АЛГЕБРИ БЛОЧНО-СИМЕТРИЧНИХ ПОЛІНОМІВ

[1]Василишин Тарас, [2]Загороднюк Андрій, [3]Кравців Вікторія
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
[1]taras.v.vasylyshyn@gmail.com, [2]andriyzag@yahoo.com,
[3]maksymivvika@gmail.com

Базис алгебри $\mathcal{P}_{vs}(\mathcal{X}^s_{\ell_p})$. Будемо позначати $\mathbb{Z}_+$ множину цілих невід'ємних чисел і $\mathbb{N}$ множину цілих додатних чисел. Нехай $p \in [1,+\infty)$ і $s \in \mathbb{N}$. Зафіксуємо на просторі $\mathbb{C}^s$ норму $\|(x^{(1)},\ldots,x^{(s)})\| = (|x^{(1)}|^p + \ldots + |x^{(s)}|^p)^{1/p}$. Позначимо $\mathcal{X}^s_{\ell_p}$ простір послідовностей $(x_1,\ldots,x_n,\ldots)$, де $x_j \in \mathbb{C}^s$ для $j \in \mathbb{N}$, для яких норма

$$\|(x_1,\ldots,x_n,\ldots)\|_{\mathcal{X}^s_{\ell_p}} = \Big(\sum_{j=1}^{\infty} \|x_j\|^p\Big)^{1/p}$$

скінченна. Поліном $P : \mathcal{X}^s_{\ell_p} \to \mathbb{C}$ називають блочно-симетричним, якщо

$$P((x_1,\ldots,x_n,\ldots)) = P((x_{\sigma(1)},\ldots,x_{\sigma(n)},\ldots))$$

для всіх $(x_1,\ldots,x_n,\ldots) \in \mathcal{X}^s_{\ell_p}$ і для всіх бієкцій $\sigma : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Позначимо $\mathcal{P}_{vs}(\mathcal{X}^s_{\ell_p})$ алгебру всіх неперервних блочно-симетричних поліномів на $\mathcal{X}^s_{\ell_p}$.

Теорема 1. *Сукупність поліномів*

$$H_n^{k_1,k_2,\ldots,k_s}(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \big(x_j^{(1)}\big)^{k_1}\big(x_j^{(2)}\big)^{k_2}\ldots\big(x_j^{(s)}\big)^{k_s},$$

де $x = (x_1,\ldots,x_n,\ldots) \in \mathcal{X}^s_{\ell_p}, n \geqslant \lceil p \rceil$, $k_1,k_2,\ldots,k_s$ — цілі невід'ємні числа такі, що $k_1+k_2+\ldots+k_s = n$, утворює алгебраїчний базис алгебри $\mathcal{P}_{vs}(\mathcal{X}^s_{\ell_p})$.

Базис алгебри $\mathcal{P}_{vs}((L_p[0,+\infty))^s)$. Розглянемо простір $L_p[0,+\infty)$ вимірних за Лебегом інтегровних у степені p функцій $f : [0,+\infty) \to \mathbb{C}$ із нормою

$$\|f\|_{L_p} = \Big(\int_0^{+\infty} |f(t)|^p\, dt\Big)^{1/p}$$

Задамо на $(L_p[0,+\infty))^s$ норму

$$\|(f_1,\ldots,f_s)\|_{L_p^s} = \big(\|f_1\|^p + \ldots + \|f_s\|^p\big)^{1/p}$$

де $f_1,\ldots,f_s \in L_p[0,+\infty)$.

Позначимо Ξ множину всіх бієкцій $\sigma : [0, +\infty) \to [0, +\infty)$ таких, що σ і σ^{-1} є вимірними за Лебегом і зберігають міру. Поліном $P : (L_p[0, +\infty))^s \to \mathbb{C}$ назвемо блочно-симетричним, якщо

$$P((f_1 \circ \sigma, \ldots, f_s \circ \sigma)) = P((f_1, \ldots, f_s))$$

для всіх $(f_1, \ldots, f_s) \in (L_p[0, +\infty))^s$ і для всіх $\sigma \in \Xi$. Зауважимо, що у випадку $s = 1$ поліном P називають симетричним.

Для $m \in \mathbb{N}$ позначимо D_m підпростір простору $L_p[0, +\infty)$, який складається із функцій вигляду $f = \sum_{j=1}^{\infty} a_j 1_{[\frac{j-1}{2^m}, \frac{j}{2^m}]}$, де послідовність $(a_1, \ldots, a_n, \ldots)$ належить простору ℓ_p. Позначимо $D = \bigcup_{m=1}^{\infty} D_m$. Зауважимо, що D є щільним підпростором у $L_p[0, +\infty)$ і як наслідок D^s є щільним підпростором в $(L_p[0, +\infty))^s$. Позначимо $\mathcal{P}_{vs}((L_p[0, +\infty))^s)$ і $\mathcal{P}_{vs}(D^s)$ алгебри неперервних блочно-симетричних поліномів на просторах $(L_p[0, +\infty))^s$ і D^s відповідно.

Теорема 2. *Сукупність поліномів*

$$R_n^{k_1, k_2, \ldots, k_s}((f_1, f_2, \ldots, f_s)) = \int_0^{+\infty} (f_1(t))^{k_1} (f_2(t))^{k_2} \ldots (f_s(t))^{k_s} \, dt,$$

де $(f_1, f_2, \ldots, f_s) \in D^s, n \geqslant \lceil p \rceil$, $k_1, k_2, \ldots, k_s$ *— цілі невід'ємні числа такі, що* $k_1 + k_2 + \ldots + k_s = n$, *утворює алгебраїчний базис алгебри* $\mathcal{P}_{vs}(D^s)$.

Наслідок 3. *Якщо p — не ціле, то єдиним неперервним блочно-симетричним поліномом на $(L_p[0, +\infty))^s$ є $P = 0$. Якщо p — ціле, то сукупність поліномів $R_p^{k_1, \ldots, k_s}$, де $k_1, \ldots, k_s \in \mathbb{Z}_+, k_1 + \ldots + k_s = p$, є алгебраїчним базисом алгебри $\mathcal{P}_{vs}((L_p[0, +\infty))^s)$.*

ДО ПИТАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНОГО РУХУ ТІЛА

Векерик Василь, Цідило Іван

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

public@nung.edu.ua

У роботі розглядаються деякі нестандартні методи дослідження динаміки плоскопаралельного руху тіла, які дозволяють замінити розв'язування диференціальних рівнянь руху рівнянням головного моменту відносно центра коливань миттєвого центра швидкостей.

При дослідженні динаміки плоскопаралельного руху твердого тіла складають диференціальні рівняння які доповнюють кінематичними залежностями [1, 2, 3]. Для визначення руху, статичних та динамічних реакцій