Сила імунної відповіді змінюється як з часом, так і з віком $a \geqslant 0$ людини. Тому фактори F, C і m у загальному випадку є розв'язками диференціальних рівнянь з частинними похідними вигляду

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial a} &= \alpha\xi(m)V_\tau F_\tau - \mu(C - C^*) - \mu_1(E - E^*), \\
\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial a} &= \varrho C - \eta\gamma FV - \mu_f F, \\
\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial a} &= \sigma V - \mu_m m + \mu_2(E - E^*),
\end{aligned}$$

які задовольняють початкові умови при $t = 0$ і умови, аналогічні умовам виживання [3], при $\tau = 0$.

Література

[1] *Marchuk G.I.* Mathematical Modelling of Immune Response in Infectious Diseases, Springer-Verlag, New York, 1997.

[2] *Bodnar M., Forys U.* A model of immune system with time-dependent immune reactivity, Nonlinear Analysis-Theory Methods & Applications **7(2)**, (2009), pp. 1049-1058.

[3] *Маценко В.Г.* Математичне моделювання, Чернів. нац. ун-т ім. Юрія Федьковича.– Чернівці, 2014.

ДВОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ У ПРОСТОРАХ НАД ПОЛЯМИ p-АДИЧНИХ ЧИСЕЛ

[1]Бобик Ігор, [2]Пукач Петро, [3]Симотюк Михайло

[1,2]Національний університет "Львівська політехніка

[3]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України

[1]igor.bobyk@gmail.com, [2]ppukach@gmail.com, [3]quaternion@ukr.net

Упродовж останніх десятиліть активно розвивається p-адична математична фізика, у якій дійсні просторово-часові змінні замінюються p-адичними числами [1, 2, 4]. Цей альтернативний розділ математичної фізики виник у 1984 р., коли В.С.Владіміров та І.В.Воловіч запропонували використати p-адичні числа для опису простору на малих відстанях порядку 10^{-33} см, щоб уникнути проблему вимірювання довжин, менших від планківських. Ідея В.С.Владімірова та І.В.Воловича полягає у тому, що на планківських відстанях структура простору-часу повинна описуватися неархімедовим полем p-адичних чисел, що є поповненням поля раціональних чисел за p-адичною нормою.

Одним із важливих напрямків p-адичної математичної фізики є дослідження p-адичних моделей квантової механіки, теорії гравітації, що, в свою чергу, стимулює вивчення властивостей розв'язків рівнянь із частинними похідними з p-адичними змінними за допомогою p-адичного аналізу Фур'є.

Нехай p – просте число, $\mathbb{Q}_p$ – поповнення [3] поля раціональних чисел за p-адичною нормою $|\cdot|_p$; $\mathbb{Z}_p = \{x \in \mathbb{Q}_p : |x|_p \leqslant 1\}$. У даній роботі розглядаємо таку двоточкову задачу

$$\frac{\partial^n u(t,x)}{\partial t^n} + \sum_{j=0}^{n-1} a_{n-j} A^{n-j}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^j u(t,x)}{\partial t^j} = 0, \quad t \in \mathbb{Z}_p, \quad x \in \mathbb{Q}_p, \tag{1}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{j-1}u(t,x)}{\partial t^{j-1}}\right|_{t=0} = \varphi_j(x), \quad j = 1,\ldots,m, \\ \left.\dfrac{\partial^{j-1}u(t,x)}{\partial t^{j-1}}\right|_{t=T} = \varphi_{m+j}(x), \quad j = 1,\ldots,n-m, \end{cases} \tag{2}$$

де $a_1,\ldots,a_n \in \mathbb{Q}_p$, $A(\partial/\partial x) = -\partial^2/(\partial x^2) + 2x\partial/\partial x$, $T \in \mathbb{Z}_p$, $T \neq 0$.

Запровадимо функціональні простори над полем $\mathbb{Q}_p$, в яких встановлені умови розв'язності задачі (1), (2). Нехай $H_k(x) = (-1)^k e^{x^2}(d/dx)^k e^{-x^2}$, $k \in \mathbb{Z}_+$, – фізичні поліноми Ерміта; $L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$, $w(x) = e^{-x^2}$, – простір усіх рядів $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k H_k(x)$, для яких $\lim_{k\to\infty} |f_k|_p \sqrt{|k!2^k|_p} = 0$; $\mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))$ – простір усіх рядів $u(t,x) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t)H_k(x)$ (де $u_k(t)$, $k \geqslant 0$, – аналітичні функції на $\mathbb{Z}_p$), для яких $\lim_{k\to\infty}\max_{t\in\mathbb{Z}_p} |u_k(t)|_p\sqrt{|k!2^k|_p} = 0$; норми в просторах $L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$ та $\mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))$ визначаються рівностями [4]

$$\|f; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)\| = \max_k |f_k|_p \sqrt{|k!2^k|_p},$$

$$\|u; \mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))\| = \max_k \max_{t\in\mathbb{Z}_p} |u_k(t)|_p \sqrt{|k!2^k|_p}.$$

Встановлено такий результат про розв'язність задачі (1), (2).

Теорема 1. *Якщо* $p^{1/(p-1)} \max_{1\leqslant j\leqslant n} |a_j|_p^{1/j} < 1$, $\varphi_1,\ldots,\varphi_n \in L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$, *то в просторі* $\mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))$ *існує единий розв'язок* $u(t,x)$ *задачі* (1), (2), *який неперервно залежить від функцій* $\varphi_1(x),\ldots,\varphi_n(x)$.

Література

[1] *Владимиров В.С.,Волович И.В., Зеленов Е.И.* p-адический анализ и математическая физика. – М.: Физматлит, 1994. – 352 с.

[2] *Горбачук М.Л., Горбачук В.И.* О задаче Коши для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве над полем p-адических чисел // Тр. МИАН, том (245), (2004). – С. 99–106.

[3] *Коблиц Н.* p-адические числа, p-адический анализ и дзета-функции. – М.: Мир, 1982.

[4] *Хренников А. Ю.* Математические методы неархимедовой физики // УМН, 1990. – Том 45, вып. 4 (274). – С. 79–110.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОФАЗНОЇ НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕРМОГРАВІТАЦІЙНОГО ДРЕНАЖУ

Бомба Андрій, Бойцов Вадим, Ярощак Сергій

Рівненський державний гуманітарний університет

abomba@ukr.net

Попри на накопичений досвід в області теплових методів впливу на пласти, для нафтової промисловості представляється вкрай необхідним пошук і створення нових більш досконалих технологій розробки покладу важкої нафти і бітумів. Для розробки таких родовищ з досягненням найвищих показників вилучення нафти необхідні новітні теплові методи, що перевершують по ефективності традиційні технології паротеплового впливу.

Одним з таких методів є термогравітаційний (у випадку нагнітання пару - парогравітаційний(SAGD) [1]) дренаж, який на сьогодні у світі зарекомендував себе як дуже ефективний спосіб видобутку важкої нафти та природних бітумів. У класичному описі [1] ця технологія вимагає буріння двох горизонтальних свердловин, розташованих паралельно одна над іншою. Процес впливу починається зі стадії попереднього прогріву пласта, протягом якої (кілька місяців) проводиться циркуляція теплоносія в обох свердловинах. На основній стадії видобутку відбувається вже нагнітання теплоносія лише в нагнітальну свердловину, а експлуатаційна здійснює відбір нафти.

У роботі розглядаються двовимірні задачі багатофазної неізотермічної фільтрації при витісненні нафти теплоносієм (зокрема, водою) на першій та другій стадії технології термогравітаційного дренажу. Вважається, що динамічні в'язкості фаз змінюється зі зміною температури, рух рідини – повільний та відбувається без фазових переходів. Відповідні закон руху та