[3] Загороднюк А.В., Митрофанов М.А. *Аналог теоремы Винера для бесконечномерных банаховых пространств.* Математические заметки, февраль 2015, **2** (97), 191-202.

ДВА КРИТЕРІЇ ОБМЕЖЕНОСТІ L-ІНДЕКСУ ЗА СУКУПНІСТЮ ЗМІННИХ АНАЛІТИЧНИХ В БІКРУЗІ ФУНКЦІЙ

[1]Бандура Андрій, [2]Петречко Наталія

[1]Івано-Франківський національний технічний університет
[2]Львівський національний університет імені Івана Франка
[1]andriykopanytsia@gmail.com, [2]petrechko.n@gmail.com

Нехай $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty)$, $\mathbf{0} = (0,0) \in \mathbb{R}^2_+$, $\mathbf{1} = (1,1) \in \mathbb{R}^2_+$, $R = (r_1, r_2) \in \mathbb{R}^2_+$, $z^0 = (z_1^0, z_2^0) \in \mathbb{C}^2$, $\mathbb{D}^2(z^0, R) = \{z = (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2 : |z_j - z_j^0| < r_j, j \in \{1,2\}\}$ — відкритий полікруг, $\mathbb{T}^2(z^0, R) = \{z \in \mathbb{C}^2 : |z_j - z_j^0| = r_j \ j \in \{1,2\}\}$ — його кістяк, $\mathbb{D}^2[z^0, R] = \{z \in \mathbb{C}^2 : |z_j - z_j^0| \leqslant r_j, j \in \{1,2\}\}$ — замкнений полікруг, $\mathbb{D}^2 = \mathbb{D}^2(\mathbf{0}, \mathbf{1})$. Частинні похідні аналітичної в $\mathbb{D}^2$ функції $F(z_1, z_2)$ позначатимемо $F^{(p,q)}(z_1, z_2) := \frac{\partial^{p+q} F(z_1,z_2)}{\partial z_1^p \partial z_2^q}$. Для цілої функції $F(z)$ покладемо $M(R, z^0, F) = \max\{|F(z)| : z \in \mathbb{T}^2(z^0, R)\}$. Нехай $\mathbf{L}(z) = (l_1(z), l_2(z))$, де $l_j(z) : \mathbb{D}^2 \to \mathbb{R}_+$ — неперервна функція така, що $\forall z = (z_1, z_2) \in \mathbb{D}^2$ $l_j(z) > \frac{\beta}{1-|z_j|}$, $\beta > 1$, $j \in \{1,2\}$. Для $A = (a_1, a_2), B = (b_1, b_2) \in \mathbb{R}^2$ запис $A < B$ означає, що $a_j < b_j$, $j \in \{1,2\}$. Подібним чином, визначаються інші нерівності.

Аналітичну функцію $F\colon \mathbb{D}^2 \to \mathbb{C}$ називаємо функцією обмеженого $\mathbf{L}$-індексу (за сукупністю змінних), якщо існує $n_0 \in \mathbb{Z}_+$ таке, що для всіх $z \in \mathbb{D}^2$ і для всіх $(p_1, p_2) \in \mathbb{Z}^2_+$

$$\frac{1}{p_1! p_2!} \frac{|F^{(p_1,p_2)}(z)|}{l_1^{p_1}(z) l_2^{p_2}(z)} \leqslant \max_{0 \leqslant k_1 + k_2 \leqslant n_0} \frac{1}{k_1! k_2!} \frac{|F^{(k_1,k_2)}(z)|}{l_1^{k_1}(z) l_2^{k_2}(z)}.$$

Це аналог означення функції обмеженого індексу в $\mathbb{C}^2$ ([1, 2]). Найменше таке n_0 називають *L-індексом за сукупністю змінних функції F і позначають* $N(F, \mathbf{L}, \mathbb{D}^2) = n_0$. Через $Q^2(\mathbb{D}^2)$ позначимо клас функцій $\mathbf{L}$, які задовольняють умови $(\forall R,\ \mathbf{0} \leqslant R \leqslant \mathcal{B})$: $0 < \lambda_{1,j}(R) \leqslant \lambda_{2,j}(R) < \infty$, $j \in \{1,2\}$, де $\mathcal{B} = (\beta, \beta)$, $R/\mathbf{L}(z^0) := \big(r_1/l_1(z^0), r_2/l_2(z^0)\big)$,

$$\lambda_{1,j}(R) = \inf\left\{\inf\left\{l_j(z)/l_j(z^0) : z \in \mathbb{D}^2[z^0, R/\mathbf{L}(z^0)]\right\} : z^0 \in \mathbb{D}^2\right\},$$
$$\lambda_{2,j}(R) = \sup\left\{\sup\left\{l_j(z)/l_j(z^0) : z \in \mathbb{D}^2[z^0, R/\mathbf{L}(z^0)]\right\} : z^0 \in \mathbb{D}^2\right\}.$$

Теорема 1. *Нехай $\mathbf{L} \in Q^2(\mathbb{D}^2)$. Для того, щоб аналітична в $\mathbb{D}^2$ функція F мала обмежений $\mathbf{L}$-індекс за сукупністю змінних необхідно, щоб* $(\forall R,\ \mathbf{0} \leqslant R \leqslant \mathcal{B})$ $(\exists n_0 \in \mathbb{Z}_+)$ $(\exists p \geqslant 1)$ $(\forall z^0 \in \mathbb{D}^2)$ $(\exists k^0 \in \mathbb{Z}^2_+,\ k_1^0 + k_2^0 \leqslant n_0)$:

$$\max\left\{|F^{(k_1^0,k_2^0)}(z_1, z_2)| : z \in \mathbb{D}^2\left[z^0, R/\mathbf{L}(z^0)\right]\right\} \leqslant p \cdot |F^{(k_1^0,k_2^0)}(z_1^0, z_2^0)|$$

і достатньо, щоб

$(\forall R, \mathbf{0} \leqslant R \leqslant \mathcal{B})(\exists n_0 \in \mathbb{Z}_+)(\exists p \geqslant 1)(\forall z^0 \in \mathbb{D}^2)(\exists k_1^0 \leqslant n_0)(\exists k_2^0 \leqslant n_0):$

$$\max\left\{|F^{(k_1^0,0)}(z_1,z_2)| : z \in \mathbb{D}^2\left[z^0, R/\mathbf{L}(z^0)\right]\right\} \leqslant p\cdot|F^{(k_1^0,0)}(z_1^0,z_2^0)|,$$

$$\max\left\{|F^{(0,k_2^0)}(z_1,z_2)| : z \in \mathbb{D}^2\left[z^0, R/\mathbf{L}(z^0)\right]\right\} \leqslant p\cdot|F^{(0,k_2^0)}(z_1^0,z_2^0)|.$$

Теорема 2. *Нехай* $\mathbf{L} \in Q^2(\mathbb{D}^2)$. *Аналітична функція* F *у* $\mathbb{D}^2$ *є функцією обмеженого* $\mathbf{L}$*-індексу за сукупністю змінних тоді і тільки тоді, якщо для будь-яких* $R', R'' \in \mathbb{R}_+^2$, $\mathbf{0} < R' < R'' \leqslant \mathcal{B}$ *існує* $p_1 = p_1(R', R'') \geqslant 1$ *таке, що для кожного* $z^0 \in \mathbb{D}^2$

$$M\left(R''/\mathbf{L}(z^0), z^0, F\right) \leqslant p\cdot M\left(R'/\mathbf{L}(z^0), z^0, F\right).$$

Зазначимо, що теорема 1 на відміну від відповідної теореми з [1], встановленої для цілих функцій від декількох змінних, містить не лише необхідну, а також певні достатні умови обмеженості $\mathbf{L}$-індексу за сукупністю змінних аналітичної в $\mathbb{D}^2$ функції.

Література

[1] *Bandura A.I., Bordulyak M.T., Skaskiv O.B.* Sufficient conditions of boundedness of L-index in joint variables // Mat. Stud. **45** (2016), no. 1, 12–26.

[2] *Бордуляк М.Т.* Простір цілих у $\mathbb{C}^n$ функцій обмеженого $\mathbf{L}$-індексу // Мат. студ., 4 (1995), 53–58.

БАГАТОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПАРНОГО ПОРЯДКУ

[1]Баранецький Ярослав, [2]Каленюк Петро

Національний університет "Львівська політехніка ", Львів, Україна

E-mail: [1]baryarom@ukr.net, [2]pkalenyuk@gmail.com

Розглянемо нелокальну задачу

$$A_{2n}y \equiv (-1)^n y^{(2n)}(x) + \textstyle\sum_{s=0}^{2n-2} a_s(x)\, y^{(2n-s)}(x) = f(x),\ x \in (0,1)$$

$$l_j y \equiv y^{(s_j)}(0) + (-1)^{s_j} y^{(s_j)}(1) + \sum_{r=1}^{q} c_r\left(y^{(s_j)}(x_r) - (-1)^{s_j} y^{(s_j)}(1-x_r)\right) = h_j,$$

$$l_{n+j}y \equiv y^{(s_{n+j})}(0) - (-1)^{s_{n+j}} y^{(s_{n+j})}(1) = h_{n+j},$$