

## РАСЧЁТ НАПРЯЖЕНИЙ В КОЛОННАХ РАЗНОЙ ДЛИНЫ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Т.С. Скобло, А.И. Сидашенко, И.Н. Рыбалко, А.Ю. Марченко

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенко; 61002, г. Харьков, ул. Алчевских 44, тел. (057)7327328, e-mail: kafedraTSRP@i.ua

У раніше виконаних авторами дослідженнях вивчено особливості дефектних зон верхньої частини колони, які характеризують розвиток процесів деградації металу з корозійною пошкодженістю. Інтенсифікація розвитку такої пошкодженості визначається напруженнями, що виникають під час експлуатації. Для оцінки рівня напруженого стану проведено математичне моделювання характеру накопичення напружень у колонах різної довжини. Розрахунки довели, що зона довжини для пластичної ділянки із зовнішньою силою руйнування дорівнює висоті. Це відповідає Принципу Сен-Венана. З отриманих залежностей аналізу ступеня розтягу зразків різної довжини випливає, що зі збільшенням половини протяжності їх зони до руйнування, рівень отриманої деформації мінімізується. Показано, що стандартні зразки, які використовуються для оцінки напруженого стану, не дають уявлення про процеси, що розвиваються.

Ключові слова: пошкоджуваність, принцип Сен-Венана, розтягнення, зразки, деформація, руйнування.

В ранее выполненных авторами исследованиях изучены особенности дефектных зон верхней части колонны, которые характеризуют развитие процессов деградации металла с коррозионной поврежденностью. Интенсификация развития такой поврежденности определяется возникающими при эксплуатации напряжениями. Для оценки уровня напряженного состояния проведено математическое моделирование характера накопления напряжений в колоннах различной длины.

Расчеты показали, что зона длины пластического участка с внешней силой разрушения равна его высоте. Это соответствует принципу Сен-Венана. Из полученных зависимостей анализа растяжения образцов различной длин следует, что с увеличением половины протяженности их зоны до разрушения, уровень достигаемой деформации минимизируется. Показано, что стандартные образцы, используемые для оценки напряжённого состояния, не дают представления о развивающихся процессах.

Ключевые слова: повреждаемость, принцип Сен-Венана, растяжение, образцы, деформация, разрушение.

In their previous studies the authors investigated the features of defective areas in the column upper part, characterizing the development of metal degradation processes with corrosion damageability. Intensification of damageability development is determined by operation voltages. To assess the stress state level, the mathematical modeling of stress accumulation nature in columns of different length was developed. The calculations demonstrated that for a plastic portion with external force fracture zone of its length is equal to the height. This corresponds to Saint-Venant principle. From the obtained results tension dependency analysis of samples of different lengths, it follows that with increasing length of 1/2 to fracture zone, and the level achievable deformation is minimized. It was proved that standard samples used for stress state assessment, do not demonstrate the developing process.

Keywords: damageability, Saint-Venant principle, tension, specimens, deformation, destruction.

### Введение

Для трубопроводов нефтяной и газовой промышленности и буровых труб используют доэвтектоидные стали — углеродистые и низколегированные. В работе [1] изучены особенности структурной деградации металла тела и элементов резьбовых соединений НКТ из стали Р-110 производства Китая, в процессе эксплуатации которых имеет место углекислотная коррозия. Химический состав исследуемого металла труб, %: 0,29С, 0,36Si, 0,72Mn, 1,1Cr, 0,1Ni.

Компоновка колонны НКТ данной скважины была выполнена согласно проекту по следующей схеме: верхний участок собран из труб группы прочности Р-110, затем участок из группы прочности Е, нижний участок колонны скомпонован из труб группы прочности Д. Наружный диаметр трубы в состоянии поставки — 73мм, толщина стенки — 5,5мм. Трубы верхней колонны исследуемой скважины соответствовали прочности стали Р-110 и имели питтинговые коррозионные повреждения на внутренней

поверхности. Максимальная коррозионная поврежденность (сквозные отверстия по резьбе и телу труб) наблюдали только в верхнем участке (14 верхних труб), что однозначно указывало на связь процесса коррозии с уровнем растягивающих напряжений и их влиянием на структурные деградационные изменения в металле.

### Анализ последних достижений

Ранее выполненными [1-2] комплексными исследованиями было показано, что наибольшая деградация металла имеет место как в гладких участках трубы, так и в резьбовых соединениях верхней части колонны. Деградационные явления при эксплуатации металла в этих зонах развиваются в результате действия макро- и микронапряжений (структурных) от вибрации в резьбовом сопряжении и растяжения под тяжестью колонны. При растягивающих нагрузках, которые моделировали при испытаниях на плоских разрывных образцах стальной с содержанием до 0,3% С, установили, что особенно у края образца (это характерно и для

внутренней поверхности трубы) происходит наиболее интенсивная деформация, которая сопровождается интенсивной диффузией углерода за счёт разрушения цементитной составляющей перлита в зоне с максимальной деформацией. Это способствует тому, что прилегающая к поверхности зона практически не имеет перлита и становится обезуглероженной. Одновременно в ней появляются отдельные включения менее стабильных карбидов, соответствующие составу  $Fe_xC_y$ . Кроме того, такие включения выдавливаются и на поверхность, создавая локальные структурные напряжения.

Что касается резьбовых соединений, то в результате циклических воздействий при недостаточно стабильном их состоянии, интенсивном трении в случае использования пластичной смазки низкого качества или быстро теряющие кислород в своём составе, их вторичные защитные структуры (плёнки) разрушаются. При этом интенсифицируются коррозионные процессы, полностью поражающие указанные зоны.

### Постановка проблемы

Исходя из анализа деградационных процессов, которые характеризуют эксплуатационную стойкость колонны, необходимо решить две проблемы: первая – оценить характер напряжений в верхней зоне колонны с целью выбора наиболее стойкого к деградации материала; вторая – в дальнейших исследованиях предложить модификатор для пластичной смазки, вводимой для стабильной работы сопряжения, с длительным периодом сохранения необходимых трибологических характеристик (без формирования питтингов).

### Цель статьи

Целью данной работы явилось предложить методику и оценить характер напряжений, развиваемых в колонне при эксплуатации.

### Изложение основного материала

При решении поставленной задачи частично использовали методику расчёта напряжений на базе работы [3]. В основу оценки положен вариационный принцип наименьшего действия усилий, описанный в работах по аналитической механике. Методика расчётов подробно рассмотрена ранее опубликованных нами работах [4-5].

При оценке поведения длинных стержней (труб в эксплуатации) трудной задачей оказалось нахождение длины пластически деформируемого участка, когда внешняя сила не превышает предельно упругую.

Неизвестные перемещения деформаций в отличающихся задачах, подробно рассмотренных в работах [4, 5], хотя и определяются с помощью полученных ранее зависимостей, однако дают разные результаты.

Ряд решений при расчете на компьютере показали отличающиеся между собой результаты, вероятно связанные с неравномерным распределением упругих деформаций по длине стержня.

Уточнение зависимостей будет возможным лишь при наличии экспериментальных данных с использованием коэффициентов или свободных параметров, относящихся к касательным деформациям, с применением обработки данных методом наименьших квадратов.

Рассмотрев вариационный принцип описания упруго пластической системы, наиболее интересным подходом к оценке напряжённого состояния колонны считаем использование дифференциального уравнения без воздействия внешней силы в системе «упругость – пластичность». В ранее выполненных работах [4, 5] рассматривалась система

$$F = \frac{G}{2} (l_2 - l_1)^2 + \sigma_{tek} e_{tek} V(l_1) = \min, \quad (1)$$

где  $G$  - заданная жесткость системы, кг/мм. Она равна

$$G = \frac{Ebh}{l}, \quad (2)$$

где  $V(l_1)$  - объем пластической деформации, определяемой величиной  $l_1$  (величина удлинения, зависящая от пластической деформации);

$l_2$  - параметр, характеризующий суммарное удлинение от упругой и пластической деформаций – заданная величина;

$l_1$  - неизвестна;

$e_{tek}$ ,  $\sigma_{tek}$  - соответственно предел и напряжение текучести;

В такой статической системе жесткость  $G$  считали постоянной величиной.

Для упрощения в качестве примера использовали условие, при котором объем пластической деформации равен:

$$V(l_1) = bhl_1, \quad (3)$$

где  $b$  - ширина,  $h$  - высота.

Дифференцируя (1) по  $l_1$  и приравнявая производную к нулю, получили:

$$-G(l_2 - l_1) + \sigma_{tek} e_{tek} bh = 0. \quad (4)$$

Учитывая (4), получаем:

$$\begin{aligned} l_1 &= l_2 - \frac{\sigma_{tek} e_{tek} bh}{G} = l_2 - \frac{\sigma_{tek} e_{tek} bhl}{Ebh} = \\ &= l_2 - \frac{\sigma_{tek} e_{tek} l}{E} = l_2 - e_{tek}^2 l, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $l$  - длина;

$E$  - модуль упругости (модуль Юнга).

Если в качестве  $l_2$  принять

$$l_2 = e_{tek} al, \quad (0 < a \leq 1), \quad (6)$$

то

$$l_1 = ae_{tek} l - e_{tek}^2 l = e_{tek} l(a - e_{tek}), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{l_2 - l_1}{l} &= \frac{e_{tek} al - e_{tek} l(a - e_{tek})}{l} = \\ &= e_{tek} a(1 - a + e_{tek}), \end{aligned} \quad (8)$$

и в результате получаем, что на какую бы длину не растягивали стержень, всегда найдется

определенная его часть, которая растянется пластически. Это соответствует принципу Сен-Венана.

В самом простом случае – изменении объема при пластической деформации – получим заниженные значения пластического удлинения.

Для более реального случая – изменения объема по части окружности – оценим средние значения объемов при разных радиусах окружностей:

$$\Delta h = \frac{l_d^2}{2r}; e_y = \frac{l_d^2}{2rh}; e_x = \frac{l_d}{l};$$

$$e_{tek}l \leq l_d \leq 0.094l; r = \frac{l_d^2}{2e_{tek}h}; r = \frac{l_d^2}{0.188h};$$

$$e_{tek}l\sqrt{he_y} \leq l_d\sqrt{he_y}; e_{tek}l \leq l_d \leq 0.094l;$$

$$e_{tek}l \leq l_d \leq 0.094l$$

Рассмотрим случай, когда половина длины стержня равна 100 м (рис. 1).

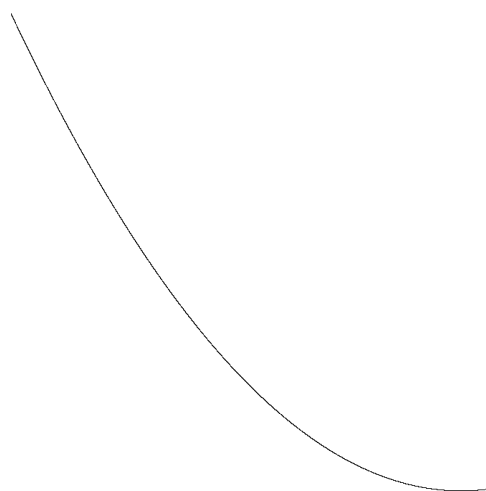


Рисунок 1 – Влияние деформации системы на предельно упругое перемещение для половины длины стержня

В работе рассмотрены и короткие образцы, половина длины которых соответствует 50мм, а для стандартных - она не превышает 40мм. Тензометрические изменения для стандартных образцов покажет только отношение, близкое к единице, т.е. использовать их для определения напряжённого состояния нецелесообразно [4].

По горизонтальной оси отложена величина предельно упругого перемещения  $l_2 = 442,8$  мм. При условии, что жёсткость имеет постоянное значение, зона пластического деформирования оказалась несколько меньшей половины длины колонны, равной 1000м.

Минимальная работа деформации описываемой системы соответствует точке:

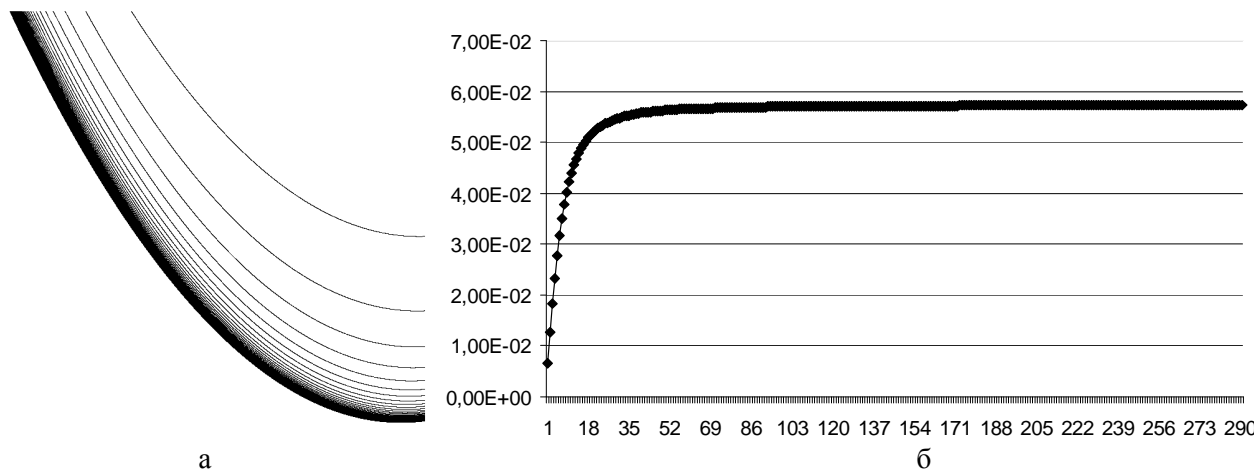
$$l_3 = 417,5 \text{ мм}, \frac{l_2 - l_3}{l_2} = 0,0572. \quad (8)$$

Известно, например, что при прокатке очень чётко наблюдается минимум суммарного значения упругой и пластической деформации. В этом случае минимум тоже существует, но он очень «слабый», вероятно из-за того, что вместо сопротивления деформации в расчётах использовали предел текучести. Полученная картина напоминает фазовый переход, для получения которого необходимо затратить дополнительную энергию. И это подтверждает неоднозначность касательных деформаций.

Вертикальная ось соответствует работе деформации системы.

Рассмотрев еще несколько примеров различных длин от 50мм до 14,5м, пришли к выводу, что предельное значение равно  $\frac{l_2 - l_3}{l_2} = 0,0572$ . При построении подобных графиков для разных длин, начиная с 50мм с шагом 50мм, получили картинку, приведенную на рис. 2.

Алгоритм программы расчётов основан на переборе упругих и пластических зон, а также нахождении зон локализации касательных напряжений.



а – верхняя кривая соответствует половине длины стержня – 50 мм; следующая – 100 мм и т.д.; б – описание суммарной деформации и минимальных её значений

Рисунок 2 – Графики изменения суммарной упругой и пластической деформации

На рис. 2, б по оси  $x$  каждое число нужно умножить на 50, чтобы получить половину длины стержня, в мм. По оси  $y$  приведены значения  $\frac{l_2 - l_3}{l_2}$ .

Чтобы узнать среднюю длину пластического удлинения, нужно из предельно упругого удлинения вычесть предельно упругое удлинение, умноженное на коэффициент, полученный из графика, зависящего от половины длины.

Начиная с 5000мм ( и даже немного меньше) коэффициент из графика равен 0,0572.

Анализировали сведение упруго-пластической системы к дифференциальному уравнению первого порядка путем исключения параметра  $l_2$ . Этот параметр исключили с помощью дифференцирования.

$$\frac{dF}{dl_1} = G(l_2 - l_1) + \sigma_{tek} e_{tek} \frac{dV}{dl_1}, \quad (9)$$

отсюда

$$l_2 = \left( \frac{dF}{dl_1} + Gl_1 - \sigma_{tek} e_{tek} \frac{dV}{dl_1} \right) / G. \quad (10)$$

Подставляем это выражение вместо  $l_2$  в (1)

$$F = \frac{G}{2} \left[ \left( \frac{dF}{dl_1} + Gl_1 - \sigma_{tek} e_{tek} \frac{dV}{dl_1} \right) / G - l_1 \right]^2 + \sigma_{tek} e_{tek} V(l_1). \quad (11)$$

Это уже дифференциальное уравнение в неявном виде относительно функции  $F$ . Начальным условием для него может стать значение  $F$  при  $l_1 = 0$ , то есть,

$$F = \frac{G}{2} l_1^2, \quad (12)$$

потому, что объем пластически деформированного металла при этом равен нулю. Представляет интерес точка  $l_1$ , в которой  $\frac{dF}{dl_1}$  обращается в 0. Учитывали, что объем пластически деформированного металла завит от радиуса.

Из (9) получим два корня уравнения:

$$\frac{dF}{dl_1} = \sigma_{tek} e_{tek} \frac{dV}{dl_1} - \sqrt{2G(F - \sigma_{tek} e_{tek} V)}; \quad (13)$$

$$\frac{dF}{dl_1} = \sigma_{tek} e_{tek} \frac{dV}{dl_1} + \sqrt{2G(F - \sigma_{tek} e_{tek} V)}. \quad (14)$$

Из них только первый, при определенном  $l_1$  может обратиться в 0. Поэтому решению подлежит только уравнение (13). Рассмотрим растяжение стержня. Сначала необходимо определить жесткость упругой системы для этого случая в кг/мм. Этого можно достичь умножив ее на мм<sup>2</sup>, как приведено в первом слагаемом (1), и иметь работу в кг/мм. В терминах растяжения это будет:

$$G = \frac{Ebh}{l}. \quad (15)$$

Рассмотрим для начала весьма упрощенную модель пластического деформирования, когда:

$$V = bhl_1. \quad (16)$$

Тогда:

$$\frac{dV}{dl_1} = bh; \quad (17)$$

$$\frac{dF}{dl_1} = \sigma_{tek} e_{tek} bh - \sqrt{2G(F - \sigma_{tek} e_{tek} bhl_1)}. \quad (18)$$

Полученное дифференциальное уравнение решить можно только численным методом. В данном случае уравнение решали с помощью метода конечных разностей по явной разностной схеме с очень маленьким шагом по координате  $l_1$ . В конечно разностной форме уравнение записывается так:

$$\frac{F_{i+1} - F_i}{\Delta l_1} = \sigma_{tek} e_{tek} bh - \sqrt{2G(F_i - \sigma_{tek} e_{tek} bhl_{1i})}, \quad (19)$$

где  $\Delta l_1$  - шаг по координате  $l_1$ ;

$l_{1i}$  - длина пластически деформируемого участка на  $i$ -том шаге расчета;

$F_i$  - значение функции на  $i$ -том шаге расчета;

$F_{i+1}$  - значение функции на  $i+1$ -том шаге расчета.

Из формулы следует, что значение функции на  $i+1$ -ом шаге расчета равно:

$$F_{i+1} = F_i + \Delta l_1 \left[ \sigma_{tek} e_{tek} bh - \sqrt{2G(F_i - \sigma_{tek} e_{tek} bhl_{1i})} \right], \quad (20)$$

при этом

$$l_{1i+1} = l_{1i} + \Delta l_1. \quad (21)$$

В программе расчета была реализована классическая численная схема Рунге-Кутты, имеющая 4-ю степень точности относительно  $\Delta l_1$ , но ее описание более громоздко. Расчет по явной разностной схеме практически совпал с выполненным по этому методу.

Для определенности решения еще нужно задать значения начальных условий, т.е.:

$$l = 0 \quad (22)$$

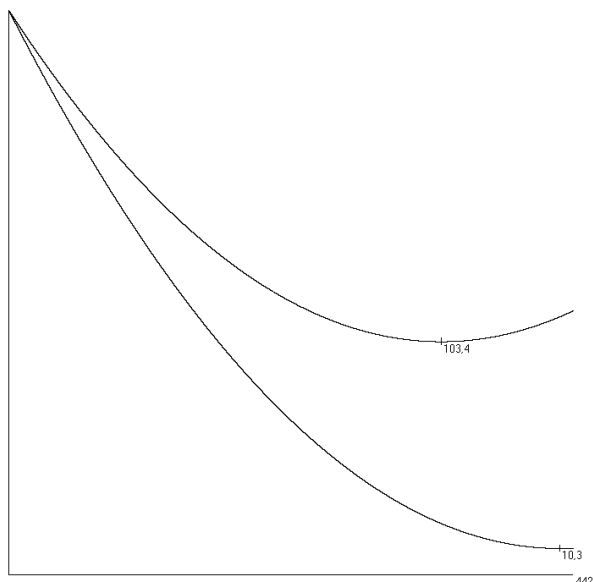
и согласно формуле (12).

$$F = \frac{G}{2} l_1^2.$$

Зависимость изменения величины сопротивления деформации для  $1/2$  длины стержня 100мм приведена на рис. 3.

Верхняя кривая относится к сопротивлению деформации, равному  $10\sigma_{tek}$ , а нижняя – к сопротивлению деформации, равному  $\sigma_{tek}$ .

В стационарной точке минимума для верхней кривой величина участка пластичности, равная разности между  $l_1$  и абсциссой точкой минимума соответствует 103.4 мм, в то время как для нижней эта разность в 10 раз меньше.



**Рисунок 3 – Зависимости изменения сопротивления деформации для половины длины стержня, равного 100м**

Недостатком рассмотренной модели является невозможность задания начальных данных меньше минимального значения  $F(x) = \min$ . Иначе рано или поздно подкоренное выражение (19) становится отрицательным.

Произвели сведение основного условия равновесия к дифференциальному уравнению первого порядка путем исключения параметра  $P$ , но в уравнение вводим параметр упругого перемещения  $l_2$ .

Через  $x$  обозначим пластическое перемещение (мм). Через  $V(x)$  обозначим неизвестный объем пластической деформации. Для упрощения примем его равным:

$$V(x) \approx bhx. \quad (23)$$

Через  $l_2$  обозначим упругое перемещение в мм. В этом случае величина  $l_2 = 442,8$  мм.

Жесткость принимаем, согласно зависимости (15):

$$F(x) = P(l_2 + x) - \frac{G}{2}(l_2 - x)^2 - \sigma_{tek} e_{tek} V(x) = \min. \quad (24)$$

Дифференцируем и приравняем производную к нулю:

$$\frac{dF(x)}{dx} = P + G(l_2 - x) - \sigma_{tek} e_{tek} V'(x); \quad (25)$$

отсюда

$$P = \frac{dF(x)}{dx} - G(l_2 - x) + \sigma_{tek} e_{tek} V'(x). \quad (26)$$

Подставляем в (24):

$$F(x) = \left[ \frac{dF(x)}{dx} - G(l_2 - x) + \sigma_{tek} e_{tek} V'(x) \right] (l_2 + x) - \frac{G}{2}(l_2 - x)^2 - \sigma_{tek} e_{tek} V(x); \quad (27)$$

отсюда

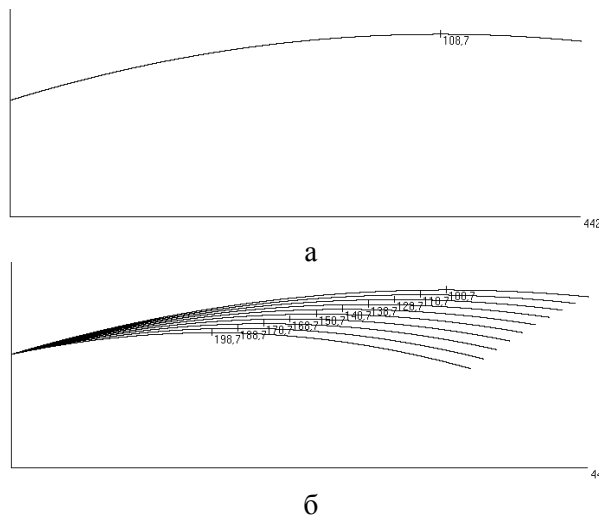
$$\frac{dF(x)}{dx} = F(x) / (l_2 + x) + G(l_2 - x) - \sigma_{tek} e_{tek} V'(x) + \left[ \frac{G}{2}(l_2 - x)^2 + \sigma_{tek} e_{tek} V(x) \right] / (l_2 + x). \quad (28)$$

Это линейное уравнение относительно  $F$ . Его решение можно найти в явном виде.

Указанные расчеты имеют и недостаток, заключающийся в том, что кривая, независимо от начальных условий, направлена выпуклостью вверх (в предыдущем случае - вниз).

В приведенной постановке невозможно исключить параметр  $l_2$ , поэтому для получения уравнения, рассматривали двумерный случай, где  $l_2$  независимая переменная, в дальнейшем будет обозначена через  $u$ .

В этом примере так же, как и в предыдущем, половина длины 100 метров. Длина  $l_2$  та же 442,8 мм. Получена такая же длина пластического участка за счет сопротивления деформации не в 10 раз, как в предыдущем случае, а в 2.65 раза, которая превышает предел текучести (рис. 4).



**Рисунок 4 – Зависимость изменения сопротивления деформации для половины длины 100м (а) и с различными значениями  $l_2$  (б)**

Рассмотрен тот же пример, но с разными значениями  $l_2$  (см. рис 4, б). Равномерность выходных точек кривых, вероятно, свидетельствует о том, что это связано с большой длиной стержня. При малых длинах равномерность может не проявляться.

Вывод уравнений в частных производных проводили методом исключения параметров. Жесткость в расчетах считается постоянной величиной. Формула рассмотрена в работе [5]. Методика соответствует постановке задачи:

$$F = P(\Delta l + l_1) - \frac{1}{2} E \left[ \frac{\Delta l}{l - l_1} \right]^2 (l - l_1) bh - a_1 \sqrt{cl_1^2 + d} = \min;$$

$$F(x, y) = P(y + x) - \frac{G}{2}(y - x)^2 - W(x) = \min, \quad (29)$$

где  $y$  - упругое перемещение;

$x$  - пластическое перемещение;

$W(x)$  - работа пластической деформации.

Далее проводим (29) дифференцирование левых и правых частей

$$\frac{\partial F}{\partial x} = P + G(y - x) - \frac{\partial W}{\partial x}; \quad (30)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = P - G(y - x); \quad (31)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = +G - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}; \quad (32)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -G; \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = G. \quad (34)$$

Вычитая из (30) (31), исключаем параметр  $P$ :

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} = 2G(y - x) - \frac{\partial W}{\partial x}. \quad (35)$$

Если подставляем в (35) вместо  $G$  выражение (33), получим уравнение в частных производных второго порядка:

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} = -2 \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} (y - x) - \frac{\partial W}{\partial x}, \quad (36)$$

или, в более привычной форме

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial y} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} (y - x) - \frac{\partial W}{\partial x}. \quad (37)$$

Если подставляем в (35) вместо  $G$  выражение (34), также получим уравнение в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} = 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} (y - x) - \frac{\partial W}{\partial x}, \quad (38)$$

или, в более привычной форме:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial y} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} (y - x) - \frac{\partial W}{\partial x}. \quad (39)$$

Уравнения (37) и (39) отличаются по знаку вторых производных. Но если рассматривать (37) при колебаниях с демпфером, знак должен быть положительным. В обоих уравнениях, когда пластическое перемещение приближается к упругому, влияние вторых производных стремится к нулю.

Еще одна критика этих уравнений состоит в том, что множитель при первой производной является коэффициентом демпфирования, который все время равен единице.

Разностная схема особенно у (37) будет похожа на разностную схему уравнения теплопроводности. В (39) разностная схема будет не

двух-, а трехслойная, в отличие от теплопроводности.

В результате анализа следует, что можно, не исключая  $G$ , исключить из рассмотрения функцию  $W(x)$ , что приведет к уравнению второго порядка в смешанных частных производных. При этом можно предположить, что пластическая деформация - функция не только непрерывная, но и имеющая непрерывную производную второго порядка.

В методе Гамильтона [6] рассматривается интеграл, при котором не требуется непрерывности.

Дифференцируем (35) по  $x$ :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = -2G - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}. \quad (40)$$

Из этого выражения вычитаем (32)

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = 3G. \quad (41)$$

Это уравнение представляет собой условие колебаний.

При расчете жесткости приняли длину  $l$  стержня постоянной. На самом деле она немного отличается и равна  $l - y + x$ . Жесткость колонны зависит от сборки и поэтому может изменяться.

В схему подхода дифференцирования включена оценка жесткости, которая зависит от  $x$  и  $y$ :

$$F(x, y) = P(y + x) - \frac{G(x, y)}{2}(y - x)^2 - W(x); \quad (42)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = P - \frac{(y - x)^2 \partial G}{2 \partial x} + G(y - x) - \frac{\partial W}{\partial x}; \quad (43)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = P - \frac{(y - x)^2 \partial G}{2 \partial y} - G(y - x); \quad (44)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\frac{(y - x)^2 \partial^2 G}{2 \partial x^2} + \frac{(y - x) \partial G}{\partial x} + G - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}; \quad (45)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{(y - x)^2 \partial^2 G}{2 \partial y^2} - \frac{(y - x) \partial G}{\partial y} - G; \quad (46)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\frac{(y - x)^2 \partial^2 G}{2 \partial x \partial y} - \frac{(y - x) \partial G}{\partial x} + G. \quad (47)$$

В данной работе получены зависимости для варианта пластически деформируемой области в виде криволинейной трапеции.

Расчеты, проведенные по полученным формулам, показали, что для пластического участка в виде прямолинейной трапеции с внешней силой разрушения длина его равна высоте. Это соответствует принципу Сен Венана.

Из полученных зависимостей анализа растяжения образцов различных длин следует, что с увеличением половин протяженности их зоны до разрушения уровень деформации минимизируется.

Согласно результатов проведенных исследований локализация деформаций в верхней

части колонны требует особого подхода к выбору методики моделирования процесса и качеству металла верхней части колонны труб. Можно предположить, что эффективным для увеличения срока эксплуатации верхней зоны металла колонны может быть использование сталей с перлитной структурой матрицы и минимальной долей ферритной составляющей, мелким зерном и чистой по неметаллическим включениям.

Что касается повышения стойкости резьбовых соединений, то пластичную смазку следует модифицировать присадками детонационного происхождения и они должны иметь различную фракцию порошковых композиций, которые обеспечат более длительное сохранение кислорода в очагах трения.

### Выводы

1. Для уточнения подхода по оценке напряжений при эксплуатации, подробно рассмотренных в работах [4, 5], вынудило исследователей разработать еще одну модель растяжения длинных стержней, в которой внешняя сила не участвует в явном виде. Опыт подсказывает, что без внешней силы решения упруго-пластических задач получаются намного более устойчивыми. Но разработанная модель не должна противоречить принципу минимума энтропии. Основой создания модели явилось сравнение работ упругих и пластических деформаций. Алгоритм основан на переборе длин упругих и пластических зон, а также нахождении области касательных деформаций. Расчет проведен для криволинейных трапеций. Уточнение и выбор лучшей модели возможен только при наличии экспериментальных данных, учитывающих конкретные свойства, структуру материала и его химический состав.

Качественно модель показала неплохие результаты. Они приведены на графических зависимостях. В процессе проведения расчетов рассмотрели разность отношений упругой деформации всего стержня к предельно упругой. Она на порядок меньше для коротких, чем для длинных стержней.

2. Получены отношения упругой деформации к пределу текучести. Для длинных стержней это отношение постоянное. Рассмотрены и короткие образцы, половина длины которых начинается с 50 мм. У стандартных образцов половина длины равна 40 мм. Тензометрические измерения для стандартных образцов показывают только отношение, близкое к 1, т.е., использовать её не целесообразно.

3. Новизной подхода к оценке напряжённого состояния и полученная информация о суммарной работе деформации, описанная в системе дифференциальным уравнением. Подход к составлению дифференциальных уравнений путем исключения какого-либо параметра известен. В данном случае исключили параметр жесткости.

Упрощенной моделью пластичности показано, как работает, и что дает такой подход к решению задачи. Введение параметра сопротивления деформации вместо предела текучести позволяет значительно сдвигать экстремальную точку энтропии.

Некоторым недостатком, рассмотренной модели, является невозможность задания начальных данных меньше минимального значения  $F(x) = \min$ . Иначе рано или поздно подкоренное выражение зависимости (18) становится отрицательным. Можно предположить, что предложенный метод обладает новизной потому, что дает нелинейное уравнение демпфера. Хотя не исключено, что в теории колебаний есть и нелинейные. Также рассмотрено дифференциальное уравнение путем исключения параметра внешней силы. Оно сводится к решению линейного дифференциального уравнения. Его аналог можно найти среди уравнений демпфера.

4. Самый малоизученный подход к анализу упруго-пластической задачи растяжения длинного стержня состоит в одновременном исключении двух параметров. Тогда эта задача сводится к уравнениям в частных производных. И особенно интересен случай, когда удаётся исключить внешнюю силу и работу пластической деформации и получить уравнение второго порядка в частных производных, похожее на стационарное уравнение колебаний. А поскольку исключена работа пластической деформации, то существует большая вероятность появления скачка энтропии. В этом случае задачу следует решать с помощью обобщенных функций. Новизна выполненных оценок также включает учёт скрытой энергии пластичности. Аналогом может служить процесс кристаллизации.

Исходя из изложенного, задачей дальнейших исследований является разработка подхода к моделированию и прогнозированию процессов развития напряжённого состояния при эксплуатации путём выбора эффективных материалов колонны.

### Литература

1 Марченко А.Ю. Особенности структурных изменений металла насосно-компрессорных труб при эксплуатации в условиях углекислотной коррозии / А.Ю. Марченко // Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. – 2014. – Вип. 146. – С. 114-122.

2 Скобло Т.С. Анализ влияния структурно-механических факторов на коррозионную повреждаемость насосно-компрессорных труб в условиях углекислотной скважинной коррозии / Т.С. Скобло, А.Ю. Марченко // Сталь. – 2014. – №12. – С. 84-88.

3 Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу. – М: Мир, 1987. – 542с.

4 Анализ характера растяжения насосно-компрессорных труб и определение степени, области их пластической деформации при эксплуатации / Т.С. Скобло, А.И. Сидашенко, И.Н. Рыбалко, А.В. Тихонов, Е.Л. Белкин, А.Ю. Марченко // Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка «Ресурсозберігаючі технології, матеріали та обладнання у ремонтному виробництві». –2017. – Вип. 183. – С. 116-127.

5 Разработка методики оценки характера растяжения насосно-компрессорных труб в эксплуатации / Т.С. Скобло, А.И. Сидашенко, И.Н. Рыбалко, Е.Л. Белкин, А.Ю. Марченко // Технічний сервіс агропромислового, лісового і транспортного комплексів. – 2017. – №7 – С. 69-79.

6 Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные методы и задачи. / Г.Н. Дубошин. – М.: Наука, 1968. – 800 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
16.11.17*

*Рекомендована до друку  
професором **Копеєм Б.В.**  
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)  
професором **Лузаном С.А.**  
(Харківський національний технічний  
університет сільського господарства  
імені Петра Василенка, м. Харків)*