

## СХЕМАТИЗАЦІЯ ВИПАДКОВОГО НАВАНТАЖУВАННЯ МЕТОДОМ ВКЛАДЕНИХ ЦИКЛІВ

Є.І.Крижанівський, В.М.Івасів, В.І.Артим, В.М.Нікітюк

ІФНТУНГ, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ, 76019, тел. 4-22-64, факс: 4-21-39, E-mail: rector@indtung.if.ua

*Предложен метод схематизации случайных процессов нагружения деталей машин, который позволяет учитывать влияние последовательности амплитуд циклов напряжений и сложности структуры процесса. Проведены сравнительные исследования предложенного и используемых методов схематизации. Показана возможность использования метода в условиях случайного многократного нагружения.*

*The method of two-parametric representation of random loading, named as "method of putted in circles", is proposed. This method calculated history and complication of real processes. Conducted comparative investigations proposed and some others methods, for example, rain-flow method, showed his perspective for fatigue reliability calculations.*

Практично усі деталі машин нафтопромислового комплексу в реальних експлуатаційних умовах в більшій чи меншій мірі підлягають впливу випадкових навантажувальних. Сучасні тенденції розвитку машинобудування, зокрема, нафтогазової галузі, полягають в зменшенні матеріалоемності машин при більш повному використанні ресурсу їх деталей. Це неминуче призводить до все більшого лімітування довговічності деталей машин.

Поки що не вирішеною проблемою при цьому є визначення довговічності деталей при випадковому навантаженні. Довговічність деталі знаходять за формулою [1, 2]:

$$L = \left( \sum_{i=1}^n p_i \lambda_i \right)^{-1}, \quad (1)$$

де:  $L$  – розрахункова довговічність;  $\lambda_i$  – відносна накопичення пошкоджень в  $i$ -тих умовах експлуатації за одиницю виміру довговічності (км пробігу, кількість циклів, час роботи тощо);  $p_i$  – відносна доля тривалості експлуатації для  $i$ -тих умов експлуатації;  $n$  – кількість типових умов експлуатації (наприклад, розгін, робочий режим, гальмування, ремонтні роботи тощо).

При цьому повинна виконуватись умова:  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

Визначення  $p_i$  не є складною задачею і при наявності статистичної інформації про експлуатацію даної машини чи машин-аналогів на етапі проектування не викликає складнощів.

Набагато складнішим завданням є визначення  $\lambda_i$ , яке потребує розв'язання цілого комплексу об'ємних задач. У найбільш узагальненому вигляді можна говорити про два послідовних етапи розв'язку цього завдання.

Перший – це приведення випадкового навантажування до закономірного, чи у більш загальному випадку, до блокового.

Другий – це визначення накопичення втомних пошкоджень за приведений еквівалентний блок навантажування. На цьому етапі головною проблемою є визначення закону підсумовування втомних пошкоджень. Лінійна гіпотеза Пальмгрена-Майнера [3], яка найбільш часто використовується на практиці, в багатьох випадках не дає достатньої точності при розрахунках довговічності [1, 2, 4]. Проведені багатьма авторами чисельні експериментальні та теоретичні дослідження привели до створення сучасних методик підсумовування втомних пошкоджень, які в багатьох випадках задовільно відповідають результатам експериментів при блоковому навантаженні. Серед них слід відмітити лінійну відкоректовану гіпотезу Серенсена-Когаєва [4], методики урахування асиметрії циклів та зменшення границі витривалості, розроблені Почтенним Є.К.[5], а також нелінійні автотельні гіпотези Болотіна В.В.[6] та цілий ряд інших нелінійних гіпотез, огляд яких можна знайти, наприклад, в праці Бірґера

I..A[7]. В цілому можна сказати, що на другому етапі визначення  $\lambda_i$  для еквівалентних блоків навантажування є достатньо розроблені методики, підтвержені експериментальними результатами при блоковому навантажуванні.

Найбільш складним і відповідальним є перший етап, на якому проводиться схематизація випадкових навантажувальних процесів з приведенням їх до еквівалентних за пошкоджуючою дією закономірних чи блокових. На сучасному етапі поки що немає загальноприйнятої методики вирішення цієї задачі.

Існуючі методи схематизації (екстремумів, розмахів, викидів, повних циклів, “дошу” тощо) дають різні розподіли навантажень, а отже і  $\lambda_i$  [2]. Слід також відмітити, що у випадку складного випадкового процесу навантажування спостерігається найбільші розбіжності між теоретичними розрахунками за формулою (1) і практичними результатами.

На нашу думку, в першу чергу це пов’язано з недостатнім врахуванням при схематизації двох чинників. По-перше, це вплив послідовності амплітуд циклів напружень. В багатьох випадках таким впливом не можна нехтувати, наприклад, у випадку наявності в блоці навантажування високих, т.з. пікових напружень, або низьких напружень, менших за границю витривалості [8]. По-друге, значення  $\lambda_i$  залежить від коефіцієнту широкополосності  $\varepsilon$ , а саме, зменшення коефіцієнту  $\varepsilon$ , тобто збільшення широкополосності і складності процесу навантажування призводить до значного зменшення точності розрахунків довговічності за існуючими методами схематизації [1, 2, 4, 9].

Враховання одночасно історії навантажування та складності самого процесу традиційними методами схематизації є неможливим через їх орієнтацію на розподіл величин амплітуд без визначення їх послідовності (метод повних циклів, “дошу”) чи без врахування складності процесу (метод розмахів, метод екстремумів, метод викидів).

В найбільшій мірі поставленій меті відповідає метод, запропонований Почтенним Є.К. спочатку для двочастотного процесу [10], а пізніше розвинутий для багаточастотного навантажування [11]. Поетапне виділення максимумів процесу, запропоноване в даному методі, дозволяє провести аналіз процесу як з точки зору послідовності амплітуд, так і складності структури, яка враховується кількістю виділених етапів схематизації. Так

двочастотний процес описується в 2 етапи, тричастотний - в 3 і т.д. Можна відмітити, що кількість етапів не залежить від того, чи однакові амплітуди на якійсь частоті, чи випадкові, та й від випадковості розподілу самих частот процесу. Кожний наступний етап є більш низькочастотним за попередній (мінімум у 2 рази). Крім того, з допомогою одержаної інформації також можна зробити приблизний частотний аналіз процесу. Наприклад, середнє значення частоти на  $i$ -тому етапі:

$$\bar{\omega}_i = \frac{n_i}{2T}, \quad (2)$$

де:  $T$  - час вибірки;  $n_i$  - кількість екстремумів на  $i$ -тому етапі.

При врахуванні кількості відкинутих на етапі точок між екстремумами можна знайти і дисперсію частоти на кожному етапі. Але запропоноване в даному методі поетапне виділення максимумів процесу не дає можливості в достатній мірі дослідити структуру процесу, особливо у випадку складного багаточастотного навантажування з випадковими істотно різними амплітудами. При врахуванні тільки максимумів такого процесу існує можливість спотворення реальної картини процесу, особливо завищення  $\sigma_{m i}$  на найбільш низьких виділених частотах.

Найбільш істотно реальна картина процесу відрізняється від схематизованої у двох випадках.

$$1. \sigma_{\max i} \approx \text{const}; \sigma_{m i} = \text{var}.$$

У цьому випадку схематизація за даним методом призводить до заниження реальної складності процесу. Врахування тільки максимумів такого процесу не дає можливості оцінити його низькочастотні складові, які можуть суттєво впливати на довговічність деталей при такому характері випадкового навантажування.

$$2. \sigma_{\max i} = \text{var}; \sigma_{m i} \approx \text{const}.$$

В даному випадку ситуація є протилежною і схематизація за методом Почтенного Є.К. показує високу складність структури випадкового процесу. Але такий процес характеризується складністю розподілу послідовності амплітуд, а не самої структури. Тому, на нашу думку, такий випадковий процес повинен описуватися одноетапною схематизацією, а вже сама складність розподілу амплітуд в часі повинна враховуватися під час аналізу схематизованого процесу. Виділення ж

при схематизації такого процесу великої кількості низькочастотних складових тільки ускладнює такий аналіз.

Тому назріла актуальна потреба розробки такого методу схематизації, який би давав розподіл амплітуд у часі з одночасним врахуванням реальної складності самої структури процесу. На нашу думку, таким методом може бути запропонований нижче метод поетапного виділення середніх значень амплітуд, названий нами методом вкладених циклів.

Суть методу полягає в наступному. Початковим етапом схематизації є, як і для інших методів, визначення екстремумів процесу  $\sigma_{екстр.i}$ . Потім, як і для методу Почтенного Є.К., для кожного із сусідніх півциклів визначається амплітуда  $\sigma_{ai}^1$  та середнє значення  $\sigma_{mi}^1$ . Це дає можливість визначити послідовність амплітуд на першій найбільш високій частоті процесу.

На другому етапі розглядається процес, де точками виступають вичислені раніше середні значення  $\sigma_{mi}^1$ .

Для цього процесу визначаються екстремальні значення, а інші точки процесу з подальшого розгляду відкидають.

Знову визначаються, як і для першого етапу,  $\sigma_{ai}^1$  і  $\sigma_{mi}^1$ . Таким чином ми отримуємо розподіл амплітуд та їх послідовність на другій, більш низькій частоті.

Таку процедуру повторюють до того часу, поки на якомусь етапі:

- по-перше, різниця між максимальним і мінімальним значенням процесу не стане меншою за якесь наперед визначене значення  $[\Delta\sigma]$ , наприклад,  $[\Delta\sigma]=0,3\sigma$ ;

- або по-друге, не залишаться 2 екстремальні точки.

Даний метод, зберігаючи усі позитивні сторони методу Почтенного Є.К., позбавлений недоліків, описаних раніше. Так, у випадку 1 метод дає більш складну структуру процесу, а у

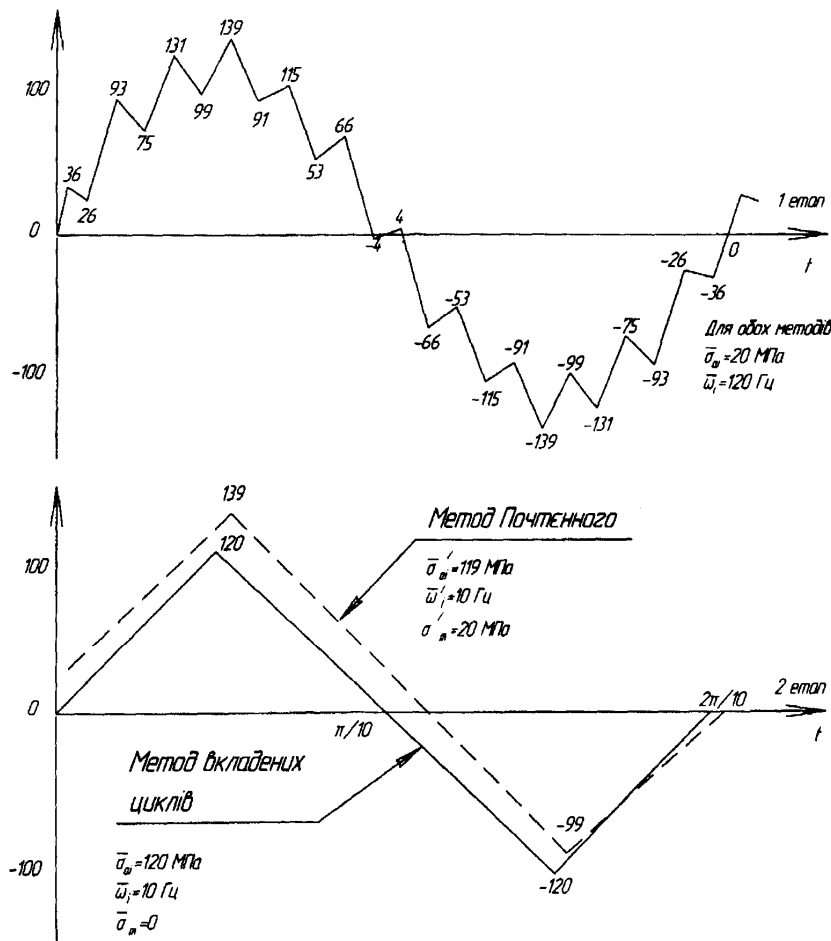


Рисунок 1 - Схематизація двочастотного процесу

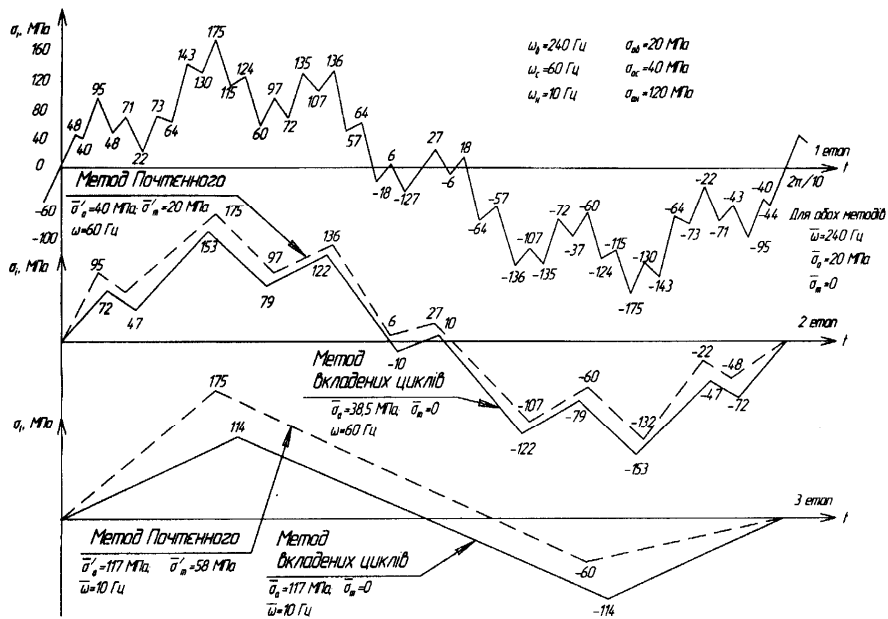


Рисунок 2 - Схематизація тричастотного процесу

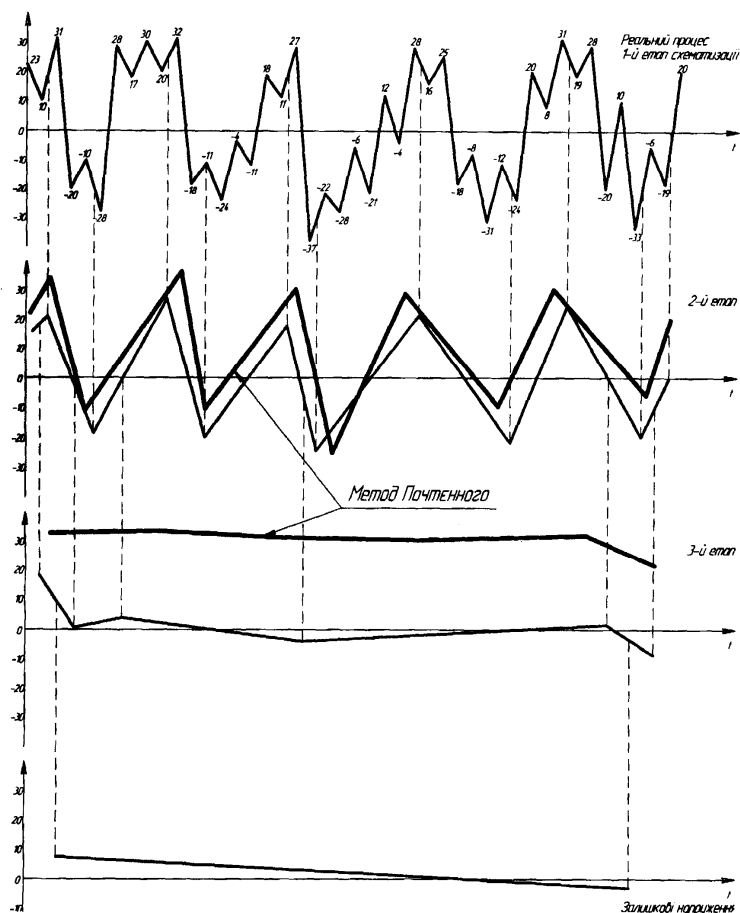


Рисунок 3. Приклад використання методу вкрадених циклів для схематизації реального випадкового процесу

Почтенного Є.К.

запропонованого методу було проведено схематизацію двочастотного (рис. 1) і

тричастотного (рис. 2) процесу за методом середнього рівня. На рис.3 показані послідовні

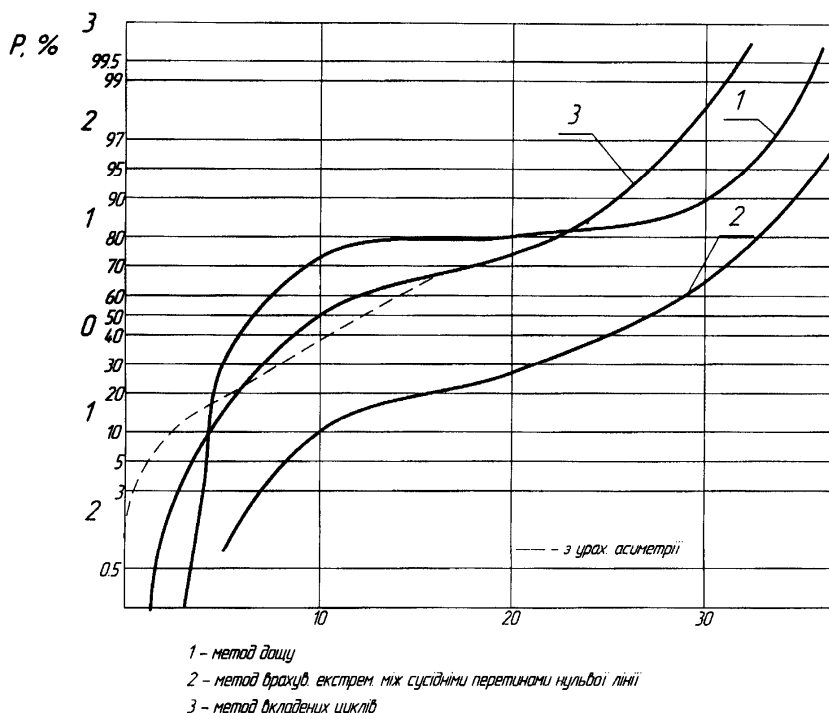


Рисунок 4 - Криві розподілу амплітуд для різних методів схематизації

вкладених циклів і методом Почтенного Є.К.. Для обох методів кількість етапів показує складність процесу.

Як бачимо, обидва методи дають практично однакові величини середніх амплітуд процесу  $\sigma_{ai}$  та частоти на кожному етапі. При цьому їх значення повністю відповідають реальній картині процесу навантажування.

Але слід відмітити істотну різницю при визначенні середнього рівня навантаження на низьких частотах. Так, для тричастотного процесу  $\overline{\sigma_m'''} = 0$  для запропонованого методу і  $\overline{\sigma_m'''} = 60$  МПа для методу Почтенного Є.К. Реально  $\sigma_m$  для найнижчої частоти дорівнює нулю, тобто при врахуванні асиметрії циклів на етапах метод вкладених циклів більш відповідає реальній картині процесу.

Таким чином, перевагою методу вкладених циклів є те, що на останньому етапі ми отримуємо середнє значення процесу  $\overline{\sigma_m}$ , а у випадку нестационарності, крім того, можна оцінити  $\overline{\sigma_m}$  як функцію часу.

Використання методу вкладених циклів покажемо на прикладі випадкового процесу [2], для якого проведено аналіз згідно методів “дощу”, повних циклів та врахування одного екстремуму між сусідніми перетинами

етапи схематизації, результати якої зведені в таблиці 1 і 2. На рис.4 отримані розподіли для різних методів схематизації показані на вірогіднісному папері, а на рис. 5 – у вигляді гістограм. Штриховими лініями показані ці ж розподіли при урахуванні асиметричних циклів приведенням їх до еквівалентних симетричних за формулою [9]:

$$\sigma_{a \text{ екв.}} = \sigma_{ai} + \sigma_{mi} \psi, \tag{3}$$

де коефіцієнт  $\psi = 0,2$ .

Проведений аналіз показує досить близьку відповідність розподілів, проведених згідно методу повних циклів або “дощу”, які рахуються найбільш прийнятними при розрахунках, і згідно методу вкладених циклів. Деяке зменшення кількості високих амплітуд компенсується більшою кількістю амплітуд, які беруться до розгляду (22 і 30).

Отже, на нашу думку, головною перевагою запропонованого методу вкладених циклів є одержання розподілу в часі амплітуд напружень при одночасному визначенні реальної складності структури процесу. Це дасть можливість більш повно враховувати історію навантажування та складність процесу при розрахунках на довговічність. Цій темі будуть присвячені наступні дослідження.

Таблиця 1 – Результати поетапної схематизації випадкового процесу за методом вкладених циклів.

<b>1</b>	<b>Півцикли</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>
<i>e</i>	$\sigma_a$	13	21	51	10	18	56	11	13	10	12	50	9	13	20	7	29	7	16	64	15	6	22
<i>t</i>	$\sigma_a$	6,5	10,5	22,5	5	9	28	5,5	6,5	5	6	25	4,5	6,5	10	3,5	14,5	3,5	8	32	7,5	3	11
<i>a</i>	$\sigma_m$	16,5	20,5	5,5	-15	-19	0	22,5	23,5	25	26	7	-15,5	-17,5	-14	-7,5	3,5	14,5	19	-5	-29,5	-25	-17
<i>n</i>	$\sigma_{дек}$	9,8	14,6	22,6	2	5,2	28	10	11,2	10	11,2	26,4	1,4	3	7,2	2	15,2	6,4	11,8	31	1,6	0	7,6
<b>2</b>	<b>Півцикли</b>	45				46					47			48					49		50		
<i>e</i>	$\sigma_a$	4				39,5					45			43,5					36,5		48,5		
<i>t</i>	$\sigma_a$	2				19,75					22,5			21,75					18,25		24,25		
<i>a</i>	$\sigma_m$	18,5				0,75					3,5			4,25					0,75		-5,25		
<i>n</i>	$\sigma_{дек}$	5,7				19,9					23,2			22,6					18,4		23,2		
<b>3</b>	<b>Півцикли</b>					56								57							58		
<i>e</i>	$\sigma_a$					17,75								3,5							9,5		
<i>t</i>	$\sigma_a$					8,9								1,75							4,75		
<i>a</i>	$\sigma_m$					9,6								2,5							-0,5		
<i>n</i>	$\sigma_{дек}$					10,8								2,25							4,65		

<b>1</b>	<b>Півцикли</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>
<i>e</i>	$\sigma_a$	15	33	16	32	12	9	43	10	23	19	12	44	12	23	12	9	48	30	43	27	13	39
<i>t</i>	$\sigma_a$	7,5	16,5	8	16	6	4,5	21,5	5	11,5	9,5	6	22	6	11,5	6	4,5	24	15	21,5	13,5	6,5	19,5
<i>a</i>	$\sigma_m$	-13,5	-4,5	4	12	22	20,5	3,5	-13	-19,5	-21,5	-18	-2	14	19,5	25	23,5	4	-5	-11,5	-19,5	-12,5	0,5
<i>n</i>	$\sigma_{дек}$	4,8	15,6	8,8	18,4	10,4	8,6	22,2	2,4	7,7	5,2	2,4	21,6	8,6	15,4	11	9,2	24,8	14	19,3	9,6	4	19,6
<b>2</b>	<b>Півцикли</b>					51					52					53					54		55
<i>e</i>	$\sigma_a$					51,5					43,5					46,5					44,5		20
<i>t</i>	$\sigma_a$					25,75					21,75					23,25					22,25		10
<i>a</i>	$\sigma_m$					-3,75					0,25					1,75					2,75		-9,5
<i>n</i>	$\sigma_{дек}$					2,5					21,8					23,6					22,8		8,2
<b>3</b>	<b>Півцикли</b>																				59		60
<i>e</i>	$\sigma_a$																				8		12,25
<i>t</i>	$\sigma_a$																				4		6,1
<i>a</i>	$\sigma_m$																				-1,25		-3,4
<i>n</i>	$\sigma_{дек}$																				3,8		5,4

Таблиця 2 – Розподіл амплітуд напружень схематизованого процесу

i	$\sigma_{ai}$	$\sigma_{aiekv}$	$\frac{i-0,5}{n} \cdot 100\%$
1	1,75	0	0,83
2	2	1,4	2,5
3	3	1,6	4,2
4	3,5	2	5,8
5	3,5	2	7,5
6	4	2,25	9,2
7	4,5	2,4	10,8
8	4,5	2,4	12,5
9	4,5	3	14,2
10	4,75	3,8	15,8
11	5	4	17,5
12	5	4,65	19,2
13	5	4,8	20,8
14	5,5	5,2	22,5
15	6	5,2	24,2
16	6	5,4	25,8
17	6	5,7	27,5
18	6	6,4	29,2
19	6	7,2	30,8
20	6,1	7,6	32,5
21	6,5	7,7	34,2
22	6,5	8,2	35,8
23	6,5	8,6	37,5
24	6,5	8,8	39,2
25	7,5	8,8	40,8
26	7,5	9,2	42,5
27	8	9,4	44,2
28	8	9,8	45,8
29	8,9	10	47,5
30	9	10	49,2
31	9,5	10,4	50,8
32	10	10,8	52,5
33	10	11	54,2
34	10,5	11,2	55,8
35	11	11,2	57,5
36	11,5	11,8	59,2
37	11,5	14	60,8
38	13,5	14,6	62,5
39	14,;	15,2	64,2
40	15	15,4	65,8
41	16	15,6	67,5
42	16,5	18,4	69,2
43	18,25	18,4	70,8
44	19,5	19,3	72,5
45	19,75	19,6	74,2
46	21,5	19,9	75,8
47	21,5	21,6	77,5
48	21,75	21,8	79,2
49	21,75	22,2	80,8
50	22	22,6	82,5
51	22,25	22,8	84,2
52	22,5	23,2	85,8
53	23,25	23,2	87,5
54	24	23,6	89,2
55	24,25	24,8	90,8
56	25	25	92,5
57	25,5	25,4	94,2
58	25,75	25,6	95,8
59	28	28	97,5
60	30	31	100

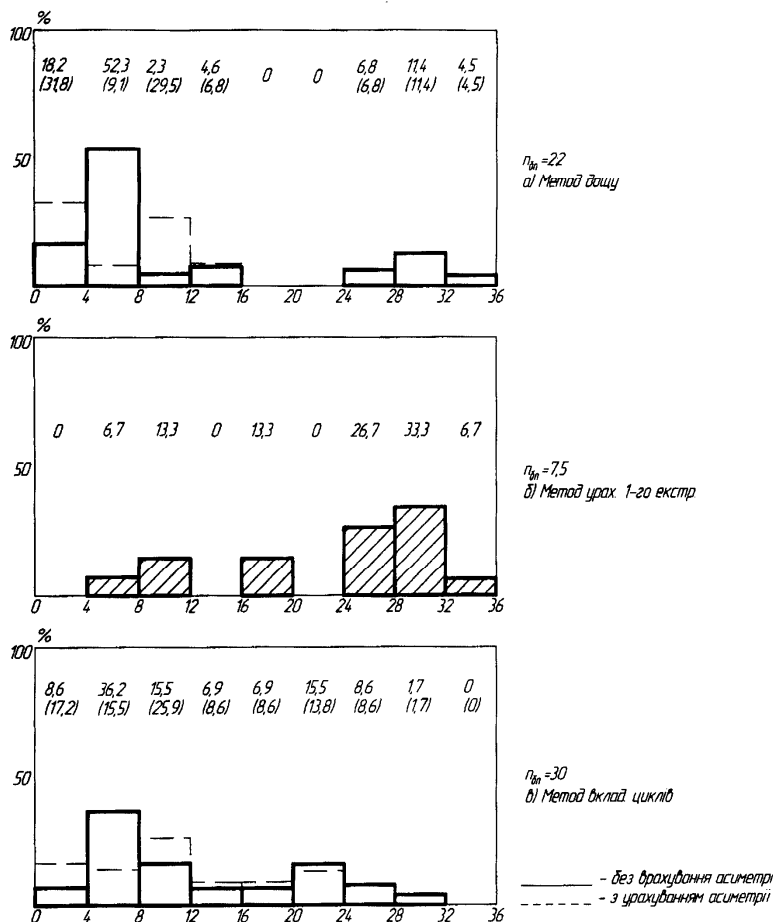


Рисунок 5 - Розподіл амплітуд для різних методів схематизації

**Література**

1. Лукинский В.С., Зайцев Е.И. Прогнозирование надежности автомобилей. – Л.: Политехника, 1991. – 224 с.  
 2. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. – М.: Машиностроение, 1989. – 248с.  
 3. A. Miner. Cumulative damage in fatigue, Journ. Of App. Mechan. 12(1945). pp. 159-164.  
 4. Когаев В.П., Гадолина И.В. Суммирование усталостных повреждений при вероятностных расчетах долговечности // Вестник машиностроения. – 1989. – №7. – с. 3–7.  
 5. Почтенный Е.К. Прогнозирование долговечности и динамика усталости деталей машин. – Мн.: Наука и техника, 1983. – 245 с.  
 6. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.  
 7. Биргер И.А. Детерминированные и статические модели усталостной прочности // Проблемы прочности. – 1982. – №4. – с. 24-28.

8. Трощенко В.Т., Покровский В.В., Прокопенко А.В. Трещиностойкость материалов при циклической нагрузке. – К.: Наукова думка. – 1978. – 256 с.  
 9. Расчеты и испытания на прочность. Анализ эксплуатационной нагруженности в связи с оценкой долговечности при случайном нагружении. – МР 75-85. – М., ГОНТИ. – 1985. – 127 с.  
 10. Высоцкий М.С., Почтенный Е.К., Парфенович Е.О. Сопротивление усталости элементов конструкций при двухчастотном нагружении // Вестник машиностроения. – 1995. – №1. – с. 3-6.  
 11. Высоцкий М.С., Почтенный Е.К., Парфенович Е.О. Анализ эксплуатационного нагружения конструкционных элементов машин // Весці Акадэміі навук Беларусі. – Мн. – 1993. – №3. – с. 42-45.  
 12. Когаев В.П., Дроздов Ю.И. Прочность и износостойкость деталей машин. – М.: Высшая школа, 1991. – 318 с.