу  $[0; t_y]$ , відлік якого почнемо від моменту розчеплення замкової пари. Момент зустрічі  $t_y$  бойка з “ковадлом” знаходимо як найменший корінь рівняння (якщо такий існує)

$$u_3(0, t_y) - u_2(L_2, t_y) - u_3(0, 0) + u_2(L_2, 0) = \delta, \quad (15)$$

де  $\delta$  – довжина вільного ходу ударного механізму.

Розгін аварійної компоновки ( $k=1,2$ ) описується диференціальними рівняннями з частинними похідними (1), граничними (3)-(5) і початковими (9), (10) умовами.

Оскільки вихідні диференціальні рівняння є неоднорідними з неоднорідними граничними умовами, то розв’язок задачі будемо шукати у вигляді суми

$$u_k(x_k, t) = u_k^*(x_k) + w_k(x_k, t), \quad k=1,2; \quad (16)$$

де:  $u_k^*(x_k)$  – частинні розв’язки рівнянь (1), що задовольняють неоднорідним граничним умовам,

$w_k(x_k, t)$  – загальні розв’язки однорідних рівнянь з однорідними граничними умовами.

Оскільки статичний розв’язок  $u_k^*$  не залежить від часу  $t$ , то гранична умова (3) не повинна містити інерційної складової. Тому перепишемо її у вигляді

$$\alpha_0 c_1^2 \frac{\partial^2 u_1(0, t)}{\partial x_1^2} - \frac{\partial u_1(0, t)}{\partial x_1} + k_0 u_1(0, t) = 0. \quad (3a)$$

Частинні розв’язки  $u_k^*(x_k)$  знаходимо безпосередньо з (1)

$$u_k^*(x_k) = b_k^{(0)} + b_k^{(1)} x_k + b_k^{(2)} x_k^2, \quad k=1,2, \quad (17)$$

де  $b_k^{(2)} = -\frac{g}{2c_k^2}$ .

Для задачі статики інерційною складовою в (3) слід знехтувати, тому першу з граничних умов подано таким чином:

$$\frac{du_1(0)}{dx_1} - k_0 u_1 = -\beta_0. \quad (3б)$$

Сталі інтегрування  $b_k^{(1)}, b_k^{(0)}$  знаходимо з умов (3б), (4), (5)

$$b_2^{(1)} = -\beta_2 - 2b_2^{(2)} L_2, \quad b_2^{(0)} = k_2 b_2^{(1)} + \beta_1 - 2b_1^{(2)} L_1,$$

$$b_1^{(0)} = \frac{b_1^{(1)} + \beta_0}{k_0}, \quad b_2^{(0)} = b_1^{(2)} L_1^2 + b_1^{(1)} L_1 + b_1^{(0)}.$$

Сформулюємо задачу математичної фізики для  $w_k(x_k, t), k=1,2$ :

диференціальні рівняння руху

$$c_k^2 \frac{\partial^2 w_k}{\partial x_k^2} = \frac{\partial^2 w_k}{\partial t^2} + 2h \frac{\partial w_k}{\partial t}, \quad (18)$$

граничні умови

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 c_1^2 \frac{\partial^2 w_1(0, t)}{\partial x_1^2} - \frac{\partial w_1(0, t)}{\partial x_1} + k_0 w_1(0, t) &= 0, \\ \frac{\partial w_1(L_1, t)}{\partial x_1} &= k_1 \frac{\partial w_2(0, t)}{\partial x_2}, \\ w_1(L_1, t) &= w_2(0, t), \quad \frac{\partial w_2(L_2, t)}{\partial x_2} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

початкові умови

$$\left. \begin{aligned} w_k(x_k, 0) &= u_k(x_k, 0) - u_k^*(x_k) = \\ &= \alpha_k^{(0)} + \alpha_k^{(1)} x_k + \alpha_k^{(2)} x_k^2, \\ \frac{\partial w_k(x_k, 0)}{\partial t} &= 0, \quad 0 \leq x_k \leq L_k; \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

де:  $\alpha_k^{(0)} = a_k^{(0)} - b_k^{(0)}, \alpha_k^{(1)} = a_k^{(1)} - b_k^{(1)},$

$$\alpha_k^{(2)} = a_k^{(2)} - b_k^{(2)}.$$

Розв’язок  $w_k(x_k, t)$  шукаємо за методом Фур’є

$$w_k(x_k, t) = X_k(x_k) T(t) \neq 0, \quad k=1,2.$$

Після розділення змінних одержимо систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} c_k^2 X_k'' + \lambda^2 X_k &= 0, \\ \ddot{T} + 2h\dot{T} + \lambda^2 T &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

де  $\lambda$  – власні значення задачі Штурма-Ліувілля ( $\lambda^2 > 0$ ). Штрихами позначено похідні за  $x_k$ , крапками — за  $t$ .

Розв’язок першого рівняння системи (21) подамо у вигляді

$$X_k(x_k) = B_k^{(1)} \cos \frac{\lambda x_k}{c_k} + B_k^{(2)} \sin \frac{\lambda x_k}{c_k}, \quad k=1,2. \quad (22)$$

Сталі інтегрування  $B_{ki}^{(1)}, B_{ki}^{(2)}$  та власні частоти  $\lambda_i (i \in N)$  знаходимо з граничних умов (19). Підкладаючи в них (22), одержимо систему рівнянь відносно  $B_k^{(1)}, B_k^{(2)}$

$$\left. \begin{aligned} (\lambda^2 \alpha_0 - k_0) B_1^{(1)} + \frac{\lambda}{c_1} B_1^{(2)} &= 0, \\ -\frac{\lambda}{c_1} B_1^{(1)} S_1 + \frac{\lambda}{c_1} B_1^{(2)} C_1 - k_1 \frac{\lambda}{c_2} B_2^{(2)} &= 0, \\ B_1^{(1)} C_1 + B_1^{(2)} S_1 - B_2^{(1)} &= 0, \\ -\frac{\lambda}{c_2} B_2^{(1)} S_2 + \frac{\lambda}{c_2} B_2^{(2)} C_2 &= 0, \end{aligned} \right\} (23)$$

де:  $S_k = \sin \frac{\lambda L_k}{c_k}$ ,  $C_k = \cos \frac{\lambda L_k}{c_k}$ .

Прирівнюючи до нуля визначник цієї системи, знаходимо власні частоти  $\lambda_i (i \in N)$  аварійної компоновки [8,9]

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 \alpha_0 - k_0 & \frac{\lambda}{c_1} & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda}{c_1} S_1 & \frac{\lambda}{c_1} C_1 & 0 & -k_1 \frac{\lambda}{c_2} \\ C_1 & S_1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda}{c_2} S_2 & \frac{\lambda}{c_2} C_2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda_i. (24)$$

Тепер попередньо прийнемо  $B_{1i}^{(1)} = 1$  і знайдемо решту сталих інтегрування

$$B_{1i}^{(2)} = \frac{k_0 - \lambda_i^2 \alpha_0}{\lambda_i} c_1, \quad B_{2i}^{(1)} = B_{1i}^{(1)} C_{1i} + B_{1i}^{(2)} S_{1i},$$

$$B_{2i}^{(2)} = \frac{1}{k_1} \frac{c_2}{c_1} (-B_{1i}^{(1)} S_{1i} + B_{1i}^{(2)} C_{1i}).$$

Загальний розв'язок диференціального рівняння (18) подамо рядом

$$w_k(x_k, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left( B_{ki}^{(1)} \cos \frac{\lambda_i x_k}{c_k} + B_{ki}^{(2)} \sin \frac{\lambda_i x_k}{c_k} \right) T_i(t), (25)$$

де  $T_i(t)$  – розв'язок другого рівняння системи (21).

$$T_i(t) = \begin{cases} e^{-ht} \left( G_i^{(1)} e^{\sqrt{h^2 - \lambda_i^2} t} + G_i^{(2)} e^{-\sqrt{h^2 - \lambda_i^2} t} \right), & \lambda_i < h; \\ e^{-ht} (G_i^{(1)} + G_i^{(2)} t), & \lambda_i = h; \\ e^{-ht} \left( G_i^{(1)} \cos \sqrt{\lambda_i^2 - h^2} t + G_i^{(2)} \sin \sqrt{\lambda_i^2 - h^2} t \right), & \lambda_i > h. \end{cases} (26)$$

Зрозуміло, що за тих чи інших умов, другий або перший і другий випадки в (26) можуть не існувати.

З початкових умов (20) та умови ортогональності власних функцій знаходимо

$$G_i^{(1)} = \begin{cases} \frac{\sum_{k=1}^2 \rho_k \int_0^{L_k} X_{ki}^2(x_k) dx_k}{(1 + \hbar_i) \sum_{k=1}^2 \rho_k \int_0^{L_k} (\alpha_k^{(0)} + \alpha_k^{(1)} x_k + \alpha_k^{(2)} x_k^2) X_{ki}(x_k) dx_k}, & \lambda_i < h; \\ \frac{\sum_{k=1}^2 \rho_k \int_0^{L_k} X_{ki}^2(x_k) dx_k}{\sum_{k=1}^2 \rho_k \int_0^{L_k} (\alpha_k^{(0)} + \alpha_k^{(1)} x_k + \alpha_k^{(2)} x_k^2) X_{ki}(x_k) dx_k}, & \lambda_i \geq h; \end{cases}$$

$$G_i^{(2)} = \begin{cases} \hbar G_i^{(1)}, & \lambda_i < h; \\ h G_i^{(1)}, & \lambda_i = h; \\ \frac{h}{\sqrt{\lambda_i^2 - h^2}} G_i^{(1)}; & \lambda_i > h, \end{cases}$$

де  $\hbar_i = \frac{-h + \sqrt{h^2 - \lambda_i^2}}{h + \sqrt{h^2 - \lambda_i^2}}$ .

Таким чином, розв'язок задачі розгону аварійної компоновки остаточно набуде вигляду

$$u_k(x_k, t) = b_k^{(0)} + b_k^{(1)} x_k + b_k^{(2)} x_k^2 + \sum_{i=1}^{\infty} X_{ki}(x_k) T_i(t),$$

$$k = 1, 2, (27)$$

а початкові умови для етапу удару стануть такими:

$$\left. \begin{aligned} u_k(x_k, t_y) &= u_k^*(x_k) + \sum_{i=1}^{\infty} X_{ki}(x_k) T_i(t_y), \\ \frac{\partial u_k(x_k, t_y)}{\partial t} &= \sum_{i=1}^{\infty} X_{ki}(x_k) \frac{\partial T_i(t_y)}{\partial t}, k = 1, 2. \end{aligned} \right\} (28)$$



Розгін прихопленої компоновки ( $k = 3, 4$ ) описується диференціальними рівняннями з частинними похідними (1), (2), граничними (6)-(8) і початковими (12)-(14) умовами.

Рівняння (2) зведемо до рівнянь з нульовими граничними умовами. З цією метою введемо функції  $w_k(x_k, t)$  за формулами

$$u_k(x_k, t_y) = u_k^*(x_k) + w_k(x_k, t), \quad k = 3, 4, \quad (29)$$

де  $w_k(x_k, t)$  — відхилення відповідної функції  $u_k(x_k, t_y)$  від деякої відомої функції  $u_k^*(x_k, t_y)$ .

Частинні розв'язки  $u_k^*(x_k, t_y)$  будемо шукати як розв'язки диференціальних рівнянь

$$c_3^2 \frac{d^2 u_3}{dx_3^2} = -g, \quad c_4^2 \frac{d^2 u_4}{dx_4^2} = \pm f_0 - g \quad (30)$$

у вигляді

$$u_3^*(x_k, t_y) = b_3^{(0)} + b_3^{(1)} x_3 + b_3^{(2)} x_3^2, \quad (31)$$

$$0 \leq x_3 \leq L_3,$$

$$u_4^*(x_k, t_y) = \begin{cases} b_4^{(0)} + b_4^{(1)} x_4 + b_4^{(2)} x_4^2, & 0 \leq x_4 < L_{p4}; \\ 0, & L_{p4} \leq x_4 < L_{c4}; \\ \bar{b}_4^{(0)} + \bar{b}_4^{(1)} x_4 + \bar{b}_4^{(2)} x_4^2, & L_{c4} \leq x_4 < L_4, \end{cases} \quad (32)$$

де:  $b_3^{(2)} = -\frac{g}{2c_3^2}, \quad b_4^{(2)} = \frac{\pm f_0 - g}{2c_4^2},$

$$\bar{b}_4^{(2)} = -\frac{g \pm f_0}{2c_4^2}.$$

Сталі інтегрування  $b_3^{(1)}, b_3^{(0)}, b_4^{(1)}, b_4^{(0)}, \bar{b}_4^{(1)}, \bar{b}_4^{(0)}$  знаходимо з граничних умов

$$\frac{du_3^*(0)}{dx_3} = -\beta_3^{(0)}, \quad \frac{du_3^*(L_3)}{dx_3} = k_3 \frac{du_3^*(0)}{dx_4} + \beta_3,$$

$$u_3^*(L_3) = u_4^*(0), \quad \frac{du_4^*(L_4)}{dx_4} = -\beta_4,$$

враховуючи, що четверта секція труб має розтягнену, нездеформовану і стиснену ділянки. Отже,

$$b_3^{(1)} = -\beta_3^{(0)}, \quad b_4^{(1)} = \frac{2b_3^{(2)}L_3 + b_3^{(1)}}{k_3} - \beta_3,$$

$$L_{p4} = -\frac{b_4^{(1)}}{2b_4^{(2)}}, \quad b_4^{(0)} = -b_4^{(2)}L_{p4}^2 - b_4^{(1)}L_{p4},$$

$$b_3^{(0)} = b_4^{(0)} - b_3^{(2)}L_3^2 - b_3^{(1)}L_3, \quad \bar{b}_4^{(0)} = 0,$$

$$\bar{b}_4^{(1)} = -\beta_4 - 2\bar{b}_4^{(2)}L_4, \quad L_{c4} = -\frac{\bar{b}_4^{(1)}}{\bar{b}_4^{(2)}}.$$

Функції  $w_k(k_k, t)$  визначаються як розв'язки диференціальних рівнянь

$$c_3^2 \frac{\partial^2 w_3}{\partial x_3^2} = \frac{\partial^2 w_3}{\partial t^2} + 2h \frac{\partial w_3}{\partial t}, \quad (33)$$

$$c_4^2 \frac{\partial^2 w_4}{\partial x_4^2} = \frac{\partial^2 w_4}{\partial t^2} + 2h \frac{\partial w_4}{\partial t},$$

що задовольняють граничним

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w_3(0, t)}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial w_3(L_3, t)}{\partial x_3} = k_3 \frac{\partial w_4(0, t)}{\partial x_4}, \\ w_3(L_3, t) = w_4(0, t), \quad \frac{\partial w_4(0, t)}{\partial x_4} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

та додатковим (початковим) умовам

$$\left. \begin{aligned} w_3(x_3, 0) = u_3(x_3, 0) - u_3^*(x_3, 0), \quad \frac{\partial w_3(x_3, 0)}{\partial t} = 0, \\ w_4(x_4, 0) = u_4(x_4, 0) - u_4^*(x_4, 0), \quad \frac{\partial w_4(x_4, 0)}{\partial t} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Згідно з методом Фур'є

$$w_k(x_k, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_{ki}(x_k) Y_i(t),$$

де

$$X_{ki}(x_k) = B_{ki}^{(1)} \cos \frac{\bar{\lambda}_i x_k}{c_k} + B_{ki}^{(2)} \sin \frac{\bar{\lambda}_i x_k}{c_k}. \quad (36)$$

Власні частоти  $\bar{\lambda}_i$  прихопленої компоновки знаходимо з умови

$$\begin{vmatrix} -\frac{c_4}{c_3} S_3 & 0 & -k_3 \\ C_3 & -1 & 0 \\ 0 & -S_4 & C_4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \bar{\lambda}_i, \quad (37)$$

де:  $S_3 = \sin \frac{\bar{\lambda} L_3}{c_3}, \quad C_3 = \cos \frac{\bar{\lambda} L_3}{c_3},$

$$S_4 = \sin \frac{\bar{\lambda} L_4}{c_4}, \quad C_4 = \cos \frac{\bar{\lambda} L_4}{c_4}.$$

Якщо  $c_3 = c_4 = c, \quad k_3 = \frac{A_4 E_4}{A_3 E_3} = 1,$  то (37)

набуває вигляду

$$\begin{aligned} \sin \frac{\bar{\lambda}}{c} (L_3 + L_4) = 0 &\Rightarrow \frac{\bar{\lambda}}{c} (L_3 + L_4) = \pi i, \quad i \in N \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{\lambda}_i = \frac{\pi c i}{L_3 + L_4}, \quad i \in N. \end{aligned}$$

З урахуванням граничних умов (34) запишемо

$$B_{3i}^{(1)} = 1, B_{3i}^{(2)} = 0, \\ B_{4i}^{(1)} = \cos \frac{\bar{\lambda}_i L_3}{c_3}, B_{4i}^{(2)} = -\frac{1}{k_3} \frac{c_4}{c_3} \sin \frac{\bar{\lambda}_i L_3}{c_3}.$$

Множники  $T_i(t)$  в розв'язку  $w_k(x_k, t)$  по-дамо у вигляді

$$T_i(t) = \begin{cases} e^{-ht} \left( G_i^{(3)} e^{\sqrt{h^2 - \bar{\lambda}_i^2} t} + G_i^{(4)} e^{-\sqrt{h^2 - \bar{\lambda}_i^2} t} \right), & \bar{\lambda}_i < h; \\ e^{-ht} (G_i^{(3)} + G_i^{(4)} t), & \bar{\lambda}_i = h; \\ e^{-ht} \left( G_i^{(3)} \cos \sqrt{\bar{\lambda}_i^2 - h^2} t + \right. \\ \left. + G_i^{(4)} \sin \sqrt{\bar{\lambda}_i^2 - h^2} t \right), & \bar{\lambda}_i > h, \end{cases}$$

де:

$$G_i^{(3)} = \begin{cases} \frac{\sum_{k=3}^4 \left[ \rho_k \int_0^{L_k} w_k(x_k, 0) X_{ki}(x_k) dx_k \right]}{\bar{h}_i \sum_{k=3}^4 \left[ \rho_k \int_0^{L_k} X_{ki}^2(x_k) dx_k \right]}, & \bar{\lambda}_i < h, \\ \frac{\sum_{k=3}^4 \left[ \rho_k \int_0^{L_k} w_k(x_k, 0) X_{ki}(x_k) dx_k \right]}{\sum_{k=3}^4 \left[ \rho_k \int_0^{L_k} X_{ki}^2(x_k) dx_k \right]}, & \bar{\lambda}_i \geq h; \end{cases}$$

$$G_i^{(4)} = \begin{cases} \bar{h}_i G_i^{(3)}, & \bar{\lambda}_i < h; \\ h G_i^{(3)}, & \bar{\lambda}_i = h; \\ \frac{h}{\sqrt{\bar{\lambda}_i^2 - h^2}} G_i^{(3)}, & \bar{\lambda}_i > h; \end{cases}$$

$$\bar{h}_i = \frac{-h + \sqrt{h^2 - \bar{\lambda}_i^2}}{h + \sqrt{h^2 - \bar{\lambda}_i^2}},$$

а функції  $w_k(x_k, 0)$  знаходимо з рівності (35).

Отже, зміщення перерізів прихопленої компоновки на етапі розгону визначаються залежностями

$$u_k(x_k, t) = u_k^*(x_k, t) + \sum_{i=1}^{\infty} X_{ki}(x_k) T_i(t), \quad k = 3, 4, \quad (39)$$

а початкові умови для удару стануть такими:

$$\left. \begin{aligned} u_k(x_k, t_y) &= u_k^*(x_k, t_y) + \sum_{i=1}^{\infty} X_{ki}(x_k) T_i(t_y), \\ \frac{\partial u_k(x_k, t_y)}{\partial t} &= \sum_{i=1}^{\infty} X_{ki}(x_k) \frac{\partial T_i(t_y)}{\partial t}, \quad k = 3, 4. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Алгоритм врахування знаку складової

$f_0 \text{sign} \frac{\partial u_4}{\partial t}$  у (2) такий:

1. Будуємо графік функції  $f(x_4) = \sum_i X_{4i}(x_4)$ . Нехай

$$f(x_4) > 0 \text{ для } x_4 \in X_4^+ = (0, x_4^{(1)}) \cup \\ \cup (x_4^{(2)}, x_4^{(3)}) \cup \dots \cup (x_4^{(2n)}, x_4^{(2n+1)})$$

$$\text{та } f(x_4) < 0 \text{ для } x_4 \in X_4^- = (x_4^{(1)}, x_4^{(2)}) \cup \\ \cup (x_4^{(3)}, x_4^{(4)}) \cup \dots \cup (x_4^{(2n+1)}, x_4^{(2n+2)}).$$

2. Диференціюючи вираз (39) при  $k = 4$  за  $t$ , можна знайти ті моменти часу  $t_m, m \in N$ ,

для яких швидкість  $\frac{\partial u_4}{\partial t}$  стає рівною нулю, після чого вона змінює знак на протилежний.

Загалом умову знаходження моментів зміни знаку швидкості  $\frac{\partial u_4(x_4, t)}{\partial t}$  слід подати у вигляді

$$\sum_i \frac{dT_i(t)}{dt} = 0 \Rightarrow t_m, m \in N. \quad (41)$$

Нехай  $\sum_i \frac{dT_i(t)}{dt} = > 0$  для  $t \in (0, t_1) \cup$

$\cup (t_2, t_3) \cup \dots \cup (t_{2m}, t_{2m+1})$  і  $\sum_i \frac{dT_i(t)}{dt} = < 0$  для  $t \in (t_1, t_2) \cup (t_3, t_4) \cup \dots \cup (t_{2m+1}, t_{2m+2})$ .

3. За формулою (39) знаходимо  $u_4(x_4, t)$  на проміжку часу  $(0, t_1)$ , беручи з рівнянь (30) “+  $f_0$ ” для  $x_4 \in X_4^+$  та “-  $f_0$ ” для  $x_4 \in X_4^-$ .

4. За формулою (40) знаходимо  $u_4(x_4, t)$  на проміжку часу  $(t_1, t_2)$ , беручи у другому з рівнянь (30) “-  $f_0$ ” для  $x_4 \in X_4^+$  та “+  $f_0$ ” для  $x_4 \in X_4^-$ .

5. Повторюємо п.п. 3,4 до тих пір, поки не виявиться, що  $t = t_y$ , де  $t_y$  – момент зустрічі бойка “молота” з “ковадлом”, який визначається з умови (15).

### Література

1. Корабельников М.И., Григорян С.С. О работе ударных механизмов при ликвидации прихватов бурильного инструмента // В кн.: Бурение скважин в Днепроовско-Донецкой и Припятской впадинах. – К.: Труды УкрГІП-РОНИИ нефть, 1984. – С. 15-18.
2. Чарковский В.М. Совершенствование техники и технологии ликвидации прихватов бурильного инструмента с помощью ударных механизмов // Дисс. ... канд. техн. наук. – Ивано-Франковск, 1990. – 142 с.
3. Яворський М.М. Удосконалення технологій ліквідації прихоплень бурильних колон



ударними механізмами // Дис. ... канд. техн. наук. – Івано-Франківськ, 2001. – 142 с.

4. Мойсишин В.М., Кулинин З.В. Динаміка бурильної колони з амортизатором при ліквідації прихоплені ударним способом // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія: Буріння нафтових і газових свердловин. – Випуск 33, 1996. – С.207-215.

5. Мойсишин В.М., Кулинин З.В. Математична модель процесу ліквідації прихоплення бурильної колони ударним способом // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія: Буріння нафтових і газових свердловин, Розробка та експлуатація нафтових і газових родовищ. – Випуск 34, 1997. – С. 49-57.

6. Самотой А.К. Прихвату колонн при буренні скважин. – М.: Недра, 1984. – 205 с.

7. Ясов В.Г. Осложнения и аварии при бурении нефтяных и газовых скважин: Учебное пособие. – Івано-Франківськ: Факел, 1999. – 191 с.

8. Абрамов Б.М. Колебания шарнирных механизмов. – Харьков: Вища школа, изд. Харьк. ун-та, 1977. – 168 с.

9. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.

*Продовження у наступному номері журналу.*

УДК 622.276

## ЗРІВНОВАЖУВАННЯ ВЕРСТАТІВ-ГОЙДАЛОК ЗА НАВАНТАЖЕННЯМ ТОЧКИ ПІДВІСКИ ШТАНГ

*В.Р. Харун, С.І. Гедзик*

*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42342  
e-mail: public@ifdtung.if.ua*

*НГВУ “Долина нафтогаз” ВАТ “Укрнафта”, 77500, м. Долина, вул. Промислова, 7,  
тел. (277) 95431*

*В статті приводиться методика виконання урівноваження станков-качалок по фактичним навантаженням точки підвіски штанг. При виконанні розрахунків крутного моменту, який діє на кривошипному валу редуктора, учтені кінематичні параметри виконавчого механізму і масові характеристики звеньїв наземної установки. Необхідний урівноважуючий момент визначено з умови мінімальної навантаження опорного редуктора. Проведені порівняння якості урівноваження станков-качалок, які експлуатуються на скважинах Долинського родовища, з результатами розрахунків по запропонованій методиці.*

*In the article the technique of fulfilment of a balancing the walking beam pump on live loads of horsehead is resulted. At fulfilment of calculations of a torque, which one acts on crank arm to the arbor of the reduction gearbox, the kinematic parameters of an actuator and mass characteristics of links of a ground aid are taken into account. Indispensable balancing moment is determined from a condition of minimum load bearings of the reduction gearbox. Matchings quality of a balancing of walking beam pump are conducted, which one are exploited on wells Dolina field, with outcomes of calculations on an offered technique.*

В процесі експлуатації зрівноважування верстата-гойдалки необхідно проводити для зменшення крутного моменту, що діє на кривошипному валі та для підвищення довговічності елементів привода.

Ефективне зрівноважування виконується в два етапи [1]:

1. Попереднє зрівноважування, яке виконується за наближеною формулою інструкції щодо обслуговування верстата-гойдалки з урахуванням заданих параметрів глибинного обладнання (діаметра насоса, глибини його спуску та конструкції колони штанг).

2. Контроль зрівноважування установки та її дозрівноважування за необхідності.

При попередньому зрівноважуванні розрахунок крутного моменту кривошипа проводиться за спрощеними формулами [2, 3].

В роботі [4] вказується, що розрахунки крутного моменту виконані без урахування

впливу кінематики є наближеними, оскільки при порівнянні осцилограм крутних моментів, знятих на стендовій свердловині, виявлено відмінність їх форми від розрахункових при ідеальній кінематиці. При будь-яких значеннях співвідношень кінематичних характеристик  $r/l$ ,  $r/k$  крутний момент, розрахований за простим гармонічним законом руху точки підвісу штанг, має суттєву відмінність від реального, що діє на кривошипному валі верстата-гойдалки.

Тому для виконання якісних розрахунків необхідно враховувати як кінематичні, так і масові характеристики виконавчого механізму наземної установки.

Крутний момент, що діє на вихідному валу редуктора двоплечого верстата-гойдалки з кривошипним зрівноважуванням, можна записати так:

$$M_{зв} = M_F - (M_G + M_{np}), \quad (1)$$