Приборы и техника эксперимента. – 2000.– №5. – С.70-77. 3. Трофимов Б.Е., Куликовский О.В. Передача изображений в цифровой форме. – М.: Связь, 1980. – 188с. 4. Порев В.А., Куликова О.В. Пространственно-частотная характеристика телевизионной системы на матрице ПЗС / Нац. техн. ун-т. України "Київ. політехн. ін-т.". – Київ, 1997. – Деп. в УкрІНТЕІ 28.05.97, № 401 – Уі 97. 5. Порев В.А., Кулікова О.В. Дослідження математичної моделі автоматизованої телевізійної системи контролю // Проблемы управления и информатики. – 1998. – №3. – С.115-118. 6. Журович К.А., Кириллов В.П., Михайлов Ю.А. и др. Метод измерения амплитудной характеристики устройства регистрации изображения на основе ПЗС-матрицы // Приборы и техника эксперимента.– 2001. – №5. – С.113-116. 7. Coltman I.W. The specification of imaging properties by response to a sync-wave input // Journal of Optical Society of America. – 1955. – Vol.44, №6. – P.467-471. 8. Пресс Ф.П. Фоточувствительные приборы с зарядовой связью. – М.: Радио и связь, 1991. – 136с. 9. Сергеев А.А. Плата для ввода изображений в ЭВМ типа IBM для телевизионной микроскопии // Приборы и техника эксперимента. - 1997. - №6. - С.139 10. Сергєєв О.О. Оцінка вірогідності при телевізійному контролі стану біологічних об'єктів // Методи та прилади контролю якості. – 2000. - №5. – С.84-86.

УДК 621.643.2., 622.276.

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ ПРОСТОРОВОЇ КОНФІГУРАЦІЇ ОСІ ТРУБОПРОВОДУ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНІКИ МНОГОЧЛЕНІВ ЕРМІТА

© Олійник А. П., 2003
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Проведено оцінку точності методу визначення просторової конфігурації осі трубопроводу з використанням многочленів Ерміта, який базується на наближеному розв'язанні варіаційної задачі для функціоналу зміни повної потенціальної енергії стержня під дією силових факторів різної природи. Встановлено та проаналізовано аналітичні формули для оцінки точності методу, наведеноосновні висновки на основі проведених досліджень.

Одним з основних методів неруйнівного контролю та технічної діагностики складних систем, що експлуатуються в різних галузях промисловості є метод математичного моделювання процесів та явищ, що є характерними для роботи вказаних систем. Зокрема, при оцінці реального технічного стану об'єктів за даними про переміщення певної множини точок важливого значення набуває розробка та реалізація методів вирішення некоректної задачі відновлення параметричного подання об'єкта як тривимірного тіла, яка може бути вирішена шляхом заміни її множиною більш простих (одновимірних) задач. При дослідженні технічного стану трубопроводів різного призначення вивчаються їх моделі як стержневих систем [1-3], оболонок [4], тривимірних криволінійних циліндричних тіл [5]. Використання стержневих та оболонкових моделей є цілком задовільним з точки зору проектування систем та вивчення їх функціонування в найпростіших модельних умовах, тоді як в ході тривалої експлуатації досліджувані об'єкти зазнають таких силових впливів, які, як правило, важко змоделювати в рамках вказаних моделей. В таких випадках цілком вмотивованим є використання моделей, в яких трубопровід розглядається як тривимірне циліндричне тіло, що дозволяє змоделювати реальну конфігурацію тіла. Важливим моментом в процесі розв'язання задач вказаного типу є відтворення просторової конфігурації осі вказаних об'єктів за обмеженою інформацією про переміщення її точок, які визначаються шляхом використання методів різної фізичної природи. Вказана проблема вирішується шляхом використання різних методів інтерполяції та апроксимації даних за наявності умови використання певних додаткових співвідношень. Перспективним є використання інтерполяційних поліномів Ерміта для моделювання процесу деформації осі трубопроводів, часткові випадки таких задач розглянуті в роботах [5,6]. Необхідно узагальнити вказаний підхід для більш широкого класу задач. Задача моделювання процесу деформації осі трубопроводу може бути зведена до задачі знаходження екстремуму функціоналу виду:

$$\Phi(x,y,y',y'')=\int_a^b\left(A\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2+B\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+Cy^2+Dy\right)dx\,. \quad (1)$$

де x – повздовжня координата осі трубопроводу; $y(x)$ – форма деформованої осі; $y'(x)$, $y''(x)$ – перша та друга похідні $y(x)$ по координаті x; A, B, C, D – коефіцієнти, які є або постійними величинами, або відомими функціями від x.

Функціонал (1), зокрема, є функціоналом зміни повної потенціальної енергії стержня під дією силових факторів різної природи. Використання методу Релея-Рітца для знаходження екстремуму (1) передбачає подання $y(x)$ у вигляді [1]:

$$y(x)=\sum_{i=1}^{N}C_i f_i(x)\,, \quad (2)$$

де C_i – незалежні параметри; $f_i(x)$ – допустимі функції задачі, які є двічі диференційованими та задовольняють геометричним граничним умовам. При розгляді задач вказаного типу такими умовами можуть бути:

$$\begin{cases} y(x_1)=y_{11};\quad y'(x_1)=y_{12};\quad y''(x_1)=y_{13};\\ y(x_2)=y_{21};\quad y'(x_2)=y_{22};\quad y''(x_2)=y_{23};\\ \qquad\dots\ \dots\ \dots\ \dots\\ y(x_k)=y_{k1};\quad y'(x_k)=y_{k2};\quad y''(x_k)=y_{k3};\end{cases} \quad (3)$$

де x_j – координати точок розбиття по осі; $j=1,\dots,k$.

Задання значення функції та двох або однієї її похідних має певний фізичний зміст, оскільки $y(x_i)$ задає переміщення точки осі, $y'(x_i)$ – кут між горизонтальною віссю та дотичною до осі трубопроводу, $y''(x_i)$ – радіус кривини в точці осі. В такому випадку формула (2) може бути записана у вигляді многочлена Ерміта:

$$y(x)=\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{3}y_{ji}C_{ji}(x)\,, \quad (4)$$

де $C_{ji}(x)$ – многочлен степеня n ($n=3k-1$).

Важливим моментом, який обумовлює використання техніки многочленів Ерміта, є оцінка точності інтерполяції:

$$\left|f(x)-y(x)\right|\le\frac{\max\limits_{[x_1;x_k]}f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!}\left\|\begin{matrix}(x-x_1)^3(x-x_2)^3\dots\\(x-x_k)^3\end{matrix}\right\|, \quad (5)$$

що дозволяє одержати точну формулу, що описує конфігурацію осі в тому випадку, коли $f(x)$ є многочленом степеня, меншого за n. Крім того, шляхом аналізу (5) можна одержати інформацію про розташування вузлів x_i з метою мінімізації величини:

$$\begin{aligned}&\min\left\|(x-x_1)^3(x-x_2)^3\dots(x-x_k)^3\right\|=\\&=\min\max_{x\in[x_1;x_k]}\left|(x-x_1)^3(x-x_2)^3\dots(x-x_k)^3\right|\end{aligned}, \quad (6)$$

тобто, вдається побудувати оптимізуючу процедуру для розташування точок, в яких необхідно проводити вимірювання переміщень. Таким чином, зміст коефіцієнтів C_i в (2) набувають параметри y_{ji} в (4), а розв'язок задачі мінімізації (1) після заміни $y(x)$ співвідношенням, що задається формулою (4), зводиться до задачі мінімізації функції багатьох змінних виду:

$$F=F(y_{ji})\,,\ j=1,...,k\,;\ i=1,2,3\,, \quad (7)$$

оскільки функції $C_{ji}(x)$ є інтегрованими по x як многочлени степеня n. Аналітичне подання $C_{ji}(x)$ здійснюється за відомими методиками [7]. У випадку, коли всі величини y_{ji} є невідомими, перевірка необхідних умов екстремуму приводить до необхідності розв'язання системи однорідних лінійних рівнянь виду:

$$\frac{\partial F}{\partial y_{ji}}=0\,, \quad (8)$$

яка за умов $\det|A|\ne0$, де A – матриця системи (8), має єдиний нульовий розв'язок. З точки зору практичного використання такий розв'язок не несе корисної інформації, для одержання нетривіальних розв'язків ($y_{ji}\ne0$) необхідно або накласти умову

$$\det|A|=0\,, \quad (9)$$

після чого знаходити ненульовий розв'язок однорідної системи, або знаходити розв'язок системи (8) за умови, що деякі з величин в умовах (3) є відомими. В такому випадку умова (9) не виконується і система (8) має єдиний розв'язок. Якщо ввести позначення

$$\omega(x)=(x-x_1)^3(x-x_2)^3\ldots(x-x_k)^3, \qquad (10)$$

$$H_{3k-1}(x)=y(x)=\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{3}y_{ji}C_{ji}(x), \qquad (11)$$

то оцінку точності методу можна провести за формулою:

$$\begin{aligned}&\Delta\Phi=\Phi(x,f,f',f'')-\\&\Phi(x,H_{3k-1}(x),H'_{3k-1}(x),H''_{3k-1}(x))=\\&=\int_a^b\begin{pmatrix}A(f''-H''_{3k-1})^2+B(f'-H'_{3k-1})^2+\\+C(f-H_{3k-1})^2+D(f-H_{3k-1})\end{pmatrix}dx,\end{aligned} \qquad (12)$$

де $f(x)$ – реальна конфігурація осі, для якої справедлива оцінка з використанням теореми про середнє для інтегралу Рімана:

$$|\Delta\Phi|\le 4M_1C_1(b-a)\cdot\frac{1}{(3k)!}\cdot R, \qquad (12)$$

де

$$\begin{aligned}M_1&=\max_{x\in[x_1;x_k]}f^{(3k)}(x);\\C_1&=\max_{x\in[x_1;x_k]}\{|\omega(x)|,|\omega'(x)|,|\omega''(x)|\};\\R&=\max_{x\in[x_1;x_k]}\{A(x),B(x),C(x),D(x)\}.\end{aligned} \qquad (13)$$

На основі (13) можна зробити висновок про те, що точність наближеного розв'язку з використанням многочленів Ерміта залежить від наступних факторів:

1) від кількості вузлів, в яких проводиться вимірювання переміщень, кутів нахилу дотичної до горизонтальної осі та радіусів кривини. Оскільки всі досліджувані функції ($f(x)$, $\omega(x)$, $H_{3n-1}(x)$) є неперервними та двічі диференційованими на відрізку $[x_1;x_k]$, то величини M_1 та C_1 є обмеженими; довжина відрізка $[a;b]$ є фіксованою, тому при $n\to\infty$ $|\Delta\Phi|\to 0$. Перехід $n\to\infty$ з точки зору практичного використання не можна реалізувати, але наявність в знаменнику величини $(3k)!$ дозволяє одержувати задовільну точність інтерполяції уже при відносно невеликих значеннях k ;

2) від довжини досліджуваної ділянки (величини $(b-a)$);

3) від початкової форми осі трубопроводу. В більшості випадків реальна конфігурація осі труби з достатньою точністю наближається поліномами невеликого степеня (3-5), тому величина $f^{(3k)}(\xi)=0$ при невеликих значеннях k ;

4) від розміщення вузлів. Величина C_1 залежить від місця розташування вузлів x_i. У випадку, коли в кожній точці задаються лише переміщення точок мінімізувати величину C_i можна шляхом вибору в якості x_i вузлів інтерполяції вузли Чебишева [7]:

$$x_i=\frac{a+b}{2}+\frac{b-a}{2}\cos\frac{(2i+1)\pi}{2(n+1)},\ i=0,\ldots,n. \qquad (14)$$

Причому з урахуванням (14) справедлива оцінка

$$\max_{x\in[a;b]}|\omega(x)|=\frac{(b-a)^{n+1}}{2^{n+1}}. \qquad (15)$$

Оскільки згідно з (13)

$$C_1=\max_{x\in[x_1;x_k]}\{|\omega(x)|,|\omega'(x)|,|\omega''(x)|\}, \qquad (16)$$

то формула (15) дозволяє одержати наступні оцінки:

$$\delta_1=\frac{|\omega(x)|}{|\omega'(x)|}=\frac{b-a}{4n}; \qquad (17)$$

$$\delta_2=\frac{|\omega(x)|}{|\omega''(x)|}=\frac{(b-a)^2}{bn(n-1)}, \qquad (18)$$

на основі яких можна зробити висновок про те, що при реалізації наведеного методу розв'язку задачі (1) за умови задання лише переміщень в точках x_i довжина досліджуваної ділянки є такою, що $\delta_1>1$, $\delta_2>1$. Це означає, що

$$C_1=\max_{x\in[x_1;x_k]}|\omega(x)|. \qquad (19)$$

У випадку, коли в вузлах інтерполяції задаються кути нахилу та радіуси кривини, для одержання оцінки C_1 необхідно провести дослідження функцій $\omega(x)$, $\omega'(x)$, $\omega''(x)$;

5) від виду та величини значень A, B, C, D в функціоналі (1). Вказані величини можуть бути як постійними, так і залежати від x, для існування як інтегралу в (1), так і наближеного розв'язку, який задається у вигляді (4), необхідно, щоб вказані функції були обмеженими на відрізку інтегрування $[a;b]$.

Задання величини y_{ji} проводиться як за результатами вимірювань з використанням апаратних засобів, так і шляхом аналізу розв'язків при різних значеннях y_{ji}, що дозволяє будувати оптимізуючі процедури для конфігурації осі при реалізації заходів (ремонт, контроль технічного стану), пов'язаних з підйомом ділянки трубопроводу з траншеї.

Подальші дослідження в напрямку вирішення вказаної задачі можуть бути пов'язані з вирішенням наступних задач:

– аналіз значень та структури функцій $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ та $D(x)$ в (1);

– оцінка оптимальної кількості вузлів, в яких проводиться вимірювання параметрів осі трубопроводу.

1. Алфутов Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Машиностроение, 1991. – 336с. 2. Трубопровідний транспорт газу / за ред. М. П. Ковалка. – Київ: Агенство з раціонального використання енергії та екології, 2002. – 600с. 3. Бородавкин П. П. Подземные трубопроводы. – М.: Недра, 1973. – 304с. 4. Максименко В. П. Исследование напряженного состояния системы из оболочек вращения разной формы с подкреплениями при распределенной и локальной нагрузках. – Прикладная механика, 2002, т. 38; №3 – С. 102-107. 5. Чекурін В. Ф., Олійник А.П. Некоректна задача відновлення напружено-деформованого стану криволінійних циліндричних тіл за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні. – "Крайові задачі термомеханіки", зб. наук. праць. – Київ: Ін-т математики НАН України, 1996, ч.ІІ,– С. 160-164. 6. Олійник А. П. Математичне моделювання процесу деформації осі трубопроводів з використанням інтерполяційних многочленів Ерміта. – "Вісник Тернопільського державного технічного університету", №1, том 8, 2003. –С. 98-102. 7. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432с.

УДК 531.7

ОПТИЧНІ ДАТЧИКИ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ РОЗМІРІВ СКЛАДНИХ ПРОСТОРОВИХ ПОВЕРХОНЬ

©. Квасніков В.П, 2003
Академія менеджменту, м. Черкаси

На основі розробленої математичної моделі запропонований оптичний датчик для вимірювання відхилень в інформаційно-вимірювальних системах механічних величин. Показано, що точність вимірювання геометрричних розмірів об'єктів із складною просторовою поверхнею підвищується на 35%.

В даний час для контролю профілю складних просторових поверхонь широко використовуються лазерні методи і системи [1, 3, 5]. Вони розрізняються по апаратурному оформленню, типу і розміра дефектів, що можуть бути виявлені цими методами. Так, всі оптичні пристрої, які засновані на вимірі інтерференційної картини у відбитому від поверхні випромінюванні, можуть виявляти дефекти поверхні розміром менш, ніж 100 нм [2].

Недоліком вимірювання параметрів шорсткостей по розсіяному світлі, як і інтерференційним методом, є труднощі інтерпретації даних. Крім того, вимірювання забирають тривалий час і в значній мірі залежать від умов їхнього проведення. Лазерні системи, що вимірюють зміну інтенсивності розсіяного в заданому напрямку випромінювання, розраховані на виявлення дефектів з розмірами більш ніж 10 нм [3, 5].

Розглянемо проблему вибору вимірювальних схем оптичних датчиків відхилення для систем керування рухом уздовж контуру об'єкта [4].

Прецизійному переміщенню датчика телевізійної інформаційно-вимірювальної системи (ТІВС) механічних величин уздовж необхідного контуру об'єкта перешкоджають недостатнє знання форми контуру і неточність визначення поточного положення датчика, яка обумовлена шорсткістю