

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ «НАГНІТАЧ ПРИРОДНОГО ГАЗУ – АНТИПОМПАЖНИЙ КЛАПАН»

М. І. Горбійчук, М. І. Козутяк, Н. В. Ткачешак

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 504521,
e-mail: gorb@nung.edu.ua, jameskent1993@gmail.com

Однією із найважливіших проблем при експлуатації газоперекачувальних агрегатів (ГПА) природного газу є забезпечення стійкої їх роботи. У тому випадку, коли з певних причин відбувається зменшення витрати природного газу через відцентровий нагнітач (ВЦН), відбувається збільшення тиску за ВЦН і подальше зменшення масової витрати, що тягне за собою зміну структури газового потоку, тобто виникає явище помпажу. Явище помпажу супроводжується коливанням тиску, швидкості та витрати природного газу вздовж тракту ВЦН; зменшенням частоти обертання ротора; зростанням температури перед і за ВЦН. Шляхом аналізу попередніх публікацій встановлено, що нагнітач не розглядався як кібернетична система у термінах «вхід-вихід». На основі рівнянь збереження кількості руху, збереження кількості речовини та рівняння балансу моментів нагнітача створена блок-схема взаємодії обчислювальних процедур при числовому моделюванні роботи відцентрового нагнітача, проведений синтез математичної моделі та перевірка її адекватності, шляхом визначення коефіцієнта кореляції, за допомогою програмного продукту Matlab. Отримана математична модель представляє ВЦН у вигляді динамічної системи, в якій встановлюються функціональні взаємозв'язки між вхідними і вихідними величинами, що дає змогу інтегрувати розроблену модель до моделі «газоперекачувальний агрегат – мережа». Остання обставина відкриває можливість для використання таких адекватних математичних моделей в синтезі автоматичних систем антипомпажного захисту, що забезпечить більш стійку роботу ГПА природного газу при їх експлуатації.

Ключові слова: стійкість, помпаж, процес, керування, тиск, витрата, температура, синтез, захист.

Одной из важнейших проблем при эксплуатации газоперекачивающих агрегатов (ГПА) природного газа является обеспечение устойчивой их работы. В том случае, когда по определенным причинам происходит уменьшение расхода природного газа через центробежный нагнетатель (ВЦН), происходит увеличение давления по ВЦН и дальнейшее уменьшение массового расхода, что влечет за собой изменение структуры газового потока, то есть возникает явление помпажа. Явление помпажа сопровождается колебанием давления, скорости и расхода природного газа вдоль тракта ВЦН; уменьшением частоты вращения ротора; ростом температуры перед и за ВЦН. Путем анализа предыдущих публикаций в данном направлении установлено, что нагнетатель, как газодинамическая система, не рассматривался в качестве кибернетической системы в терминах «вход-выход». В результате установлено, что технические характеристики антипомпажного клапана играют важную роль при математическом моделировании процессов компримирования природного газа. На основе уравнений сохранения количества движения, сохранения количества вещества и уравнения баланса моментов нагнетателя создана блок-схема взаимодействия вычислительных процедур при числовом моделировании работы центробежного нагнетателя, проведенный синтез математической модели и проверка ее адекватности, путем определения коэффициента корреляции, с помощью программного продукта Matlab. Полученная математическая модель представляет ВЦН в виде динамической системы, в которой устанавливаются функциональные взаимосвязи между входными и выходными величинами, что позволяет интегрировать разработанную модель к модели «газоперекачивающий агрегат – сеть». Последнее обстоятельство открывает возможности для использования таких адекватных математических моделей в синтезе автоматических систем антипомпажной защиты, обеспечит более устойчивую работу ГПА природного газа при его эксплуатации.

Ключевые слова: устойчивость, помпаж, процесс, управление, давление, расход, температура, синтез, защита.

One of the major problems in the operation of gas compressor units (GCU) is sustaining their work. In the case where, for some reason the flow rate of natural gas in a centrifugal supercharger (CS) is decreased, the increase of pressure in CS and further reduction of mass flow occur, which results in a change in the structure of the gas flow, namely the phenomenon of surge. The phenomenon is accompanied by fluctuations of pressure, speed and flow rate of natural gas along the path of CS; decrease in rotor speed; increase in temperature in front of and behind CS. By analyzing previous publications it was established that the supercharger is not seen as a cybernetic system in terms of "input – output". Based on the equations of conservation of momentum, conservation of material and equation of moment balance of supercharger the flowchart of interaction of computing procedures for numerical simulation of centrifugal supercharger was created, synthesis of mathematical models and testing of its adequacy were performed by establishing correlation coefficient with the software Matlab. The mathematical model presents CS as a dynamic system in which functional relationship between input and output values are established, which enables integration of the developed model into model "gas pumping unit – network". The latter offers opportunities for adequate use of mathematical models in the synthesis of automatic systems of anti surge protection; provides more stable operation of GCU during its operation.

Keywords: stability, surging, process control, pressure, flow, temperature, synthesis, protection.

Вступ

Однією із найважливіших проблем при експлуатації газоперекачувальних агрегатів (ГПА) природного газу є забезпечення стійкої їх роботи.

У тому випадку, коли з певних причин відбувається зменшення витрати природного газу через відцентровий нагнітач (ВЦН), відбувається збільшення тиску за ВЦН і подальше зменшення масової витрати, що тягне за собою зміну структури газового потоку. У результаті виникають такі явища як обертовий зрив або помпаж.

При виникненні обертового зриву порушується осьова симетрія потоку.

Явище помпажу супроводжується коливанням тиску, швидкості та витрати природного газу вздовж тракту ВЦН; зменшенням частоти обертання ротора; зростанням температури перед і за ВЦН [1].

Для запобігання явищ помпажу, які можуть привести до катастрофічних наслідків, використовують автоматичні системи антипомпажного захисту. Синтез таких систем передбачає створення адекватних математичних моделей у термінах «вхід – вихід», що на сьогоднішній день є актуальною задачею.

Аналіз попередніх досліджень

Оскільки явище помпажу негативно впливає на процес експлуатації нагнітачів природного газу, то цьому явищу присвячена значна кількість наукових публікацій.

Однією із перших публікацій, де вивчалось явище помпажу як автоколивний процес, була робота А. В. Боднера [2]. В. В. Козакевич [3], опираючись на результати роботи А. В. Боднера, встановив, що можливість появи помпажу і його характер зумовлені, в основному, формою характеристики нагнітача. На основі математичної моделі, отриманої автором, можна пояснити явища, які відбуваються при помпажі, оцінити вплив різних факторів на області стійкості і не стійкості, визначити амплітуду і період коливань.

Особливої уваги заслуговують роботи Мура і Грейцера [4, 5, 6], де розроблена модель, яка дає змогу якісно описати і проаналізувати роботу відцентрового нагнітача. Модель Мура-Грейцера подана у вигляді системи диференціальних рівнянь і описує процес компримування газу в тривимірному просторі з координатами – підвищення тиску в нагнітачі, витрата газу амплітуда колива обертового зриву. Така система рівнянь визначає умови самозбудження коливань і умови статичної стійкості відцентрового нагнітача.

Цілий ряд авторів [7, 8, 9] для якісної оцінки процесів в околі точки помпажу використовували лінеаризовані моделі, які лише наближено описують процеси, які супроводжують явище помпажу.

Характерною рисою таких робіт є вивчення явищ помпажу з точки зору виявлення

конструктивних особливостей, які здатні забезпечити стійку роботу нагнітачів.

Недоліком вказаних робіт є те, що нагнітач як газодинамічна система не розглядається як кібернетична система у термінах «вхід-вихід». Метою роботи є встановлення функціонального взаємозв'язку між вхідними і вихідними величинами нагнітача, який розглядається як динамічна система, що дасть змогу інтегрувати розроблену модель до моделі «газоперекачувальний агрегат – мережа».

Виклад основного матеріалу

В роботі [10] отримана система диференціальних рівнянь, яка описує зміни у часі витрати Q , приведеної до входу нагнітача, і тиску P_2 на його виході, а з врахуванням того, що величина φ є функцією швидкості обертання ротора нагнітача n та витрати Q на його вході, отримуємо у підсумку рівняння (1) і (2) у такому вигляді:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{a}{P_1} \left(P_1 - \frac{P_2}{\varphi(Q, n)} \right) - \frac{Q}{V_b} (Q_1 + \beta(u) - Q), \quad (1)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{\gamma}{V_h} P_2 \left(Q \cdot (\varphi(Q, n))^{-\frac{1}{n_v}} - \beta(u) - \theta(P_2) \right). \quad (2)$$

Дану систему необхідно доповнити рівнянням, яке описує зміну швидкості обертання ротора нагнітача. Для цього запишемо рівняння балансу моментів для нагнітача

$$I \frac{d\omega}{dt} = M_\delta - M_n, \quad (3)$$

де I – момент інерції нагнітача;
 M_δ – момент зі сторони приводу нагнітача;
 M_n – момент на роторі нагнітача.

Нехай N потужність, яку розвиває (сприймає) привід (нагнітач). Тоді $N = M\omega$. Звідси

$$M = \frac{N}{\omega}. \quad (4)$$

Якщо (4) підставити у (3), то отримаємо

$$I \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\omega} (N_\delta - N_n), \quad (5)$$

де N_δ, N_n – відповідно потужності приводу і нагнітача.

Внутрішню потужність газотурбінного приводу пов'язана з потужністю нагнітача залежністю [11]

$$N_\delta = \frac{N_n}{\eta_n}, \quad (6)$$

де η_n – механічний к. к. д. нагнітача.

Підставляючи (6) у (5), отримаємо

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{N_n}{I\omega} \left(\frac{1}{\eta_n} - 1 \right). \quad (7)$$

Для визначення невідомих параметрів, які входять в рівняння (1), (2) та (7) потужності

N_n , яку споживає нагнітач (Вт), скористаємося методикою, що наведена у [11] з первиною модифікацією, яка дозволяє їх визначити. Процедура носить ітераційний характер. Отже, на першому кроці ітерації вважаємо, що процес стискування газу у нагнітачі носить адіабатичний характер і показник політропного процесу стиснення (при $\eta_{пол} = 1$) визначають з рівняння

$$\frac{1}{\sigma_v} = \frac{n_v - 1}{n_v} = \frac{\gamma - 1}{\gamma \cdot \eta_{пол}}. \quad (8)$$

Далі послідовно визначаємо:

- Температура газу на виході із нагнітача

$$T_2 = T_1 \cdot \phi^{\sigma_v}.$$

- Z – коефіцієнт стисливості газу на вході ($k=1$) і виході ($k=2$) визначають з модифікованого рівняння стану Бенедикта-Вебба-Рабіна (BWR) [18]

$$Z_k^3 - Z_k^2 - a_k Z_k - b_k = 0, \quad (9)$$

$$a_k = \left(\frac{0,1237}{\tau_k} - \frac{0,3468}{\tau_k^2} - \frac{0,1188}{\tau_k^4} \right) \pi_k,$$

$$b_k = \left(\frac{0,0291}{\tau_k^2} - \frac{0,0273}{\tau_k^3} + \frac{0,039}{\tau_k^5} \right) \pi_k^2.$$

- Питому роботу стиснення газу в нагнітачі (кДж/кг) визначаємо із залежності

$$l_{пол} = \sigma_v Z_1 \cdot RT_1 \left(\phi^{\frac{1}{\sigma_v}} - 1 \right).$$

- Питому ентальпію природного газу (кДж/кг) на вході ($k=1$) і виході ($k=2$) нагнітача визначають за такою формулою:

$$i_{кн} = i_0^{(k)} - RT_{кр} \delta i_k; \quad k=1,2, \quad (10)$$

де $T_{кр} = 99,8 + 162,8\Lambda$ – критична температура газу;

$$\Lambda = \frac{\rho_0}{1,293} - \text{відносна густина газу за повітрям};$$

ρ_0 – густина природного газу за нормальних умов ($T = 273^\circ K$, $P = 0,1013$ МПа).

- Обчислимо питому повну роботу $l_n = \Delta i_n = i_{2n} - i_{1n}$; i_{1n} , i_{2n} – питомі ентальпії (кДж/кг) на вході і виході нагнітача.

З врахуванням (10) отримаємо

$$\Delta i_n = \Delta i_0 - RT_{кр} \Delta \delta i, \quad (11)$$

де $\Delta i_0 = i_0^{(2)} - i_0^{(1)}$; $\Delta \delta i = \delta i_2 - \delta i_1$.

Величину i_0 обчислюють за такою формулою [11]:

$$i_0^{(k)} = s_0 T_k + s_1 T_k^2, \quad k=1,2,$$

де $s_0 = 2,6R + 0,149$; $s_1 = 1,125 \cdot 10^{-3} R$;

R – газова постійна.

Отже,

$$\Delta i_0 = s_0 (T_2 - T_1) + s_1 (T_2 - T_1)^2.$$

Останній вираз запишемо у такому вигляді:

$$\Delta i_0 = T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \left(s_0 + s_1 T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \right).$$

Співвідношення між температурами на вході T_1 і виході T_2 нагнітача визначається такою формулою [1]:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{Z_2}{Z_1} \phi \right)^{\frac{1}{\sigma_v}},$$

де $\sigma_v = \frac{n_v}{n_v - 1}$.

З достатньою для практики точністю можна прийняти, що $\frac{Z_2}{Z_1} \approx 1$. Тому

$$\Delta i_0 = T_1 \left(\phi^{\frac{1}{\sigma_v}} - 1 \right) \left(s_0 + s_1 T_1 \left(\phi^{\frac{1}{\sigma_v}} - 1 \right) \right). \quad (12)$$

Значення δi_k знаходять за формулою [11]

$$\delta i_k = \tau_k \left(c_k \frac{\pi_k}{Z_k \tau_k} + d_k \left(\frac{\pi_k}{Z_k \tau_k} \right)^2 - Z_k + 1 \right), \quad k=1,2, \quad (13)$$

де $\tau_k = \frac{T_k}{T_{кр}}$; $\pi_k = \frac{P_k}{P_{кр}}$; $c_k = \alpha_0 \frac{T_{кр}}{T_k} + \alpha_1 \left(\frac{T_{кр}}{T_k} \right)^3$;

$d_k = \beta_0 \frac{T_{кр}}{T_k} - \beta_1 \left(\frac{T_{кр}}{T_k} \right)^3$, $k=1,2$; $\alpha_0 = 0,3468$;
 $\alpha_1 = 0,3564$; $\beta_0 = 0,0137$; $\beta_1 = 0,0585$;
 $T_{кр} = 99,8 + 162\Lambda$; $P_{кр} = 4,67 - 0,1\Lambda$.

Рівняння (13) запишемо у такому вигляді:

$$\delta i_k = c_k \frac{\pi_k}{Z_k} + \frac{d_k}{\tau_k} \left(\frac{\pi_k}{Z_k} \right)^2 - \tau_k Z_k + \tau_k, \quad k=1,2.$$

Знайдемо тепер

$$\Delta \delta i = c_2 \frac{\pi_2}{Z_2} - c_1 \frac{\pi_1}{Z_1} + \frac{d_2}{\tau_2} \left(\frac{\pi_2}{Z_2} \right)^2 - \frac{d_1}{\tau_1} \left(\frac{\pi_1}{Z_1} \right)^2 + \tau_1 Z_1 - \tau_2 Z_2 + \tau_2 - \tau_1,$$

або

$$\Delta \delta i = \frac{1}{Z_1} \left[c_2 \pi_2 \frac{Z_1}{Z_2} - c_1 \pi_1 + \frac{1}{Z_1} \left(\frac{d_2}{\tau_2} \left(\pi_2 \frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 - \frac{d_1}{\tau_1} \pi_1^2 \right) \right] + Z_1 \left(\tau_1 - \tau_2 \frac{Z_2}{Z_1} \right) + \tau_2 - \tau_1.$$

Допускаючи, що $\frac{Z_2}{Z_1} \approx \frac{Z_1}{Z_2} = 1$, отримаємо

$$\Delta \delta i = \frac{1}{Z_1} \left[c_2 \pi_2 - c_1 \pi_1 + \frac{1}{Z_1} \left(\frac{d_2}{\tau_2} \pi_2^2 - \frac{d_1}{\tau_1} \pi_1^2 \right) \right] - (\tau_2 - \tau_1)(Z_1 - 1).$$

Після нескладних перетворень будемо мати

$$\Delta\delta i = \frac{1}{Z_1} \left[\pi_1 c_1 \left(\frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{\pi_2}{\pi_1} - 1 \right) + \frac{\pi_1^2 d_1}{\tau_1 Z_1} \left(\frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2} \left(\frac{\pi_2}{\pi_1} \right)^2 - 1 \right) \right] - \tau_1 (Z_1 - 1) \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} - 1 \right). \quad (14)$$

Знаходимо, що

$$\frac{\pi_2}{\pi_1} = \frac{P_2}{P_1} = \varphi, \quad \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{T_2}{T_1} = \varphi^{\frac{1}{\sigma_v}}, \quad \frac{\tau_1}{\tau_2} = \varphi^{-\frac{1}{\sigma_v}}. \quad (15)$$

Оскільки $\tau_k = \frac{T_k}{T_{кр}}$, то

$$\frac{c_2}{c_1} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^3 \frac{\alpha_0 \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 + \frac{\alpha_1}{\tau_1^2}}{\alpha_0 + \frac{\alpha_1}{\tau_1^2}},$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^3 \frac{\beta_0 \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2 - \frac{\beta_1}{\tau_1^2}}{\beta_0 - \frac{\beta_1}{\tau_1^2}}.$$

Враховуючи значення $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ і $\frac{\tau_2}{\tau_1}$, маємо

$$\frac{c_2}{c_1} = \varphi^{-3/\sigma_v} \frac{\alpha_0 \varphi^{2/\sigma_v} + \alpha_1/\tau_1^2}{\alpha_0 + \alpha_1/\tau_1^2}, \quad (16)$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \varphi^{-3/\sigma_v} \frac{\beta_0 \varphi^{2/\sigma_v} - \beta_1/\tau_1^2}{\beta_0 - \beta_1/\tau_1^2}. \quad (17)$$

Якщо відповідні значення, які визначаються формулами (15) – (17), підставити в (14), то отримаємо

$$\Delta\delta i = \frac{1}{Z_1} \left[\pi_1 c_1 \left(\varphi^{1-3/\sigma_v} \frac{\alpha_0 \varphi^{2/\sigma_v} + \alpha_1/\tau_1^2}{\alpha_0 + \alpha_1/\tau_1^2} - 1 \right) + \frac{\pi_1^2 d_1}{\tau_1 Z_1} \left(\varphi^{2(1-2/\sigma_v)} \frac{\beta_0 \varphi^{2/\sigma_v} - \beta_1/\tau_1^2}{\beta_0 - \beta_1/\tau_1^2} - 1 \right) \right] - \tau_1 (Z_1 - 1) (\varphi^{1/\sigma_v} - 1). \quad (18)$$

Враховуючи значення Δi_0 та $\Delta\delta i$, які обчислюються за формулами (12) і (18), знайдемо зміну питомої ентальпії при проходженні газу через нагнітач. Згідно (11) маємо

$$\Delta i_n = \tau_1 \left(\varphi^{\frac{1}{\sigma_v}} - 1 \right) \left(S_0 + S_1 \tau_1 \left(\varphi^{\frac{1}{\sigma_v}} - 1 \right) \right) - \frac{1}{Z_1} \left[\pi_1 c_1 \left(\varphi^{1-3/\sigma_v} \frac{\alpha_0 \varphi^{2/\sigma_v} + \alpha_1/\tau_1^2}{\alpha_0 + \alpha_1/\tau_1^2} - 1 \right) + \frac{\pi_1^2 d_1}{\tau_1 Z_1} \left(\varphi^{2(1-2/\sigma_v)} \frac{\beta_0 \varphi^{2/\sigma_v} - \beta_1/\tau_1^2}{\beta_0 - \beta_1/\tau_1^2} - 1 \right) \right] - \tau_1 (Z_1 - 1) (\varphi^{1/\sigma_v} - 1), \quad (19)$$

де $S_0 = s_0 T_{кр}$; $S_1 = s_1 T_{кр}^2$.

Внутрішня розрахункова потужність нагнітача (N_n^p, MBm) визначають за формулою

$$N_n^p = 10^3 \Delta i_n m_n, \quad (20)$$

де m_n – масова продуктивність нагнітача, кг/с.

Масову витрату газу m_n , яка фігурує у формулі (20), виразимо через густину газу ρ_1 та об'ємну витрату газу Q_1 , що проведена до входу нагнітача. Тоді $N_n^p = 10^3 \Delta i_n \rho_1 Q_1$.

Густину газу на вході нагнітача виразимо через його технологічні параметри [11]

$$\rho_1 = \frac{P_1}{Z_1 R T_1}.$$

З врахуванням значення ρ_1 , будемо мати

$$N_n^p = 10^3 P_1 Q_1 \frac{\Delta i_n}{Z_1 R T_1}.$$

Оскільки Δi_n обчислюється за формулою (19), то

$$N_n = 10^3 Q_1 \frac{P_1}{R T_1} \Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1), \quad (21)$$

де $\Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1) = \Delta i_n$.

Уточнений політропний ККД нагнітача визначаємо через залежність

$$\eta_{пол} = \frac{l_{пол}}{\Delta i_n}. \quad (22)$$

Критерієм зупинки розрахункових ітерацій є відносна приведена похибка розрахунку потужності

$$\frac{N_n - N_n^p}{N_n} 100 \leq \Delta,$$

де Δ – точність розрахунку (приймаємо $\Delta = 1\%$).

В іншому випадку повторюємо ітерацію з формули (8), прийнявши до уваги уточнений політропний ККД (22).

Таким чином, рівняння (7) з врахуванням (19) набуде такого вигляду:

$$\frac{d\omega}{dt} = 10^3 \frac{Q_1 P_1}{I \omega R T_1} \left(\frac{1}{\eta_n} - 1 \right) \Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1).$$

Оскільки $\omega = 2\pi n$, то

$$\frac{dn}{dt} = K_H \frac{P_1}{nT_1} Q_1 \Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1), \quad (23)$$

де
$$K_H = \frac{10^3}{IR(2\pi)^2} \left(\frac{1}{\eta_n} - 1 \right);$$

$$\Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1) = \tau_1 \left(\varphi^{\frac{1}{\sigma_v}} - 1 \right) \left(S_0 + S_1 \tau_1 \left(\varphi^{\frac{1}{\sigma_v}} - 1 \right) \right) - \frac{1}{Z_1} \left[\pi_1 c_1 \left(\varphi^{1-3/\sigma_v} \frac{\alpha_0 \varphi^{2/\sigma_v} + \alpha_1 / \tau_1^2}{\alpha_0 + \alpha_1 / \tau_1^2} - 1 \right) + \frac{\pi_1^2 d_1}{\tau_1 Z_1} \left(\varphi^{2(1-2/\sigma_v)} \frac{\beta_0 \varphi^{2/\sigma_v} - \beta_1 / \tau_1^2}{\beta_0 - \beta_1 / \tau_1^2} - 1 \right) \right] - \tau_1 (Z_1 - 1) (\varphi^{1/\sigma_v} - 1).$$

Зауважимо, що у рівнянні (2) ступінь підвищення тиску φ є функцією швидкості обертання ротора нагнітача n та витрати Q на його вході.

Система диференціальних рівнянь (1), (2) і (23) при зроблених допущеннях описує зміни у часі витрати Q , приведені до входу нагнітача, і тиску P_T на його виході.

Рівняння (1) і (2) приведемо до безрозмірного вигляду. Для цього визначимо безрозмірний час $\xi = \frac{Q_0 t}{V_b}$, а також безрозмірні витрати

$$q = \frac{Q}{Q_0}, \quad q_1 = \frac{Q_1}{Q_0} \quad \text{і тиски} \quad \pi_1 = \frac{P_1}{P_{кр}}, \quad \pi_2 = \frac{P_2}{P_{кр}}.$$

Тоді

$$\frac{dq}{d\xi} = \frac{A}{\pi_1} \left(\pi_1 - \frac{\pi_2}{\varphi(q, v)} \right) - q(q_1 + B(u) - q), \quad (24)$$

$$\frac{d\pi_2}{d\xi} = \gamma \frac{V_b}{V_h} \pi_2 \left(q \cdot (\varphi(q, v))^{\frac{1}{n_v}} - B(u) - \Theta(\pi_2) \right), \quad (25)$$

де
$$A = \frac{P_{кр}}{\rho_0} \cdot \left(\frac{S_1}{Q_0} \right)^2, \quad B(u) = \frac{1}{Q_0} \beta(u),$$

$$\Theta(\pi_2) = \frac{1}{Q_0} \theta(\pi_2), \quad v = \frac{n}{n_0}.$$

Приведемо до безрозмірного виду і рівняння (23). Оскільки $n = v n_0$, $t = \frac{V_b}{Q_0} \xi$,

$$P_1 = \pi_1 P_{кр}, \quad T_1 = \tau_1 T_{кр}, \quad Q_1 = q_1 Q_0, \quad \text{то}$$

$$\frac{dv}{d\xi} = \frac{\pi_1}{v \tau_1} q_1 \Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1), \quad (26)$$

де
$$\psi(\varphi, \pi_1, \tau_1) = \frac{\Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1)}{\Psi_0}, \quad \Psi_0 = \frac{n_0^2 T_{кр}}{K_H V_b P_{кр}}.$$

Аналіз рівнянь (1), (2) і (23) показує, що процес компримування природного газу слід

розглядати як кібернетичну систему (рис. 1), входи якої командний сигнал u , об'ємна витрата газу Q_1 , тиск P_1 , температура T_1 та потужність підведена до нагнітача N_d , а виходи – об'ємна витрата Q , тиск P_2 і число обертів ротора нагнітача n .

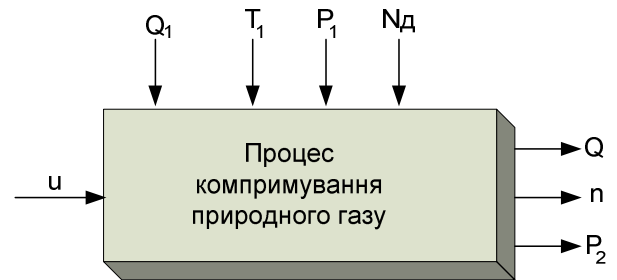


Рисунок 1 – Процес компримування природного газу як кібернетична система

Рівняння (2) має у своїй структурі характеристику мережі $\theta(P_2)$. Під мережею розуміють [12] сукупність пристроїв, через які проходить природний газ при його компримуванні.

Основні втрати тиску газу відбуваються в основному на стороні нагнітача, тобто за нагнітачем [12].

З достатньою для практики точністю характеристика газової мережі може бути описана таким рівнянням:

$$P_2 = \sqrt{P_M^2 + A_\gamma Q^2 RT}, \quad (27)$$

де P_2 і P_M – тиск на початку і в кінці мережі; T і R – температура і газова постійна газу, що проходить мережею;

A_γ – коефіцієнт опору, що залежить від конструкції і розмірів мережі.

Якщо допустити, що для модельного відрізка часу $T = \text{const}$, то рівняння (27) можна подати у такому вигляді:

$$P_2 = \sqrt{P_M^2 + c_t Q^2},$$

де $c_t = A_\gamma RT$.

Із останнього рівняння знаходимо

$$Q = \sqrt{\frac{1}{c_t} (P_2^2 - P_M^2)}.$$

У тому випадку, коли $P_M = \text{const}$ будемо мати

$$\theta(P_2) = \sqrt{\frac{1}{c_t} (P_2^2 - P_M^2)}. \quad (28)$$

Роботу нагнітача досить повно характеризують три показники: ступінь підвищення тиску φ , політропний коефіцієнт корисної дії $\eta_{пол}$ і внутрішня потужність N_i , тобто [13]:

$$\varphi = f_\varphi(x, y), \quad \eta_{пол} = f_\eta(x),$$

$$\frac{N_i}{\rho_0} \left(\frac{n_0}{n} \right)^3 = f_N(x), \quad (29)$$

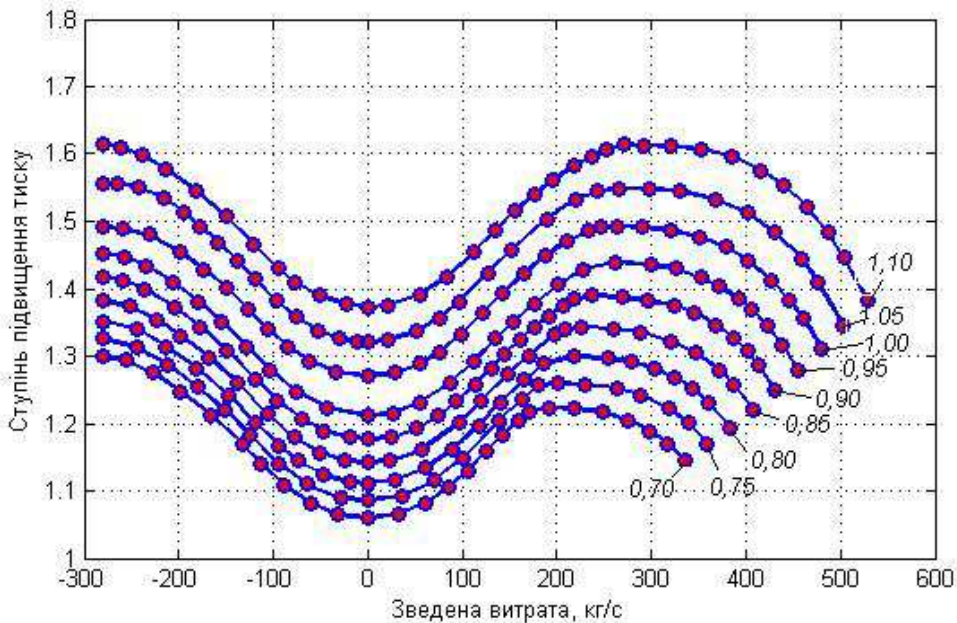


Рисунок 2 – Зведена характеристика нагнітача з екстраполяцією в область від’ємних значень зведеної витрати

де ρ_0 – густина газу, приведена до умов всмоктування;

$x = Q \frac{n_0}{n}$ – зведена продуктивність нагнітача;

$y = \frac{n}{n_0} \sqrt{\frac{z_0 R_0 T_0}{z R T}}$ – зведені оберти нагнітача;

z_0, R_0, T_0 – параметри зведення;

n_0 – номінальні оберти нагнітача;

z – ступінь стискування газу приведена до умов всмоктування.

Залежності $f_\varepsilon(x, y)$, $f_\eta(x)$ і $f_N(x)$ – це паспортні характеристики нагнітачів, які надаються у вигляді графіків заводами-виготовлювачами [14].

У рівняння (1), (2) і (23) входить ступінь стискування газу $\varphi(Q, n)$, яку для числового розв’язання системи рівнянь (1), (2) і (23) або (24) – (26), необхідно певним чином апроксимувати.

Залежність (29) будемо апроксимувати поліномом степені r

$$\varphi = \sum_{i=0}^{M-1} a_i \prod_{j=1}^{n_i} x_j^{s_{ji}}, \quad (30)$$

де x_j , $j = \overline{1, n_i}$ – аргументи залежності (29) ($n_i = 2$; $x_1 = x$; $x_2 = y$);

a_i , $i = 0, M - 1$ – коефіцієнти полінома;

s_{ji} – степені аргументів, які повинні задовольняти обмеженню $\sum_{j=1}^{n_i} s_{ji} \leq r$.

Число членів M полінома (30) визначають за такою формулою [15]:

Число членів M полінома (30) визначають за такою формулою [15]:

$$M = \frac{(r + n_i)!}{r!n_i!}.$$

Для апроксимації залежності (30) скористаємося методом синтезу емпіричних моделей оптимальної складності на засадах генетичних алгоритмів [16], який дає змогу визначити не тільки коефіцієнти емпіричної моделі (30), але її структуру при заданому значенні r .

Як приклад апроксимації залежності (29) були взяті статичні характеристики нагнітача, які екстраполювались в область від’ємних значень зведеної продуктивності x (рис. 2). Був вибраний поліном (11), для якого $r = 7$. Змінні x і y приведені до безрозмірного вигляду

$$X = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, \quad Y = \frac{y - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}},$$

де x_{\min} , y_{\min} , x_{\max} , y_{\max} – відповідно мінімальні і максимальні значення величин x і y , що забезпечує однакові діапазони зміни величин x і y .

Результатом апроксимації є такий поліном:

$$\begin{aligned} \varphi = & a_0 + a_1 Y + a_2 X Y + a_3 Y^2 + a_4 X^3 + a_5 Y^3 + a_6 X^4 + \\ & + a_7 X^3 Y + a_8 X^2 Y^2 + a_9 X Y^3 + a_{10} X^5 + a_{11} X^4 Y + \\ & + a_{12} X^3 Y^3 + a_{13} X^2 Y^3 + a_{14} X^6 + a_{15} X^5 Y + \\ & + a_{16} X^4 Y^2 + a_{17} X^7 + a_{18} X^5 Y^2 + a_{19} X^3 Y^4. \end{aligned} \quad (31)$$

Відмітимо, що у випадку вибору повного полінома (30) степені $r = 7$ він мав би 36 членів. Поліном оптимальної складності (31) вміщує тільки 20 членів. Були отримані такі значення коефіцієнтів полінома (31):

$$\begin{aligned} a_0 = 0,936941; \quad a_1 = 0,995648; \quad a_2 = -0,772824; \\ a_3 = -1,257866; \quad a_4 = -23,905064; \\ a_5 = 0,828609; \quad a_6 = 193,717833; \end{aligned}$$

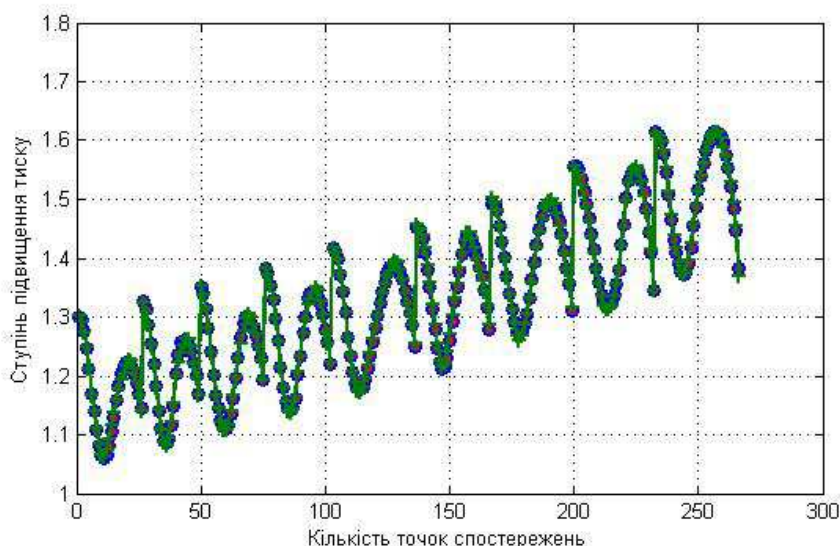


Рисунок 3 – Результат апроксимації зведеної характеристики нагнітача

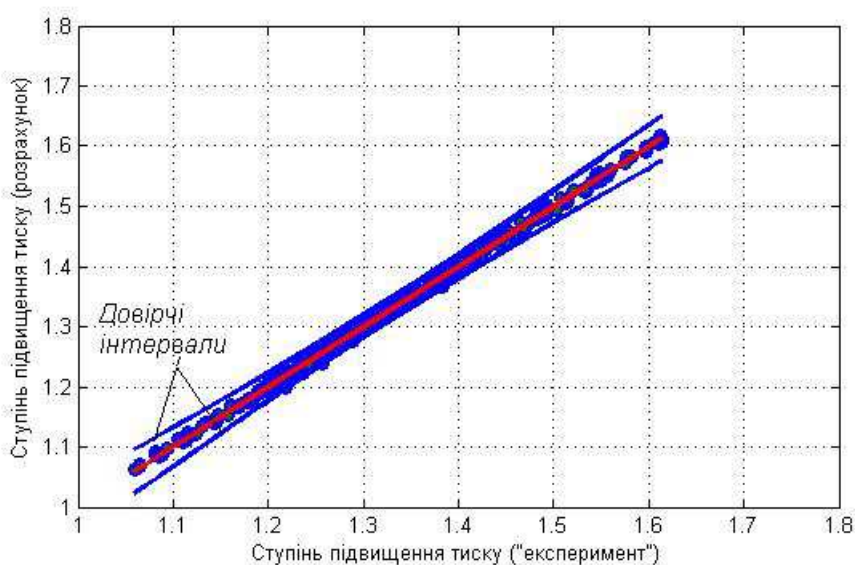


Рисунок 4 – Довірчі інтервали зведеної характеристики нагнітача

$$\begin{aligned}
 a_7 &= -75,429661; a_8 = 10,643629; \\
 a_9 &= 0,416691; a_{10} = -443,726855; \\
 a_{11} &= 168,753967; a_{12} = 33,401782; \\
 a_{13} &= -7,664692; a_{14} = 389,864214; \\
 a_{15} &= -94,038200; a_{16} = -85,093561; \\
 a_{17} &= -117,134346; a_{18} = 47,965696; \\
 a_{19} &= 2,630708.
 \end{aligned}$$

Результати апроксимації зведеної характеристики (29) поліномом (31) відтворює рис. 3.

Перевірка адекватності отриманої емпіричної моделі (32) здійснювалась шляхом обчислення коефіцієнта кореляції між «експериментальними» даними, які отримані у результаті оцифровки графічної залежності (29), і обчисленими значеннями за формулою (31), а також побудови довірчих інтервалів (рис. 4).

Було отримане таке значення коефіцієнта кореляції: $K_{E\varepsilon} = 0,99920$. Оскільки значення коефіцієнта кореляції незначно відрізняється

від одиниці, а розраховані значення ступені підвищення тиску φ знаходяться в межах довірчих інтервалів, то є підстави стверджувати, що отримана емпірична модель (31) адекватно описує «експериментальні» дані.

У рівняння (2) і (23) входить така теплотехнічна характеристика нагнітача як об'ємний показник політропи n_v , який зв'язаний з показником адиабати γ таким співвідношенням [10]:

$$\frac{n_v}{n_v - 1} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \eta_{пол}.$$

Із останнього рівняння знайдемо

$$n_v = \frac{\eta_{пол}}{\eta_{пол} - 1 + \chi},$$

де $\chi = \frac{1}{\gamma}$.

Блок-схема, яка наведена на рис. 5, показує взаємодію обчислювальних процедур при числовому моделюванні роботи відцентрового на-

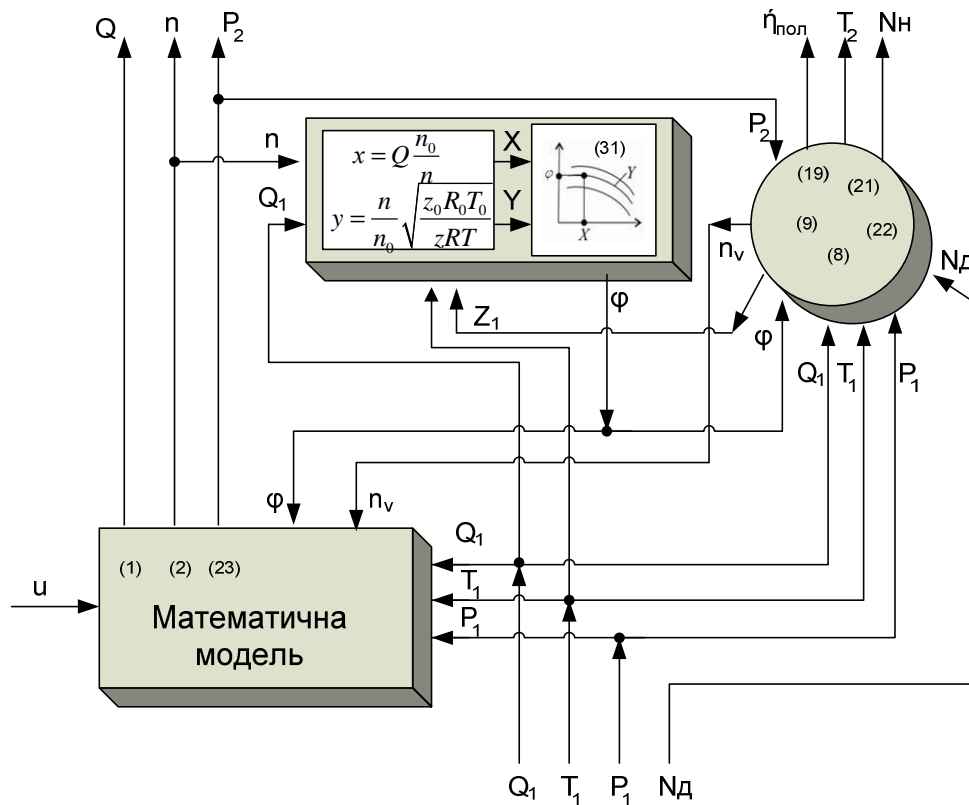


Рисунок 5 – Блок-схема обчислювального процесу

нагнітача за допомогою рівнянь (1), (2) і (23) або (24) – (26).

Однією із найважливіших задач, які необхідно розв’язувати при керуванні процесом компримування природного газу є синтез ефективної системи антипомпажного захисту нагнітачів природного газу.

Вперше антипомпажне регулювання, яке ґрунтувалось на положенні робочої точки відносно лінії помпажу було запропоновано співробітниками фірми Foxbogo на початку 60-их років [17].

Найбільш ймовірною причиною, яка може призвести до швидкого наближення робочої точки до лінії помпажу – це падіння частоти обертання ротора або швидке закриття дросельної засувки на всмоктуванні.

При зниженні частоти обертання ротора нагнітача робоча точка рухається у напрямку границі помпажу досить швидко. При цьому розмір і швидкість відкриття антипомпажного клапану є набагато важливішим показником ніж швидкість оброблення інформації контролером [17], яка є значно вищою ніж реакція антипомпажного клапану.

Таким чином, технічні характеристики антипомпажного клапану відіграють важливу роль при математичному моделюванні процесів компримування природного газу.

Для антипомпажного регулювання широко застосовують такі клапани як асиметричний антипомпажний клапан компанії Makveld Valves та кульовий антипомпажний клапан Memco. Обидва клапани знайшли широке застосування у системах антипомпажного захис-

ту. Проте кульовий антипомпажний клапан має певні переваги над клапаном фірми Makveld Valves, які зумовлені конструкцією кульового клапану і тим, що залежність масової витрати газу через клапан у функції кута повороту затвору α близька до лінійної, тобто (рис. 9)

$$m_T = \mu(\alpha).$$

Оскільки у математичну модель, що подана диференціальними рівняннями (1) і (2), як змінна стану об’єкта входить об’ємна витрата Q , то необхідно масову витрату m_T через антипомпажний клапан виразити через Q . Очевидно, що $\mu(\alpha) = \rho_1 \beta(u)$.

Звідси

$$\beta(u) = \frac{\mu(\alpha)}{\rho_1}.$$

Значення густини газу ρ_1 на вході у нагнітач визначимо із рівняння

$$\rho_1 = A_p P_1,$$

де $A_p = z \frac{\rho_0}{P_0}$.

Допускаючи, що $z = 1$, отримаємо:

$$A_p = \frac{\rho_0}{P_0}.$$

Таким чином,

$$\beta(u) = \frac{\mu(\alpha)}{A_p P_1}. \quad (32)$$

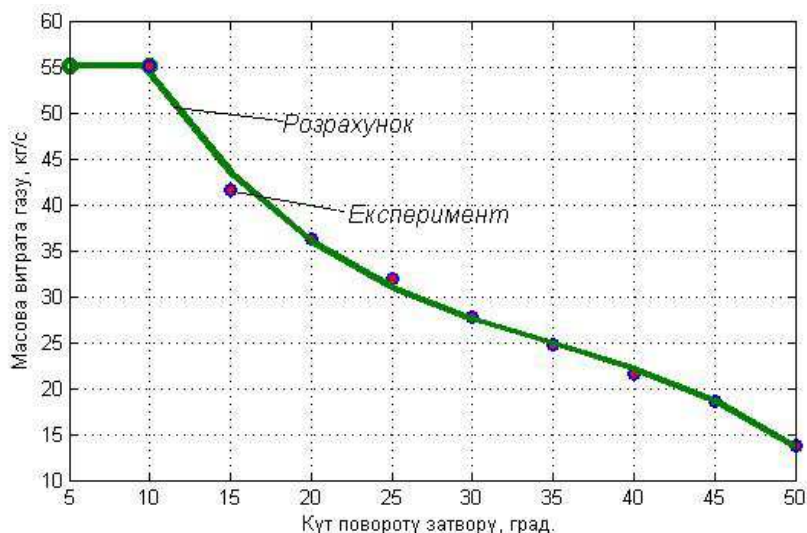


Рисунок 6 – Залежність масової витрати газу від кута повороту затвора

З врахуванням значення $\beta(u)$ рівняння (1), (2) і (23) набудуть такого вигляду:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{a}{P_1} \left(P_1 - \frac{P_2}{\varphi(Q, n)} \right) - \frac{Q}{V_b} \left(Q_1 + \frac{\mu(\alpha)}{A_p P_1} - Q \right), \quad (33)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{\gamma}{V_h} P_2 \left(Q \cdot (\varphi(Q, n))^{-\frac{1}{n_p}} - \frac{\mu(\alpha)}{A_p P_1} - \theta(P_2) \right), \quad (34)$$

$$\frac{dn}{dt} = K_H \frac{P_1}{n \Gamma_1} Q_1 \Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1). \quad (35)$$

Для приведення рівнянь (33) і (34) до безрозмірного вигляду необхідно у рівняннях (24) і (25) функцію $B(u)$ замінити на

$$B(u) = \frac{\mu(\alpha)}{Q_0 A_p P_1}.$$

На рис. 6 наведений графік залежності масової витрати газу у функції кута повороту затвора, що отриманий для клапану Metco [18].

Аналітичний опис залежності $m_T = \mu(\alpha)$ здійснювався за допомогою кусково-поліноміальної апроксимації (рис. 9)

$$\mu(\alpha) = \begin{cases} m_1^{(0)} & \text{при } 5 \leq \alpha \leq 10, \\ a_0 + a_1 \alpha + a_2 \alpha^2 + a_3 \alpha^3 & \text{при } 10 \leq \alpha \leq 50, \end{cases} \quad (36)$$

де $m_1^{(0)} = 55,020 \text{ кг/с}$.

Інші параметри залежності (36) набули таких значень: $a_0 = 88,364$; $a_1 = -4,438$; $a_2 = 0,112$; $a_3 = -0,00107$.

Як правило, антипомпажний клапан працює у режимі «відкрито-закрито». Якщо під час роботи нагнітача виникає помпаж, то антипомпажний клапан переводиться у режим «відкрито». У такому випадку для математичного опису процесів, що відповідають знаходження нагнітача у стані помпажу, слід використовувати рівняння (33) – (35).

При нормальній роботі нагнітача (немає явища помпажу) антипомпажний клапан закритий. Тоді $\mu(\alpha) = 0$ і режим роботи нагнітача опишеться системою диференціальних рівнянь, яку отримаємо із (33) – (35), прирівнявши у ній $\mu(\alpha)$ до нуля, тобто

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{a}{P_1} \left(P_1 - \frac{P_2}{\varphi(Q, n)} \right) - \frac{Q}{V_b} (Q_1 - Q), \quad (37)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{\gamma}{V_h} P_2 \left(Q \cdot (\varphi(Q, n))^{-\frac{1}{n_p}} - \theta(P_2) \right), \quad (38)$$

$$\frac{dn}{dt} = K_H \frac{P_1}{n \Gamma_1} Q_1 \Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1). \quad (39)$$

Систему рівнянь (37) – (39) можна подати і в безрозмірному вигляді. Для цього слід використати рівняння (24) – (26), у яких $B(u)$ набуде значення нуля. Отже, будемо мати таку систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dq}{d\xi} = \frac{A}{\pi_1} \left(\pi_1 - \frac{\pi_2}{\varphi(q, v)} \right) - q(q_1 - q), \quad (40)$$

$$\frac{d\pi_2}{d\xi} = \gamma \frac{V_b}{V_h} \pi_2 \left(q \cdot (\varphi(q, v))^{-\frac{1}{n_v}} - \Theta(\pi_2) \right), \quad (41)$$

$$\frac{dv}{d\xi} = \frac{\pi_1}{v \tau_1} q_1 \Psi(\varphi, \pi_1, \tau_1). \quad (42)$$

Для знаходження розв'язку системи диференціальних рівнянь (37) – (39) необхідно задати початковими умовами. Як такими можна вибрати номінальні значення об'ємної витрати газу через нагнітач Q_n , тиску на виході нагнітача $P_{2,n}$ і числа оборотів ротора нагнітача n_n , тобто $Q(0) = Q_n$, $P_2(0) = P_{2,n}$ і $n(0) = n_n$. У тому випадку, коли розв'язується математична модель (40) – (42), що подана у безрозмірній формі, тоді початкові умови будуть такими:

$$q(0) = q_n,$$

$$\pi_2(0) = \pi_{2,n},$$

$$v(0) = v_n,$$

де $q_n = Q_n/Q_0$, $\pi_{2,n} = P_{2,n}/P_{кр}$, $v_n = n_n/n_0$.

Щодо початкових умов для системи рівнянь (33) – (35) (або (24) – (26)), то такими значеннями можна вибрати величини $Q(t_k)$, $P_2(t_k)$ і $n(t_k)$, яких вони набули в момент часу t_k виникнення помпажу. Для системи рівнянь початкові значення для відповідних величин будуть такими:

$$q(t_k) = Q(t_k)/Q_0,$$

$$\pi_2(t_k) = P_2(t_k)/P_{кр},$$

$$v(t_k) = n(t_k)/n_0.$$

Висновки

При компримуванні природного газу за допомогою відцентрових нагнітачів за певних умов (зменшення тиску за відцентровим нагнітачем і, як наслідок, зменшення витрати газу через нагнітач) виникає явище помпажу, яке супроводжується значними коливаннями тиску і витрати, що може спричинити руйнування лопаток ротора нагнітача.

Для запобігання явищ помпажу необхідно створити ефективні антипомпажні автоматичні системи. Синтез таких систем можливий лише за наявності математичних моделей, які б адекватно відображали процеси компримування при різних режимах роботи відцентрового нагнітача природного газу.

На основі законів збереження кількості речовини і руху отримана математична модель процесу компримування природного газу, в якій враховані статичні характеристики антипомпажного клапану.

Математичний опис явищ помпажу розглянутий для двох випадків – при закритому і при відкритому антипомпажному клапані.

Відповідні системи диференціальних рівнянь приведені до безрозмірного вигляду, що дає змогу отримані результати поширити на широкий клас відцентрових нагнітачів природного газу як з електричним, так і з газотурбінним приводом.

Література

1 Письменный И. Л. Многочастотные нелинейные колебания в газотурбинном двигателе / И. Л. Письменный. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.

2 Боднер В. А. Автоколебания в системе, содержащей компрессор / В. А. Боднер // В кн.: Инженерный сборник. – М.: Изд-во АН СССР, 1950. – Т. VI. – С. 177 – 184.

3 Казакевич В. В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах / В. В. Казакевич. – М.: Машиностроение, 1974. – 265 с.

4 Moor F. K. A theory of rotating of multistage compressor / F. K. Moor // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. – 1984. – No 106. – pp. 313 – 349.

5 Moor F. K. A theory of post-stall transients in axial flow compressor / F. K. Moor, E. M. Greitzer // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. – 1986. – No 108 (1). – pp. 68 – 76.

6 Greitzer E. M. Surge and rotating stall in axial flow compressor: Part I. Theoretical compression System model / E. M. Greitzer // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. – 1976. – No 98. – pp. 190 – 198.

7 Venturini M. Development and experimental validation of a compressor dynamic model / M. Venturini // Journal of Turbomachinery. – 2005. – No 127. – pp. 599 – 608.

8 Arnulfi G. L. Extensive study on the control of centrifugal compressor surge / G.L. Arnulfi, F. Blanchini, P. Giannattasio, D. Micheli, P. Pinamonti // Journal of Power and Energy. – 2006. – No 220. – pp. 289 – 304.

9 Dremine I. M. Precursors of stall and surge processes in gas turbines revealed by wavelet analysis / I. M. Dremine, V. I. Furlatov, O. V. Ivanov, V. A. Nechitailova, V. G. Terziev // Control Engineering Practice. – 2002. – No 10. – pp. 599 – 604.

10 Горбійчук М. І. Математичне моделювання явища помпажу у відцентровому нагнітачі природного газу / М. І. Горбійчук, М. І. Когутяк, А. І. Лагойда, Н. В. Ткачешак // Нафтогазова енергетика. – 2016. – № 1 (25). – С. 44 – 48.

11 СОУ 60.3-30019801-011:2004. Компресорні станції. Контроль теплотехнічних та екологічних характеристик газоперекачувальних агрегатів. – Чинний від 01.02.2005. – К.: ДК „Укртрансгаз”, 2004 – 117 с.

12 Страхович К. И. Компрессорные машины: учебник / К. И. Страхович, М. И. Френкель, И. К. Кондрашов, В. Ф. Рис. – М.: Госиздат. торговой литературы, 1961. – 327 с.

13 Трубопроводный транспорт газа: монография. / М. П. Ковалко, В. Я. Грудз, В. Б. Михалків, Д. Ф. Тимків, Л. С. Шлапак, О. М. Ковалко. – Київ: Арена Еко, 2002. – 600 с.

14 Альбом приведенных характеристик нагнетателей Невского машиностроительного завода: каталог. – М.: ВНИИгаз, 1964. – 88 с.

15 Горбійчук М. І. Індуктивний метод побудови математичних моделей газоперекачувальних агрегатів природного газу / М. І. Горбійчук, М. І. Когутяк, Я. І. Заячук // Нафтова і газова промисловість. – 2008. – № 5. – С. 32 – 35.

16 Горбійчук М. І. Метод синтезу емпіричних моделей на засадах генетичних алгоритмів / М. І. Горбійчук, Я. І. Когутяк, О. Б. Василенко, І. В. Щупак // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2009. – № 4(13). – С. 72-79.

17 Быкова В. Насколько быстрым должен быть контроллер, чтобы предотвратить помпаж в компрессоре [Электронный ресурс] / В. Быкова // ООО «Инвенсис Проусесс Системс»: техническая статья. – Электронные данные. – [Россия, Москва: ООО «Инвенсис Проусесс Системс», 2012]. – Режим доступа: <http://docplayer.ru/299698-Naskolko-bystrym-dolzhen-byt-kontroller-chtoby-predotvratit-pompazh-v-kompressore.html>. – Название с экрана.

18 Суриков В. Н. Пути развития противопомпажных клапанов [Электронный ресурс] / В. Н. Суриков, С. Л. Горобченко, Н. Г. Голубев // Трубопроводная арматура и оборудование (ТПА): международный журнал. – Электронные данные. – [Россия, Санкт-Петербург: ООО «Валверус-ТПА», 2013]. – № 6 (69). – Режим доступа: <http://www.valverus.info/popular/3184-puti-razvitiya-protivopompazhnyh-klapanov.html>. – Название с экрана.

Стаття надійшла до редакційної колегії
11.05.17

Рекомендована до друку
професором Заміховським Л.М.
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)
професором Алексєєвим М.О.
(ДВНЗ «Національний гірничий університет»,
м. Дніпро)