УДК 681.32

МЕТОД ОБЧИСЛЕННЯ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ В ТЕОРЕТИКО ЧИСЛОВИХ БАЗИСА ФУРЄ ТА ХААРА-КРЕСТЕНСОНА

В. Я. Піх, О. М. Заставний

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ, v.pikh@nung.edu.ua

Спектральне перетворення Фур'є широко застосовується для цифрового опрацювання сигналів у задачах теорії автоматичного управління, моніторингу спектральних характеристик технологічних процесів та установок, розпізнавання образів, цифровій голографії, томографії а також попередження аварійних ситуацій та удосконалення діагностування несправностей деталей, їхніх вузлів, механізмів, агрегатів у нафтогазовій області.

Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) є базовим алгоритмом цифрової обробки сигналів [1].

Обчислення перетворень Фур'є вимагає дуже великого числа множень (приблизно N2) і обчислень синусів. Також існує спосіб швидкого перетворення Фур'є згідно алгоритму ДПФ - $X(jk) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(2\pi/N)kn}$, дозволяє усунути притаманну ДПФ надмірність. які ґрунтуються на властивостях комплексної експоненти $e^{-j(2\pi/N)kn}$, яку для зручності позначають $W_N^{kn} (W_N^{kn} = e^{-j(2\pi/N)kn})$. В алгоритмах обчислення БПФ використовують її симетрію $W_N^{(N-k)n} = W_N^{(N-k)n} = (W_N^{kn})^*$ а також її періодичність $W_N^{(N+k)(N+n)} = W_N^{kn}$ з періодом, який рівний довжині оброблюваної реалізації сигналу N (числу точок ШПФ). Відповідно до останньої властивості експоненті $W_N^{pkn} = W_{N/p}^{kn}$ відповідає період N/p, де p – цілі числа, на які ділиться N.

Використання даних властивостей в алгоритмах ШПФ виключає велике число повторюваних при обчисленні ДПФ

У загальному випадку математичною основою спектрального косинусного перетворення Фур'є (СКПФ) є відома теорема Вінера-Хинчина. Формулу Вінера-Хинчина можна виразити через косинус-перетворення Фур'є, враховуючи, що коваріаційна функція і спектральна щільність симетричні: $R_x(\tau) = R_x(-\tau)$ и $R_x(s) = R_x(-s)$.[2]

Значні функціональні обмеження обчислювальних процесів перетворення Фур'є і слабка збіжність рядів Фур'є привели до розвитку і успішному застосуванню інших ТЧБ для обчислення спектрів сигналів.

Суть методу адаптації базисних функцій ортогональних перетворень Фур'є Радемахера і Крестенсона полягає в тому, що замість виконання великого числа обчислювальних операцій згідно з алгоритмом який представляється функціоналом згідно формалізації алгоритму, якою здається функціоналом $F[\circ]$:

$$F[СКПФ] = F_1 \Rightarrow F_2 \Rightarrow F_3 \Rightarrow F_4 \Rightarrow F_5 \Rightarrow F_6 \Rightarrow F_7 \Rightarrow F_8 \Rightarrow F_9,$$

где $F_1[x(t)]$ реєстрація нецентрованого, не нормованого вхідного сигналу;

$F_1[x_i]$- аналогово –цифрове перетворення $x(t)$ та формування вхідної вибірки масиву даних $\{x_i\}$; $i \in \overline{1,n};\ 0 \le x_i \le A$ n- об'єм вибірки, А – діапазон кватування $A = 2^p$ p- розрядність двійкового АЦП;

$F_2[Mx]$ - визначення математичного сподівання $M_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$;

$F_3\left[\left\{\overset{\circ}{x}_i\right\}\right]$- обчислення масиву центрованих даних $\{\overset{\circ}{x}_i\} = \{x_i - M_x\}$;

$F_4[Dx]$ - обчислення дисперсії $D_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\overset{\circ}{x}_i)^2$;

$F_5[Rxx(j)]$ - обчислення центрованої АКФ $Rxx(j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overset{\circ}{x}_i \bullet \overset{\circ}{x}_{i+j}$;

$F_6[\rho_{xx}(j)]$ - обчислення нормованої АКФ $\rho_{xx}(j) = \frac{Rxx}{Dx};\ j = \overline{0, m-1}$;

$F_7[|\rho_{xx}(j-1) - \rho_{xx}(j)| \langle \gamma, m]$ - визначення інтервалу кореляції m.

$F_8[e^{=\gamma i}]$ визначення коефіцієнта γ затухання дисперсії $\rho_{xx}(j)$

$F_9[S(w_i) i \in \overline{0,k}, e^{-\gamma i}]$ визначення спектру у базисі Фур'є для $w_i,\ i \in \overline{0,k}$, k число гармонік спектрального перетворення Фур'є.

Успіхи розвитку теорії та побудови архітектури автокорреляційного спец процесорів реалізованих в різних ТЧБ [3] включаючи базиси Радемахера, Хаара, Крестенсона, і Галуа. Крім того високий рівень сучасних технологій мікроелектроніки створюють сприятливі умови успішного ефективного застосування алгоритму дискретного косинусного перетворення Фур'є (ДКПФ) при реалізації високопродуктивних спец процесорів кореляційного аналізу.

Висновки. Представлений алгоритм обчислення і компонентів високопродуктивних спецпроцесорів дискретного спектрального косинусного перетворена в теоретикочислових базисах Фур'є і Хаара-Крестенсона свідчать про обґрунтовану перспективу створення і тиражуванні в мікроелектронному варіанті, з прогнозованою швидкодією на один два порядки вище по існуючими зразками ШПФ. Перевагою даного класу спецпроцесорів є формування результатів обчислень в кінці вибірки даних АЦП в той момент як відомі аналоги починають обчислення. Що призводить до значного старінню інформації результатів спектрального аналізу.

Список використаної літератури

1 Теорія імовірностей і математична статистика для наукових працівників та інженерів/ Горбань І. І. – Київ, 2003. – С. 244.

2 Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие. — 3-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 768 с.: ил.

3 Николайчук Я. М., Албанський І. Б., Багатоканальний цифровий корелятор. Патент №73320