

УДК 539.3:519.63

## МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ШКІДЛИВИХ РЕЧОВИН ЗАБРУДНЕНОЇ ТЕРИТОРІЇ

© Камасєва І. О., Семчук Я. М., 2002

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

**Приводяться результати апробації методики дослідження екологічного стану забрудненої території. Розрахунки концентрації шкідливих речовин порівнюються з експериментальними даними, отриманими в результаті безпосередніх замірів цих концентрацій. Заміри в населених пунктах Калуського району були проведені за допомогою спеціальної апаратури науково-дослідним інститутом галургії. Зроблені висновки свідчать про високу ефективність запропонованої методики, яка має простий алгоритм і дає можливість оперативно зробити оцінку екологічного стану.**

Після того, як шкідливі речовини в результаті викидів осіли на поверхні землі, можна провести дослідження з метою визначення рівня забруднення приземного шару атмосфери (певної території).

Репрезентативність одержаної інформації, достовірність оперативної оцінки і прогнозу екологічного стану в значній мірі залежить від раціонального вибору місць розташування контрольно-замірних пунктів. Була поставлена задача, як при меншій кількості замірів досягти більш повної і достовірної інформації.

Припустимо, що процес розсіювання шкідливих речовин закінчився, тобто став стаціонарним. Частинки осіли, зайнявши певну територію  $\Omega$ . Побудуємо методику дослідження рівня забруднення і прогнозування екологічного стану цієї території.

Як відомо, стаціонарні процеси описуються диференціальними рівняннями еліптичного типу. Тому математичною моделлю для нашої задачі може служити рівняння Лапласа з граничними умовами типу Діріхле (Задача Діріхле).

Також відомо, що більшість диференціальних рівнянь не мають точного розв'язку, особливо, коли область  $\Omega$  складної форми. У цих випадках широко застосовуються чисельні методи, такі як: метод скінчених елементів, скінчених різниць, метод Монте-Карло та їх спрощені схеми [1]. До однієї з таких схем належить спосіб обертання симплекса, який обходиться без нанесення сітки на досліджувану область. Він не вимагає спеціальної апаратури, як, наприклад, метод Монте-Карло (для генерування випадкових кодів), досить швидко збігається і в силу своєї простоти може бути реалізований на звичайному мікрокалькуляторі.

Тому саме цей спосіб ми пропонуємо застосувати для розв'язування екологічної задачі по визна-

ченню концентрації забруднення  $U$  в будь-якій внутрішній точці досліджуваної області  $\Omega$ , обмеженої деякою межею  $\Gamma$ , маючи концентрацію (результати замірів) в ряді граничних точок (рис. 1).

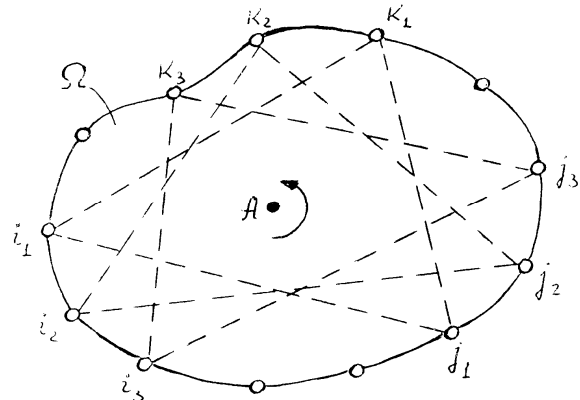


Рис. 1. Спосіб обертання симплекса

Розв'язок задачі Діріхле у внутрішній точці області будемо визначати як зважене усереднення граничних значень.

Особливість способу обертання симплекса полягає в тому, що, будучи безсітковим, він використовує лише один симплекс – елемент, тобто трикутник з вершинами на границі  $\Gamma$ . При цьому передбачена можливість повертати його і розглядати серію “стоп – кадрів”. Оскільки при обертанні симплекса вузли змінюються, то відбувається накопичення граничної інформації в досліджуваній точці  $A$  (рис. 1). При цьому значення шуканої величини (яка є розв'язком рівняння Лапласа  $\Delta U = 0$ ) визначається як середнє арифметичне значень, одержаних для кожного положення симплекса  $(i_1, j_1, k_1)$ ,  $(i_2, j_2, k_2)$  і т. д., тобто за формулою:

$$U(A) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N U_n(A), \quad (1)$$

де  $N$  – число “стоп – кадрів”;  $U_n(A)$  – середнє зважене шуканого розв’язку за трьома граничними значеннями, яке дорівнює

$$U_n(A) = U_i \xi_i + U_j \xi_j + U_k \xi_k. \quad (2)$$

Тут  $\xi_i, \xi_j, \xi_k$  – вагові коефіцієнти, які визначаються як геометричні ймовірності:

$$\xi_i = \frac{mes\omega_i}{mes\omega},$$

де  $mes\omega$  – площа трикутника з вершинами в точках  $(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k)$ ;  $mes\omega_i$  – площа трикутника з вершинами в точках  $(x_A, y_A), (x_j, y_j), (x_k, y_k)$  (рис. 2).

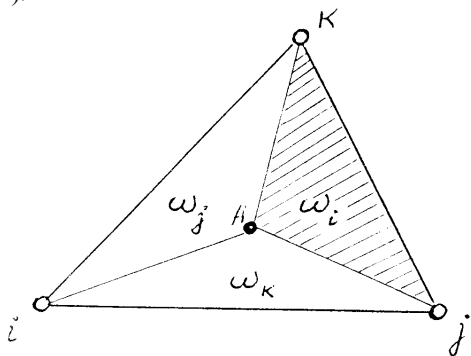


Рис. 2. Підобласті симплекс-елемента, відповідні досліджуваній точці  $A$

Аналогічно визначаємо  $\xi_j$  і  $\xi_k$ . Зауважимо, що для способу обертання симплекса немає значення конфігурація області. А ось число вузлів на границі зручно брати кратним трьом. Взагалі число вузлів та їх розташування залежить від бажаної точності та швидкості зміни функції на границі. При необхідності можна зафіксувати один (або два) вузла, змінюючи положення решти.

Апробацію приведеної методики було здійснено на розрахунках концентрації шкідливих речовин в різних населених пунктах Калуського району. При цьому використовувалися різні відбори проб, які були проведені державним науково-дослідним інститутом галургії (НДІ “Галургія”) [2].

Розрахунок 1.

Розглянемо вибірку замірів концентрації хлору ( $Cl_2$ ) в населених пунктах:

Верхня – 0,058  $кг/м^3$ ; Станкова – 0,05 ( $кг/м^3$ ); Копанки – 0,1 ( $кг/м^3$ ); Кропивник – 0,034 ( $кг/м^3$ ).

Поставимо задачу про знаходження концентрації хлору в населеному пункті Верхня, знаючи концентрацію в Станковій, Копанках і Кропивнику. Для розв’язування цієї задачі за способом обертання симплекса виберемо область  $\Omega$  таким чином, щоб

населені пункти Станкова, Копанки і Кропивник попали на границю області, а населений пункт Верхня опинився всередині.

Тоді згідно з формулою (2) концентрація  $U$  в населеному пункті Верхня буде такою:

$$U = U_1 \xi_1 + U_2 \xi_2 + U_3 \xi_3,$$

де  $U_1$  – концентрація в населеному пункті Станкова;  $U_2$  – в Копанках;  $U_3$  – в Кропивнику, які дорівнюють:

$$U_1 = 0,05; U_2 = 0,1; U_3 = 0,034;$$

$$\xi_1 = \frac{mes\omega_1}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)}; \xi_2 = \frac{mes\omega_2}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)};$$

$$\xi_3 = \frac{mes\omega_3}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)}.$$

Після обчислення площ відповідних трикутників, отримаємо:  $\xi_1 = 0,47$ ;  $\xi_2 = 0,29$ ;  $\xi_3 = 0,25$ .

Отже,

$$U = 0,05 \cdot 0,47 + 0,1 \cdot 0,29 + 0,034 \cdot 0,25 = 0,061.$$

Результат заміру концентрації в населеному пункті Верхня  $U_0 = 0,058$ . Таким чином, відносна похибка обчислення  $\delta$  складає:

$$\delta = \frac{|U - U_0|}{U_0} \cdot 100\% = \frac{0,061 - 0,058}{0,058} \cdot 100\% \approx 5,2\%.$$

Розрахунок 2.

Розглянемо вибірку замірів концентрації хлору в населених пунктах: Верхня – 0,0024  $кг/м^3$ ; Станкова – 0,0002  $кг/м^3$ ; Негівці – 0,0001  $кг/м^3$ ; Кропивник – 0,0575  $кг/м^3$ .

Поставимо задачу про визначення концентрації хлору в населеному пункті Верхня, знаючи концентрацію в Станковій, Негівцях і Кропивнику. Аналогічно виберемо область  $\Omega$  так, щоб населені пункти Станкова, Негівці та Кропивник знаходилися на границі області, а Верхня – всередині.

Визначаємо концентрацію в населеному пункті Верхня за формулою:

$$U = U_1 \xi_1 + U_2 \xi_2 + U_3 \xi_3,$$

де  $U_1 = 0,0002$ ;  $U_2 = 0,0001$ ;  $U_3 = 0,0575$ ;

$$\xi_1 = \frac{mes\omega_1}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} = 0,3;$$

$$\xi_2 = \frac{mes\omega_2}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} = 0,37;$$

$$\xi_3 = \frac{mes\omega_3}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} = 0,33.$$

Отже,

$$U = 0,0002 \cdot 0,3 + 0,0001 \cdot 0,37 + 0,0575 \cdot 0,33 \approx 0,0027.$$

Результат заміру концентрації хлору в населеному пункті Верхня  $U_0 = 0,0024$ . Отже, відносна похибка обчислення  $\delta$  складає:

$$\delta = \frac{|U - U_0|}{U_0} \cdot 100\% = \frac{0,0027 - 0,0024}{0,0024} \cdot 100\% \approx 2,5\%.$$

Розрахунок 3.

Розглянемо вибірку замірів концентрації хлору в населених пунктах: Верхня – 0,0198 кг/м<sup>3</sup>; Негівці – 0 кг/м<sup>3</sup>; Стефанівка – 0,0529 кг/м<sup>3</sup>; Кропивник – 0,05 кг/м<sup>3</sup>.

Знайдемо концентрацію хлору в населеному пункті Верхня, знаючи концентрацію в Негівцях, Стефанівці, Кропивнику. Виберемо область  $\Omega$  так, як в попередніх розрахунках і визначимо концентрацію в населеному пункті Верхня за формулою:

$$U = U_1\xi_1 + U_2\xi_2 + U_3\xi_3,$$

де  $U_1 = 0$ ;  $U_2 = 0,0529$ ;  $U_3 = 0,05$ ;

$$\xi_1 = \frac{mes\omega_1}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} = 0,565;$$

$$\xi_2 = \frac{mes\omega_2}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} = 0,107;$$

$$\xi_3 = \frac{mes\omega_3}{mes(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} = 0,328.$$

Отже,

$$U = 0 \cdot 0,565 + 0,0529 \cdot 0,107 + 0,05 \cdot 0,328 \approx 0,02206.$$

Результат заміру концентрації хлору в населеному пункті Верхня  $U_0 = 0,0198$ . Отже, відносна похибка обчислення  $\delta$  складає:

$$\delta = \frac{|U - U_0|}{U_0} \cdot 100\% = \frac{0,02206 - 0,0198}{0,0198} \cdot 100\% \approx 11,4\%.$$

Оскільки в цих розрахунках похибка обчислення не перевищує 15 %, то ми обмежилися лише одним “стоп-кадром”.

Але при обчисленні концентрації шкідливих речовин в деякій внутрішній точці області  $\Omega$  більшої впевненості, а також, щоб досягнути більшої точності обчислення, слід здійснювати розрахунки для кількох “стоп-кадрів”, збираючи інформацію по всій границі області.

Наприклад, розглянемо таку вибірку замірів концентрації хлору в населених пунктах: Верхня – 0,0198 кг/м<sup>3</sup>; Стефанівка – 0,0529 кг/м<sup>3</sup>; Копанки – 0,1 кг/м<sup>3</sup>; Томашівці – 0 кг/м<sup>3</sup>; Негівці – 0 кг/м<sup>3</sup>; Мостище – 0,0007 кг/м<sup>3</sup>.

Виберемо область  $\Omega$  так, щоб всі населені пункти, крім пункту Верхня, опинилися на границі області, і визначимо концентрацію  $U$  в населеному пункті Верхня, знаючи концентрацію в інших пунктах.

При цьому вершини трикутника (симплекс-елемента) будуть змінюватися, залишаючись на границі, а сам трикутник буде повертатися навколо населеного пункту Верхня і, збираючи інформацію на границі, передавати її в досліджуваний пункт.

Розглянемо перше положення симплекс-елемента з вершинами в пунктах Мостище, Негівці, Стефанівка. Тоді концентрація  $U_I$  в населеному пункті Верхня визначається за наступною формулою:

$$U_I = U_1\xi_1 + U_2\xi_2 + U_3\xi_3,$$

де  $U_1 = 0,0007$ ;  $U_2 = 0$ ;  $U_3 = 0,0529$ ;  $\xi_1 = 0,6$ ;  $\xi_2 = 0,21$ ;  $\xi_3 = 0,19$ .

Отже,

$$U_I = 0,0007 \cdot 0,6 + 0 \cdot 0,21 + 0,0529 \cdot 0,19 = 0,01047.$$

Друге положення симплекс-елемента виберемо з вершинами в пунктах Мостище, Копанки, Стефанівка. Тоді концентрація  $U_{II}$  в населеному пункті Верхня визначається за формулою:

$$U_{II} = U_4\xi_4 + U_5\xi_5 + U_6\xi_6,$$

де  $U_4 = 0,0007$ ;  $U_5 = 0,1$ ;  $U_6 = 0,0529$ ;  $\xi_4 = 0,49$ ;  $\xi_5 = 0,26$ ;  $\xi_6 = 0,25$ .

Отже,

$$U_{II} = 0,0007 \cdot 0,49 + 0,1 \cdot 0,26 + 0,0529 \cdot 0,25 = 0,03957.$$

Третє положення симплекс-елемента виберемо з вершинами в пунктах Мостище, Томашівці, Стефанівка. Тоді концентрація  $U_{III}$  в населеному пункті Верхня визначається за такою формулою:

$$U_{III} = U_7\xi_7 + U_8\xi_8 + U_9\xi_9,$$

де  $U_7 = 0,0007$ ;  $U_8 = 0$ ;  $U_9 = 0,0529$ ;  $\xi_7 = 0,721$ ;  $\xi_8 = 0,119$ ;  $\xi_9 = 0,16$ .

Отже,

$$U_{III} = 0,0007 \cdot 0,721 + 0 \cdot 0,119 + 0,0529 \cdot 0,16 = 0,00897.$$

Тепер згідно з формулою (1) знайдемо середнє значення концентрації  $U$ , як середнє арифметичне знайдених концентрацій:

$$U = \frac{1}{3}(U_I + U_{II} + U_{III}) = \frac{1}{3}(0,01047 + 0,03957 + 0,00897) = 0,01967.$$

Знайдемо відносну похибку обчислення, якщо результат заміру в населеному пункті Верхня  $U_0 = 0,0198$ .

Отже,

$$\delta = \frac{|U - U_0|}{U_0} \cdot 100\% = \frac{|0,01967 - 0,0198|}{0,0198} \cdot 100\% \approx 0,66\%.$$

Як бачимо, результати обчислень для кожного окремого положення симплекс-елемента можуть суттєво відрізнятися від результату заміру, але середня величина дає досить близьке значення і похибка виявилася менше 1%. Виходячи з отриманих результатів, можна надати такі рекомендації. При розв'язуванні задачі по визначенню концентрації шкідливих речовин в будь-яких населених пунктах (наприклад  $A_1, A_2, A_3, \dots$ ) за методом обертання сим-

плекса треба визначити умовну область  $\Omega$ , яка б включала в себе пункти  $A_1, A_2, A_3, \dots$ , границя якої проходила б через населені пункти  $B_1, B_2, B_3, \dots$ . В пунктах, що розташовані на границі області  $\Omega$  треба зробити заміри концентрацій шкідливих речовин, після чого виконати відповідні процедури по обчисленню концентрацій в пунктах, що знаходяться всередині області  $\Omega (A_1, A_2, A_3, \dots)$  згідно з методикою способу обертання симплекса.

1. Семчук Я. М., Камаєва І. О. Математична модель розсіювання шкідливих речовин у приземному шарі атмосфери // Прикладные проблемы математического моделирования. Вестник Херсонского государственного технического университета. Спецвыпуск. - 1999. - С. 155-158. 2. Звіт по науковому дослідній роботі НДІ "Галургія". Івано-Франківськ, 1994. - 30 с.

УДК 532.137:681.2

## ВИЗНАЧЕННЯ РЕОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ТОМАТНИХ КОНЦЕНТРАТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ГІДРОДИНАМІЧНОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ

© Крих Г. Б., 2002

Національний університет "Львівська політехніка"

*Розглянутий алгоритм встановлення реологічних моделей томатних концентратів та їх реологічних параметрів за вихідними сигналами різниці тиску на гідравлічних опорах гідродинамічних вимірювальних пристроїв.*

При створенні автоматизованих технологічних ліній у виробництві харчових продуктів необхідно передбачити неперервний контроль якості напівфабрикатів і кінцевих продуктів. Існуючі хімічні і органолептичні методи оцінки не дозволяють визначити якісний стан напівфабрикату безпосередньо в процесі обробки. Критерієм змін, які відбуваються в харчових дисперсних системах в умовах їх переробки є неперервна зміна їх структурно-механічних (реологічних) властивостей. Маючи значення реологічних параметрів можна, наприклад, розрахувати і в більшості випадків по новому організувати технологічні процеси, інтенсифікувати їх з метою забезпечення виробництва необхідного об'єму продуктів з одночасним покращанням їх якості [1]. Саме тому найбільш перспективними для оцінки якості харчових матеріалів є реологічні методи, оскільки між якістю продукту і його реологічними властивостями можуть бути встановлені залежності, які можна використати не тільки для контролю, але і для регулювання технологічних процесів. Таким чином, неперервне вимірювання і регулювання реологічних властивостей харчових продуктів в технологічних процесах і при їх зберіганні слід вважати одним із основних завдань автоматизації технологічних процесів виробництва харчових продуктів.

Особливістю процесів переробки і транспортування харчових матеріалів, є те, що вони здійснюються при різних швидкостях зсуву. Реологічна поведінка харчових матеріалів в різних діапазонах швидкостей зсуву може описуватися і різними реологічними моделями. Відповідно змінюються і рівняння, що пов'язують реологічні параметри з показ-

никами якості харчових продуктів.

В ряді робіт приведені емпіричні залежності між реологічними параметрами харчових продуктів та їх густиною, концентрацією тощо [1, 2]. Так, наприклад, в роботах [3, 4, 5] представлені результати вимірювання реологічних параметрів томатних концентратів та наведені залежності цих параметрів від вмісту сухих речовин – основного якісного показника продукту.

Розглянемо основні реологічні моделі, які використовують для опису руху томатних продуктів. В роботі [6] запропоновано застосувати модель Оствальда-де-Вааля, яка таким чином описує рух псевдопластичних речовин:

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n, \quad (1)$$

$\tau$  - дотичне напруження;  $\dot{\gamma}$  - швидкість зсуву;  $k$  – показник консистенції;  $n$  – індекс текучості.

Модель Оствальда-де-Вааля описує рух ньютонівських рідин, які не мають пластичних властивостей. За даними експериментальних досліджень властивості томатних концентратів, що описуються реологічною моделлю Оствальда-де-Вааля, визначаються значеннями показника консистенції, індексу текучості в таких межах [2]:  $k = 0,5 \dots 100 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$ ,  $n = 0,2 \dots 0,4$ . Діапазон досліджуваних при цьому напружень зсуву та швидкостей зсуву був таким  $\dot{\gamma} = 0,5 \dots 400 \text{ с}^{-1}$ ,  $\tau = 12 \dots 600 \text{ Па}$ .

Наступна модель, якою можна описати реологічну поведінку томатних концентратів - це лінійна в'язкопластична модель Бінгама [2, 7]:

$$\tau = \tau_0 + \eta_p \cdot \dot{\gamma}, \quad (2)$$