Доведення ґрунтується на критерії Q-умовної інваріантності. В цьому випадку функція $S = Hu_0 + \Delta u - F$, а множина диференціальних наслідків складається з трьох рівнянь. Оскільки функції B^a, C, H, F не залежать від похідних, то ми можемо розщепити по незв'язним похідним. Розщеплення суттєво розрізняється для операторів (5) та (6). Після стандартних перетворень, в результаті одержимо рівності (7) та (8).

Теорема 2. *Будь-який оператор (3) Q-умовної симетрії нелінійного рівняння теплопровідності (1) або є еквівалентним оператору лієвської симетрії цього рівняння, або з точністю до перетворень з групи еквівалентності та додаткових перетворень є еквівалентним одному з операторів, що наведені в наступній таблиці ($\lambda, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ — довільні сталі).*

№	$H(u)$	$F(u)$	Оператори	Зауваження
1	$\forall$	$(\lambda_1 u+\lambda_2)[H+\lambda_0]$	$Q=\partial_0+(\lambda_1 u+\lambda_2)\partial_u$	$(\lambda_1 u + \lambda_2) \neq (0,0)$
2	u	$\lambda_2 u^2 + \lambda_1 u + \lambda_0$	$Q=\partial_0+[\lambda_2 u-b(\vec{x})]\partial_u$	$\Delta b = b^2+\lambda_1 b+\lambda_2\lambda_0$
3	1	$\lambda u \ln u,\ \lambda \neq 0$	$Q=\partial_1+a(x_0,x_1)u\partial_u$	$a_0+a_{11}=-2aa_1+\lambda_a$

Теорема 2 дає повне розв'язання задачі опису операторів (3) Q-умовної інваріантності рівняння (1) за умови $H \neq 0$. Зауважимо, що раніше ця задача розглядалася в роботі [4] тільки для класу операторів вигляду (5). Результати з [4] не є вичерпними і містяться серед результатів отриманих в цій роботі.

Література

[1] Овсянников Л.В. Групповые свойства уравнений нелинейной теплопроводности // ДАН СССР. - 1959. - Т. 125, № 3. - С. 492-495.

[2] Bluman G.W., Cole J.D. The general similarity solution of the heat equation // J.Math.Mech.- 1969.- Vol.18, №11.- P.1025-1042.

[3] Fushchych W., Shtelen W. and Serov N. Symmetry Analysis and Exact Solutions of Equations of Nonlinear Mathematical Physics. - Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. - 1993. - 436p.

[4] Goard J. and Broadbridge P. Nonclassical symmetry analysis of nonlinear reaction-diffusion equations in two spatial dimensions// Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications. - 1996. Vol.26, №-4.- P.735-756.

ДО ОБГРУНТУВАННЯ ДЕЯКИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

[1]Копач Михайло, [2]Обшта Анатолій, [3]Шувар Богдан

ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника", [2,3]Національний університет "Львівська политехніка"

kopachm2009@gmail.com

Диференціальні, інтегральні, інтегро-диференціальні та інші класи операторних нерівностей часто використовують як у якісній так і в кількісній теорії відповідних рівнянь. Найбільш відомими є нерівність Гронуолла про оцінку $u(t) \leqslant x^*(t)$ розв'язку $u(t)$ нерівності

$$(t) \leqslant f(t) + \int\limits_{t_0}^{t} \alpha(t)\beta(s)u(s)ds$$

за допомогою розв'язку рівняння

$$x(t) = f(t) + \int\limits_{t_0}^{t} \alpha(t)\beta(s)u(s)ds,$$

яку Р.Беллман називає "фундаментальним результатом теорії стійкості", а також нерівності Біхарі, Вендроффа, Лангенхопа та їх численні узагальнення (див. напр., [1]). Для їхнього обґрунтування здебільшого послуговуються методикою, яка вимагає, зокрема, додатності функцій $\alpha(t), \beta(t)$, а також функцій $f(t)$, $u(t)$.

Отримувати теореми про оцінку $u \leqslant x^*$ розв'язку u операторної нерівності $u \leqslant Au$ за допомогою розв'язку x^* рівняння $x = Ax$ з монотонним неперервним оператором A, що діє у напівупорядкованому просторі можна за допомогою послідовних наближень, побудованих за формулою $x_{n+1} = Ax_n$. При цьому, наприклад, для нерівності $u \leqslant Au$ з оператором

$$A = f(t) + \int\limits_{t_0}^{t} \alpha(t)\beta(s)g(u(s))ds$$

отримується оцінка $u(t) \leqslant x^*(t)$ без припущення про знакосталість $f(t), u(t)$, якщо є додатними $\alpha(t), \beta(t)$, а функція $g(x)$ є ізотонною і строго додатною. Записуючи у явному вигляді вираз для $x^*(t)$, матимемо нерівність Біхарі при скалярному t. У випадку векторного аргументу t отримуються також лінійні і нелінійні аналоги нерівності Вендроффа, які є водночас узагальненнями нерівностей Гронуолла і Біхарі. Докладнішу інформацію щодо цього можна знайти, наприклад, в [2, 3]. Зазначимо, що більшість результатів про інтегральні нерівності, отриманих з використанням методу послідовних наближень, можна формулювати як в термінах неперервних функцій так і в термінах інших класів функцій, зокрема, в тих чи інших класах розривних функцій.

Література

[1] Филатов А.М., Шарова Л.В. Интегральные неравенства и теория нелинейных колебаний. — М: Наука, 1976. — 152 с.

[2] Шувар Б.А. Интегральные неравенства типа Бихари и Вендроффа // Укр. мат журн. — 1984 — Т.36, № 4. — С 532–536.

[3] Шувар Б.А., Копач М.І., Мемпинський С.М., Обшта А.Ф. Двосторонні наближені методи. — Івано-Франківськ: ВДВ LSIT, 2007 — 516 с.

ПЛАСТИЧНЕ ВІДШАРОВУВАННЯ ПЕРІОДИЧНИХ СИСТЕМ ВКЛЮЧЕНЬ РОМБІЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПІД ЗСУВНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Кривень Василь, Цимбалюк Любов, Крива Надія

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

kryvenv@gmail.com

Дослідження напружено деформівного стану (НДС) тіла, що містять періодичні системи включень, під великими навантаженнями, здатними викликати пластичні деформації, залишається важливою науково-практичною задачею.

Тут вивчається НДС ідеально пружно-пластичного тіла із двоперіодичною системою включень поперечного ромбічного перерізу великої жорсткості $|x+2na|/l+|y+2mb|/h \leqslant 1, -\infty < z < +\infty$ $(n, m, \in Z$, $2a$ і $2b$ - відстані між центрами включень у горизонтальному та вертикальному напрямках; $2h$ і $2l$ - довжини горизонтальної й вертикальної діагоналей перерізу).

Нехай середовище з включеннями знаходиться в стані антиплоскої деформації, а зміщення $w(x,y)$ вздовж осі Oz антисиметричне відносно прямих $y = mb$ $(m \in Z)$ та симетричне відносно $x = na$ $(n \in Z)$. Тоді $w(x, mb) = const\,(-\infty < x < +\infty)$, а величини $w(x, mb) - w(x,(m-1)b) = w_0$ не залежить від x та m і визначає чинне навантаження.

Матеріал основного тіла вважатимемо однорідним та ізотропним з модулем зсуву μ та зсувною границею текучості рівною k. В результаті концентрації напружень від вертикальних вершин включень вздовж їх межі розвиватимуться смуги пластичного відшаровування довжиною $d = d(w_0)$, яку тут будемо визначати. Поза смугами включення перебуватимуть в ідеальному механічному контакті з основним середовищем.

НДС тіла повністю визначається значенням функції $w(x,y)$ у четвертині періоду задачі: $D = \{(x,y) : x > 0, y > 0, x < a, y < b, x/l + y/h > 1\}$, а утворена компонентами напружень функція $\tau(\zeta) = \tau_{yz}(x,y) + i\tau_{xz}(x,y)$ $(\zeta = x + iy)$, є аналітичною в області D.

Крайові умови на межі області D отримуються із симетрії задачі, умови ідеального механічного контакту на невідшарованій частині поверхні