

УДК 622.24.05-004.4

## УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ ТА АЛГОРИТМУ АНАЛІЗУ НЕОДНОРІДНОСТЕЙ В СЕРЕДОВИЩІ АКУСТИЧНОЮ ХВИЛЕЮ

Лютак І. З., Лютак З. П.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15,  
м. Івано-Франківськ, 76019, 46077, acoustic.field@gmail.com

*Розроблено акустичний метод, який дає змогу прогнозувати розподіл акустичного поля в середовищі із неоднорідністю. Представлено теоретичні обґрунтування для обчислення акустичних параметрів хвилі. Підхід взаємодії акустичної хвилі із неоднорідністю у формі еліпсоїда обчислено методом скінченних елементів у програмному забезпеченні COMSOL. Результати обчислення представлені у формі графіків.*

*Ключові слова: ультразвук, неоднорідність, контроль, інформаційно-програмне забезпечення, спрямовані хвилі.*

*Разработан акустический метод, который позволяет прогнозировать распределение акустического поля в среде с неоднородностью. Представлены теоретические обоснования для вычисления акустических параметров волны. Подход взаимодействия акустической волны с неоднородностью в форме эллипсоида вычислено методом конечных элементов в программном обеспечении COMSOL. Результаты вычисления представлены в форме графиков.*

*Ключевые слова: ультразвук, неоднородность, контроль, информационно-программное обеспечение, направленные волны.*

*An acoustic method is developed, which allows to predict the distribution of an acoustic field in an environment with heterogeneity. Theoretical substantiation for calculation of acoustic wave parameters is presented. The approach of interaction of an acoustic wave with heterogeneity in the form of an ellipsoid is calculated by the finite element method in the software COMSOL. The results of the calculation are presented in the form of graphs.*

*Keywords: ultrasound, heterogeneity, control, informational software, directed waves.*

**Вступ.** Розроблення методу та алгоритму обчислення акустичних параметрів хвилі від взаємодії із неоднорідністю дозволить розробляти нові, більш точні та інформаційні методи та засоби контролю. Такі засоби контролю є важливим чинником забезпечення надійної експлуатації технологічних об'єктів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідження ультразвукового методу контролю наявності неоднорідностей в металах проводиться тривалий термін. Цей метод визнано як один із найбільш точних. Недоліком застосування ультразвуку для контролю є складність реалізації методу та пристрою, точковість вимірювань. Для забезпечення застосування ультразвукових хвиль при контролі ділянки об'єкту контролю авторами було запропоновано використовувати ультразвукові хвилі [1]. Для застосування ультразвукових хвиль було розроблено основи алгоритму обчислення параметрів їх поширення [2]. дослідження велись на протязі тривалого

періоду, приведемо основні праці, що становлять основу методу [3, 5]. Удосконалення досліджень визначення констант акустопружності було запропоновано в [6]. В реалізації методу контролю за допомогою пристрою критичним є визначення параметрів первинного давача, зокрема чутливого елемента. Реалізація автоматизованого контролю акустичним методом таких протяжних об'єктів як трубопроводи повинна базуватись на системі із розподіленими елементами. Основні напрямки розроблення такої системи наведено в [9].

**Мета дослідження.** Існуючі методи контролю неоднорідностей ультразвуком не можуть бути ефективними через ряд причин: а) вплив форми неоднорідності на форму відбитого та повного акустичного поля в середовищі із неоднорідністю б) складність проведення контролю, що вимагає наявності фахівців та додаткового обладнання тощо. В роботі необхідно розробити метод контролю акустичними хвилями із використанням

числових алгоритмів та привести теоретичні та технічні параметри методу, які будуть основою для створення інформаційно-програмного забезпечення, що реалізуватиме систему контролю.

**Плоска хвиля в двохвимірному середовищі.** Розглянемо зміщення коливань та викликані ними напруження, які мають місце в двохвимірному середовищі, (рис. 1). Оскільки ми визначили, що властивості поширення об'ємної ультразвукової хвилі будуть однаковими у всіх напрямках, то аналіз поширення коливань буде незалежним від вибраної орієнтації системи координат. Припустимо, що хвиля поширюється паралельно до площин поверхонь. Для зручності виберемо таку орієнтацію системи координат, де вісь  $x_3$  буде напрямлена нормально до вибраної поверхні.

Для опису напрямку поширення та частотних параметрів хвилі в нескінченному середовищі введемо хвильовий вектор, який є загальноприйнятим параметром опису поширення хвильового поля. Враховуючи векторне значення амплітуди, рівняння (1) виразимо через хвильовий вектор [1]:

$$\phi = \dot{A}_L e^{i(\vec{k}_l \cdot X - \omega t)}, \quad \psi = \dot{A}_S e^{i(\vec{k}_t \cdot X - \omega t)}, \quad (1)$$

де  $\vec{k}$  - хвильовий вектор, який описує просторове розповсюдження хвилі й напрямлений паралельно вектору  $N$ ,  $A_L$  та  $A_S$  - амплітуди поздовжніх та поперечних хвиль відповідно,  $X$  - вектор  $\{x_1, x_2, x_3\}$ ,  $k_l$ ,  $k_t$  - відповідно хвильові числа поздовжньої та поперечної хвилі,  $\omega$  - кутова швидкість,  $t$  - час,  $i$  - уявне число,  $i = \sqrt{-1}$ ;

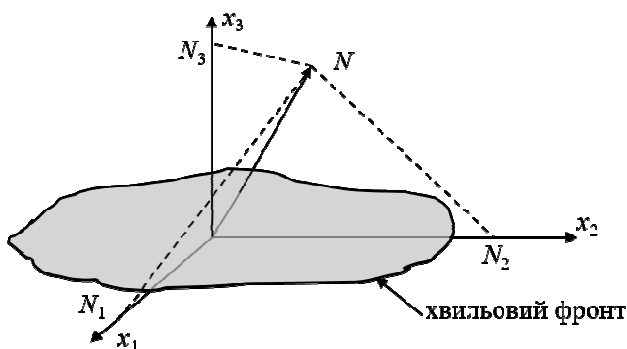


Рисунок 1 - Вектор напрямку поширення ультразвукової хвилі  $N$  одиничної довжини

$$\vec{k}_l = \frac{N\omega}{c_l}, \quad \vec{k}_t = \frac{N\omega}{c_t}. \quad (2)$$

де  $c_l$  - швидкість поширення поздовжньої ультразвукової хвилі,  $c_t$  - швидкість поширення поперечної ультразвукової хвилі.

Розглянемо поздовжні коливання. Напруження на осі  $x_3$  будуть дорівнювати нулю, оскільки коливання частинок середовища здійснюється у площині  $x_1x_2$  [1]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_3} = 0, \quad i = 1, 2; \quad u_3 = 0. \quad (3)$$

Рівняння (3) лімітує рух частинок поперечних коливань  $u$  тільки навколо осі  $x_3$ , виключаючи з моделі їх рух у цій площині.

Визначимо зміщення поздовжніх хвиль  $U_L$   $\{u_1, u_2, u_3\}$  на основі (1), (2) та враховуючи граничні умови:

$$U_L = \nabla \phi = \nabla (A_L e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}), \quad (4)$$

де  $\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1}; \frac{\partial}{\partial x_2}; \frac{\partial}{\partial x_3} \right\}$  - оператор набла.

Або виразимо зміщення поздовжньої хвилі через окремі його компоненти зміщення, враховуючи, що у (4) зміщення в напрямку  $x_3$  дорівнює нулю:

$$u_1 = N_1 A_L e^{i\omega(N_1 \cdot x_1 / c_l + N_2 \cdot x_2 / c_l - t)}, \\ u_2 = N_2 A_L e^{i\omega(N_1 \cdot x_1 / c_l + N_2 \cdot x_2 / c_l - t)}. \quad (5)$$

Розглянемо зміщення поперечної хвилі. Подібно до поздовжніх хвиль, запишемо вектор зміщення поперечних хвиль  $U_S$ :

$$U_S = \nabla \times \Psi = \nabla \times (A_S e^{i\omega(N \cdot X / c_t - t)}). \quad (6)$$

Оскільки траєкторія руху елементарних частинок поперечних коливань лежить у площині  $x_1x_2$ , то векторний добуток  $\nabla \times \psi$  матиме вигляд:

$$\nabla \times \psi = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi_3 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Зміщення поперечної хвилі будуть, у координатах  $x_1x_2$ , згідно (6) такими:

$$\begin{aligned} u_1 &= N_2 A_S e^{i\omega(N_1 x_1 / c_l + N_2 x_2 / c_l - t)}, \\ u_2 &= N_1 A_S e^{i\omega(N_1 x_1 / c_l + N_2 x_2 / c_l - t)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Рух елементарних частинок у пружному середовищі завжди викликає напруження. В елементарному об'ємі твердого тіла можуть бути такі компоненти незалежних напружень [4]:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ -\sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ -\sigma_{13} & -\sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Виразимо на основі 8) та (9) головні напруження, які створює ультразвукова хвиля в даному середовищі, враховуючи (3) [3]

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \\ \sigma_{22} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \\ \sigma_{33} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_3}{\partial x_3}. \end{aligned} \quad (10)$$

Напруження на гранях дорівнюватимуть:

$$\begin{aligned} \sigma_{12} &= \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right), \\ \sigma_{23} &= \mu \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right), \\ \sigma_{13} &= \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Враховуючи (10), напруження матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \\ \sigma_{22} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \\ \sigma_{33} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \\ \sigma_{12} &= \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right), \\ \sigma_{23} &= \sigma_{13} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Напруження, які викликані поширенням поздовжньої ультразвукової хвилі, знайдемо диференціюванням (12) по осях  $x_1$ ,  $x_2$  та додатково скпрошуючи:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= (\lambda N_1^2 + \lambda N_2^2 + 2\mu N_1^2) \frac{i\omega A_L}{c_l} e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{22} &= (\lambda N_1^2 + \lambda N_2^2 + 2\mu N_2^2) \frac{i\omega A_L}{c_l} e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{33} &= (\lambda N_1^2 + \lambda N_2^2) \frac{i\omega A_L}{c_l} e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{12} &= 2\mu N_1 N_2 \frac{i\omega A_L}{c_l} e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}. \end{aligned} \quad (13)$$

На основі (13) напруження можна виразити через об'ємні хвилі  $c_l$  та  $c_t$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \left( c_l - \frac{2c_t^2}{c_l} N_2^2 \right) i\omega \rho A_L e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{22} &= \left( c_l - \frac{2c_t^2}{c_l} N_1^2 \right) i\omega \rho A_L e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{33} &= \left( c_l - \frac{2c_t^2}{c_l} \right) i\omega \rho A_L e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{12} &= \left( \frac{2c_t^2}{c_l} N_1 N_2 \right) i\omega \rho A_L e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Аналогічно напишемо напруження, викликані поперечною хвилею, диференціюючи (14):

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= (2\mu N_1 N_2) \frac{i\omega A_S}{c_t} e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{22} &= (-2\mu N_1 N_2) \frac{i\omega A_S}{c_t} e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{33} &= 0, \\ \sigma_{12} &= (N_1^2 - N_2^2) \frac{i\omega A_S}{c_t} e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}. \end{aligned} \quad (15)$$

І знову аналогічно до поздовжніх хвиль, виразимо напруження поперечної хвилі через об'ємні хвилі:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 2c_t N_1 N_2 i\omega \rho A_S e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}, \\ \sigma_{22} &= -\sigma_{11}, \\ \sigma_{33} &= 0, \\ \sigma_{12} &= (N_1^2 - N_2^2) c_t i\omega \rho A_S e^{i\omega(N \cdot X / c_l - t)}. \end{aligned} \quad (16)$$

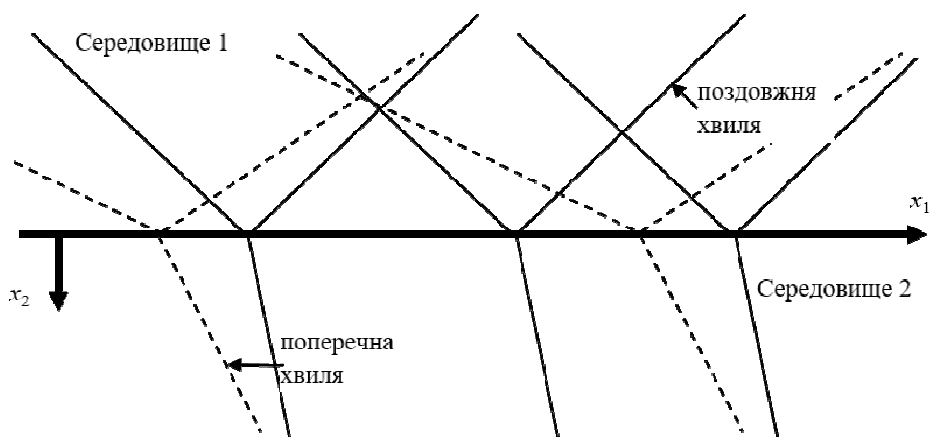
В (15) та (16) отримано рівняння напружень, які викликають коливання елементарних частинок пружного середовища, що коливаються в площині  $x_1x_2$ .

Отримані математичні залежності повною мірою описують параметри хвильового поля об'ємних поздовжніх та поперечних хвиль, що поширюються тільки в площині  $x_1x_2$ .

**Визначення граничних умов поширення ультразвукових хвиль на межі розділу двох середовищ.**

Наведені вище рівняння є достатніми для опису поширення плоских поздовжніх та поперечних хвиль, але вони не враховують взаємодію хвильового поля і границь розділу середовищ, в яких вони поширюються. Розглянемо тепер взаємодію цих хвиль із границями розділу середовищ.

Припустимо, що плоска хвиля поширюється з одного напівнескінченного середовища у друге (рис. 2). Розділ середовищ являє собою нескінченну площину.



**Рисунок 2 - Плоска об'ємна ультразвукова хвиля на межі розділу двох середовищ.**

Розглянемо спочатку поздовжню ультразвукову хвилю, що поширюється в середовищі 1. Ця хвиля є нескінченно широкою, що простягається від  $-\infty$  до  $+\infty$  в напрямку  $x_1$ , і є неперервною в часі. Така хвиля описується рівнянням (8), тобто загальним рівнянням поширення ультразвукової хвилі без врахування граничних умов щодо форми коливань частинок елементарного об'єму та границь розділу середовищ.

Розглянемо властивості хвилі на границі розділу середовищ. Зміщення, викликані цією хвилею на границі розділу середовищ, приймаючи, що  $x_2 = 0$ , будуть такими:

$$u_1 = N_1 A_L e^{i\omega(N_1 \cdot x_1 / c_1 - t)} \quad (17)$$

Або виразимо (17) через хвильове число:

$$u_1 = N_1 A_L e^{i(k_1 \cdot x_1 - \omega t)} \quad (18)$$

Подібно до (18) виражається і зміщення  $u_2$  на границі розділу середовищ. Воно матиме таку ж гармонічну складову вздовж границі розділу

середовищ і тому також описуватиметься хвильовим числом  $k_1$ .

Розглянемо випадок, коли середовище 1 є пружним, а середовище 2 представляє вакуум. В зв'язку з тим, що ультразвукові хвилі не поширюються у вакуумі, в першому середовищі (рис. 2) існують падаючі та відбиті поздовжні й поперечні хвилі.

У цьому випадку компоненти нормального  $\sigma_{22}$  та тангенціального напружень  $\sigma_{12}$  у другому середовищі дорівнюватимуть нулю. На границі розділу середовищ під дією фізичного закону збереження та перетворення енергії компоненти напружень будуть однаковими і відповідно дорівнюватимуть нулю. Але оскільки в першому середовищі ультразвукова хвиля падає на межу їх розділу, для забезпечення рівності фізичних величин на межі розділу мусить бути інша хвиля з такими ж величинами напружень, але взятими з протилежним знаком. Така хвиля має бути присутньою вздовж всієї границі розділу середовищ протягом всього часу існування падаючої хвилі. Властивості хвиль у середовищі поширення обмежені, згідно теореми Фур'є, однаковими частотами, та згідно

закону Снеліуса, однаковими просторовими формами на межі розділу середовищ (однакове хвильове число) [4]. Таким чином, відбита від границі розділу поздовжня хвиля матиме таку ж частоту, що і падаюча поздовжня хвиля, кути падіння будуть дорівнювати

кутам відбиття. Подібно падаюча та відбита поперечні хвилі будуть мати однакові частоту та величину хвильового числа  $k_1$ , як і поздовжні падаюча та відбита хвилі. В загальному, ці умови можна записати так:

$$\begin{aligned} \omega_{LP} &= \omega_{LB} = \omega_{SP} = \omega_{SB} , \\ k_{1(LP)} &= k_{1(LB)} = k_{1(SP)} = k_{1(SB)} , \end{aligned} \quad (19)$$

де індекс  $LP$  – відповідає падаючій поздовжній хвилі, індекс  $LB$  – відповідає відбитій поздовжній хвилі, індекс  $SP$  – відповідає падаючій поперечній хвилі, індекс  $SB$  – відповідає відбитій поперечній хвилі.

Умова (19) означає, що всі хвилі мають однакові компоненти фазової швидкості поширення у напрямку  $x_1$ :

$$c_\phi = \frac{\omega}{k_1} . \quad (20)$$

Оскільки падаюча поздовжня хвиля описується рівнянням (20), та її амплітуда є відомою, то залишаються невідомими величини амплітуд ще трьох хвиль. Знайти невідомі амплітуди хвиль можна, виходячи з граничних умов на границі розділу середовищ при  $x_2 = 0$ ,  $\sigma_{22} = \sigma_{12} = 0$ .

На практиці можна виміряти також амплітуду падаючої поперечної хвилі й, враховуючи граничні умови, визначити закон поширення поперечних ультразвукових хвиль.

Розглянемо випадок, коли перше і друге середовище є пружними тілами з різними фізико-механічними властивостями.

У такому випадку в двох середовищах можуть одночасно поширюватись 8-м хвиль (рис. 2):

- падаюча поздовжня;
- падаюча поперечна;
- відбита поздовжня;
- відбита поперечна;
- заломлена поздовжня від падаючої поздовжньої;
- заломлена поперечна від падаючої поздовжньої;
- заломлена поздовжня від падаючої поперечної;

– заломлена поперечна від падаючої поперечної.

На основі (20) рівність хвильових компонентів поздовжньої та поперечної хвиль у двох середовищах є умовою рівності таких величин:

- нормальне напруження  $\sigma_{22}$ ;
- тангенціальне напруження  $\sigma_{12}$ ;
- нормальне зміщення  $u_2$ ;
- тангенціальне зміщення  $u_1$ .

При ідеальному зчепленні середовищ ці величини повинні бути рівними по всій довжині границі їх розділу.

Вважатимемо, що площини двох середовищ ідеально гладкі, тоді граничні умови на межі розділу двох середовищ, враховуючи (20) для всіх ультразвукових хвиль, можна записати у вигляді:

$$\omega_{(1)} = \omega_{(2)} , \quad k_{1(1)} = k_{1(2)} , \quad (21)$$

де індексами в дужках позначені середовища.

Таким чином, із вісьмома типами хвиль на границі розділу середовищ та чотирма рівняннями граничних умов (2.42) та (2.44), віднаходження величин амплітуд хвиль буде однозначним, якщо будуть відомими закони поширення будь-яких чотирьох хвиль.

Розглянемо поширення пружних хвиль вздовж осі  $x_1$ . Вісім типів хвиль на межі розділу двох середовищ, що поширюються під деяким кутом до площини  $x_1$ , об'єднуються за частотою та хвильовим числом, умова (2.44). Проте, якщо підставити умову (2.44) в рівняння (2.28), ми побачимо, що дана умова буде справджуватись не тільки коли  $x_2 = 0$ , але при будь-якому значенні  $x_2 = \text{const}$ . Таким чином, ми можемо описати поширення всіх хвиль у будь-якій точці простору  $(x_1, x_2)$ , виразивши закон їх руху через координату  $x_1$ .

Згідно закону Снеліуса, відношення між поздовжньою та поперечною хвилями [2]:

$$\frac{N_{1(L)}}{c_l} = \frac{N_{1(S)}}{c_t} , \quad (22)$$

де змінні, позначені в дужках, відносяться до:  $L$  – поздовжня хвиля,  $S$  – поперечна хвиля.

Постійною для всієї системи будуть також хвильове число  $k_1$  та фазова швидкість  $c_\phi$  в напрямку  $x_1$ :

$$\begin{aligned} C_H &= \frac{N_{1(L)}}{c_l} = \frac{N_{1(S)}}{c_t} = \frac{k_1}{\omega} = \frac{1}{c_\phi} = \\ &= \frac{\sin(\theta_L)}{c_l} = \frac{\sin(\theta_S)}{c_t}, \end{aligned} \quad (23)$$

де  $\theta_L$  – кут нахилу падаючої та відбитої поздовжніх хвиль,  $\theta_S$  – кут нахилу падаючої та відбитої поперечних хвиль,  $C_H$  – константа Снеліуса.

Оскільки кут нахилу вектора поширення хвилі відноситься до всіх хвиль (падаючої, заломленої, відбитої) і є абсолютним значенням кута між віссю напрямку поширення хвилі й нормаллю до границі розділу, то з (23) матимемо:

$$N_{1(L)} = c_l \cdot C_H, \quad N_{1(S)} = c_t \cdot C_H. \quad (24)$$

Із раніше прийнятих умов поширення хвиль у протилежних напрямках можна стверджувати, що ультразвукова хвиля, яка поширюється вздовж додатного напрямку  $x_1$ , має позитивне значення константи Снеліуса і від'ємне в протилежному напрямку поширення.

Враховуючи, що хвиля поширюється під кутом до границі розділу середовищ, і приймаючи до уваги (24), знайдемо значення векторів  $N_{(L)}$  та  $N_{(S)}$  для напрямку  $x_2$ :

$$\begin{aligned} N_{2(L\pm)} &= \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2}, \\ N_{2(S\pm)} &= \pm \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2}, \end{aligned} \quad (25)$$

де доданки зі знаком плюс будуть відповідати компонентам тих хвиль, які мають напрямок у додатньому напрямку  $x_2$ . Таким чином, на рис. 2, хвилі, які поширюються вздовж осі  $x_2$  мають додатні значення.

Тепер рівняння (13), (14) зміщення та напруження можуть бути описаними в термінах константи Снеліуса для поздовжніх хвиль [4]:

$$\begin{aligned} u_1 &= c_l \cdot C_H \cdot A_{L\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_l - t)}, \\ u_2 &= \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot A_{L\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_l - t)}, \\ \sigma_{11} &= \left( c_l - \frac{2c_l^2}{c_l} + 2c_l c_t^2 C_H^2 \right) i\omega \rho \cdot A_{L\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_l - t)}, \\ \sigma_{22} &= c_l (1 - 2c_l^2 C_H^2) i\omega \rho \cdot A_{L\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_l - t)}, \\ \sigma_{33} &= \left( c_l - \frac{2c_l^2}{c_l} \right) i\omega \rho \cdot A_{L\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_l - t)}, \\ \sigma_{12} &= \pm 2c_l^2 C_H \cdot \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot i\omega \rho \cdot A_{L\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_l^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_l - t)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Зміщення для поперечних хвиль згідно (2.31):

$$\begin{aligned} u_1 &= \pm \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2} \times \\ &\times A_{S\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_t - t)}, \\ u_2 &= -c_t \cdot C_H \cdot A_{S\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_t - t)}. \end{aligned} \quad (27)$$

Напруження поперечних хвиль дорівнює згідно (2.39) [7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \pm 2c_t^2 \cdot C_H^2 \cdot \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2} i\omega \times \\ &\times \rho \cdot A_{S\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_t - t)}, \\ \sigma_{22} &= -\sigma_{11}, \\ \sigma_{12} &= c_t^2 \cdot \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2} i\omega \times \\ &\times \rho \cdot A_{S\pm} e^{i\omega(C_H \cdot x_1 \pm \sqrt{1 - c_t^2 C_H^2} \cdot x_2 / c_t - t)}. \end{aligned} \quad (28)$$

Таким чином, (26) – (28) дають повний опис хвильового поля в пружному середовищі з врахуванням границь розділу, описаних у термінах, які є відомими для всіх хвиль: швидкості поширення та частоті поздовжньої та поперечної об'ємних хвиль, константи Снеліуса.

**Проведення досліджень.** Проведемо дослідження взаємодії акустичної хвилі з неоднорідністю із такимим параметрами:

- форма неоднорідності – еліпсоїд із довжинами осей 0.5 м, 0.25 м., 0.25 м.;
- частота акустичної хвилі 2 кГц;
- довжина хвилі 0.75 м;
- величина дальньої зони 10 м.

Параметри акустичної хвилі були вибрані з міркувань кількості необхідних ресурсів для проведення обчислення методом скінченних елементів.

Результати проведення обчислень представлені на рис.3 та рис. 4.

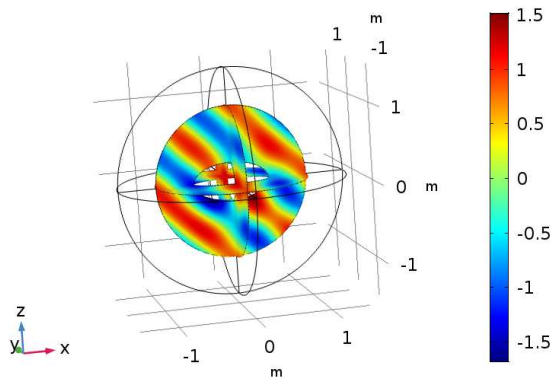


Рисунок 3 - Загальне акустичне поле.

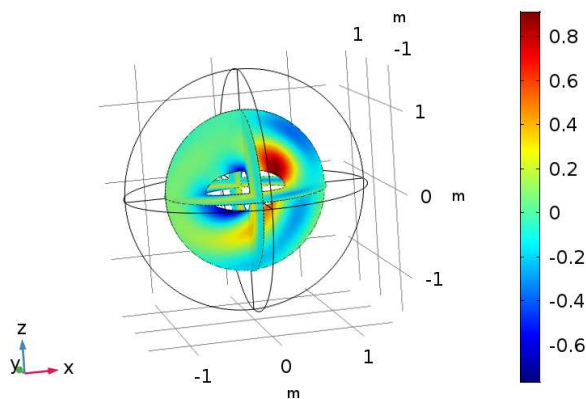


Рисунок 4 - Акустичне поле відбитої хвилі.

### Висновки

Представлений підхід визначення величини акустичного поля при взаємодії із неоднорідністю є перспективним та таким, що підвищує час та достовірність контролю.

Результати досліджень показали, взаємоположення концентрації акустичної енергії відносно форми неоднорідності та вектору поширення падаючої акустичної хвилі.

Подальші дослідження повинні стосуватись реалізації пристрою контролю удосконалення методу акустичної ідентифікації

неоднорідностей.

1. Лютак І. З. Розроблення алгоритму та структури даних для обчислення параметрів поширення ультразвукових мод Лемба / І. З. Лютак // Науковий вісник національного лісотехнічного університету України.- 2015.- Випуск 25.2.- С. 306-311.

2. Mandra A.A. Modeling of ultrasonic guided waves propagation in a waveguide with cross-section of finite size / A.A. Mandra, I.Z. Lyutak, Z.P. Lyutak // Journal Of Hydrocarbon Power Engineering, 2014.- v. 1, iss. 1, Pages 58 – 65.

3. Wilcox P. Dispersion and excitability of guided acoustic waves in isotropic beams with arbitrary cross section / P. Wilcox, M. Evans, O. Diligent, M. Lowe, P. Cawley // Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation - 2002. - Vol. 21. - P. 203 - 210. - ISSN 0003-6951.

4. Документація на пакет програм скінченно-елементного аналізу Comsol версія 3.5a. - COMSOL Inc., 2017. - 1 електрон. опт. диск (DVD-ROM) 12 см. - Системні вимоги: Pentium-266; 32 Mb RAM; DVD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.- Назва з титул. екрану.

5. Fong K. L. J. A study of curvature effects on guided elastic waves / K. L. J. Fong. - PhD thesis. Imperial College London, 2005. – 209 p.

6. Rose J. L. Ultrasonic Waves in Solid Media. Cambridge University Press.- 1999.- 476 p.

7. S. Rapps, E.J. Weyuker, Selecting software test data using data flow information, IEEE Trans. Software Eng. SE-20 (No. 4) (1995) 385–403.

Поступила в редакцію 02.05.2018 р.

Рекомендували до друку: докт.техн.наук,  
проф. Райтер П. М., докт. техн. наук, проф.  
Середюк О. Є.