

Разом з рівнянням вимірювання визначаються невизначеності складових величин: - невизначеність викликана роздільною здатністю штангенінструменту:

$$u(\delta i_{ix}) = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{d}{\sqrt{12}}$$

де  $d$  — ціна поділки шкали ноніуса штангенінструменту.

- невизначеність пов'язана із відхиленням від паралельності штангенінструменту:

$$u(\delta l_{\text{парал.}}) = \frac{L_{\text{парал.}}}{\sqrt{3}}$$

де  $L_{\text{парал.}}$  — максимальне відхилення від паралельності вимірювальних губок штангенінструменту.

- невизначеність пов'язана із відхиленням від площинності штангенінструменту:

$$u(\delta l_{\text{площ.}}) = \frac{L_{\text{площ.}}}{\sqrt{3}}$$

де  $L_{\text{площ.}}$  — максимальне відхилення від площинності вимірювальних губок штангенінструменту.

- невизначеність довжини міри кінцевої плоско паралельної  $u(\delta l_{\text{еталон}})$  (береться з свідоцтва про калібрування).

Відсутність єдиного принципу побудови методу (методики) калібрування штангенінструменту вимагає серйозного науково-технічного підходу по його розробці. Дослідження пов'язані з калібруванням дадуть можливість ідентифікувати основні джерел невизначеності результатів вимірювання.

## Література

- [1] ДСТУ ISO/IEC 17025:2006 Національний стандарт України. Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій.
- [2] РМГ 43-2001 ГСИ. Применение "Руководства по выражению неопределенности измерений".
- [3] EA-4/02 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration (Вираз невизначеності вимірювання при калібруванні).

## Рекурентні drobi ta їхнє застосування

ЗАТОРСЬКИЙ Роман, Кашува Григорій

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

[romazatorsky@gmail.com](mailto:romazatorsky@gmail.com)

Розглядається одне із чисельних узагальнень ланцюгових дробів та його застосування.

Сьогодні відомо багато різних підходів до узагальнення ланцюгових дробів. Їх, в основному, можна розбити на два напрямки: алгебраїчний (матричний підхід) та геометричний (підхід, що базується на лінійних однорідних формах). Представниками матричного підходу є такі аналітики як Ойлер, Якобі, Пуанкарє, Брун, Перрон, Бернштейн, Пустильников. Яскравими представниками геометричного підходу є Діріхле, Ерміт, Клейн, Мінковський, Вороній, Скубенко, Арнольд.

Плідні алгоритми були запропоновані також Гурвіцем та Секерешем (на основі узагальнень дробів Фарея), Скоробагатьком (гіллясті ланцюгові дроби), Сявавком (інтегральні ланцюгові дроби).

Цікавий алгоритм, запропонував Е.Фюрстенау [1], деякі достатні умови збіжності якого дослідив Б.В. Круковський [2]. Цей алгоритм був запропонований Фюрстенау ще в 1874 році, проте, незважаючи на його природність та простоту він був не помічений, або забутий.

Важливими критеріями узагальнення неперервних дробів є:

1) побудова зручної в користуванні алгебраїчної конструкції, зовнішній вигляд якої містив би максимум інформації про її властивості, був би близьким до зображення неперервних дробів та дозволяв би виділити клас періодичних конструкцій, які б узагальнювали періодичні неперервні дроби;

2) алгоритм обчислення значень раціональних вкорочень цих математичних об'єктів повинен бути простим в реалізації та відзначатися невеликою складністю за кількістю операцій;

3) довільні періодичні конструкції вищих порядків повинні слугувати зображеннями ірраціональностей вищих порядків.

Алгоритм Фюрстенау задовільняє другий і третій критерії, проте вирази, які зображують неперервні дроби вищих класів (unendlichen Kettenbrüche 2-ter Klasse) непридатні для їх аналізу та практичних застосувань. Використовуючи числення трикутних матриць, ми виправляемо вказаний недолік і пропонуємо нове зображення для неперервних дробів вищих класів, які ми називаємо рекурентними дробами.

Використання параперманентів для зображення рекурентних дробів дозволяє під'єднати апарат числення трикутних матриць для їхнього дослідження. Крім цього, такий підхід дозволяє ввести поняття звичайних та періодичних рекурентних дробів  $n$ -го порядку, які слугують зображеннями ірраціональностей  $n$ -го порядку, що є коренями відповідного алгебраїчного рівняння  $n$ -го порядку. Причому алгоритм побудови рекурентних дробів  $n$ -го порядку задовільняє всі три, наведені вище, вимоги.

Справедлива наступна

**Теорема.** Якщо для  $(m+1)$ -го раціонального вкорочення 1-періодичного рекурентного дробу  $n$ -го порядку

$$\left[ \begin{array}{c|ccccc|c} a_1 & a_1 & & & & & \\ \frac{a_2}{a_1} & & \ddots & & & & \\ \vdots & & & \ddots & & & \\ \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} & \frac{a_{n-2}}{a_{n-3}} & \cdots & a_1 & & & \\ \frac{a_n}{a_{n-1}} & \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} & \cdots & \frac{a_2}{a_1} & a_1 & & \\ 0 & \frac{a_n}{a_{n-1}} & \cdots & \frac{a_3}{a_2} & \frac{a_2}{a_1} & a_1 & \\ \vdots & & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{a_n}{a_{n-1}} & \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} & \frac{a_{n-2}}{a_{n-3}} & \cdots & a_1 \end{array} \right]_{m+1} \quad (1)$$

існує скінчена не нульова границя при  $t \rightarrow \infty$ , то такий рекурентний дріб  $n$ -того порядку є зображенням дійсного кореня алгебраїчного рівняння

$$x^n = a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n \quad (2)$$

з непульовим вільним членом, модуль якого більший за модулі всіх інших коренів цього рівняння.

## Література

- [1] Furstenau E. Über Kettenbrüche hoherer Ordnung // Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. — 1876. — S. 133–135.
- [2] Круковський Б.В. До теорії нескінчених неперервних дробів 2-го класу// Журн. Ін-ту математики УАН. — 1933. — №1. — С. 195–206.

## НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА З МОМЕНТНИМИ УМОВАМИ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

Ільків Володимир

Національний університет „Львівська політехніка“

ilkivv@i.ua

В області  $Q_T = [0, T] \times \Omega^p$ , де  $0 < T_0 \leqslant T \leqslant T_1 < \infty$ ,  $\Omega^p$  —  $p$ -вимірний тор змінної  $x = (x_1, \dots, x_p)$ , розглядається задача для гіперболічного рівняння

$$L(\partial_t, \partial_x)u = \partial_t^n u + \sum_{j=1}^n A_j(\partial_x) \partial_t^{n-j} u = 0 \quad (1)$$