

УДК 539.3; 621.567

## РОЗПОДІЛ СИЛ ТЕРТЯ У БАГАТОСЕКЦІЙНОМУ ПРУЖНОМУ ЕЛЕМЕНТІ БУРОВОГО АМОРТИЗАТОРА

І.П.Шацький, І.Й.Попадюк, В.М. Шона

ІФНТУНГ, 76019, м.Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел.994147

Представлены результаты механико-математического моделирования фрикционного взаимодействия составных частей многосекционного упругого элемента бурового амортизатора. Проанализировано распределение сил трения на поверхностях контакта, определена податливость конструкции.

Для зменшення жорсткості і підвищення зносостійкості амортизаторів коливальних бурильної колони в їхніх конструкціях доцільно застосовувати багатосекційні оболонкові пружні елементи, що складаються із певної кількості секцій, зібраних послідовно [1, 2].

Методика розрахунку багатосекційних амортизаторів, які складаються із найпростіших пружних елементів (заповнювач циліндричної оболонки стискається по торцях поршнями), розроблена в роботі [3]. Там же, зокрема, показано, що податливість усієї конструкції є сумою податливостей складових частин, а також запропоновано підхід до оптимізації довжини секції пружного елемента. Однак вказана схема незастосована для розрахунку складніших конструкцій пружних елементів, наприклад, таких, що містять коаксiальний ствол для циркуляції промивальної рідини, бо, як буде показано далі, характер розподілу сил тертя в таких системах априорі невідомий і підлягає визначенню в ході розв'язання задачі.

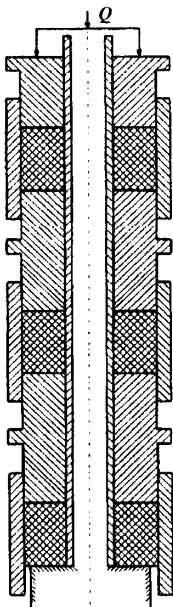


Рисунок 1 – Багатосекційний пружний елемент, зібраний на спільному стовбурі

The results of the mechanical and mathematical modeling of the components of multi-sectional elastic element of drilling spring, during the friction contact, have been represented. The allocation of the frictional forces on contacting surfaces has been analyzed. The yielding of the construction has been detected.

**Розрахункова модель.** Розглянемо оболонковий пружний елемент бурового амортизатора такої конструкції (рис. 1). На загальному стовбурі послідовно розташовані порожнисті циліндри із слабостисливого податливого на зсув матеріалу, які поміщені у пружні циліндричні оболонки і розділені жорсткими поршнями. На верхній поршень діє задане навантаження  $Q$ , нижній поршень  $N$ -ої секції жорстко з'єднаний зі стовбуром. Потрібно оцінити вплив кількості однакових елементів на податливість розглядуваної системи, враховуючи фрикційну взаємодію заповнювача з оболонками і з стовбуром.

Розглянемо осесиметричний напружено-деформований стан довільного  $n$ -ого елемента, який перебуває під дією наперед невідомого навантаження  $Q_n$ . Нехай  $2a$  – довжина заповнювача;  $R_1, R_2$  – радіуси оболонки і стовбура відповідно,  $h_1, h_2$  – їх товщини. Введемо циліндричну систему координат  $r, \beta, z$  (рис. 2).

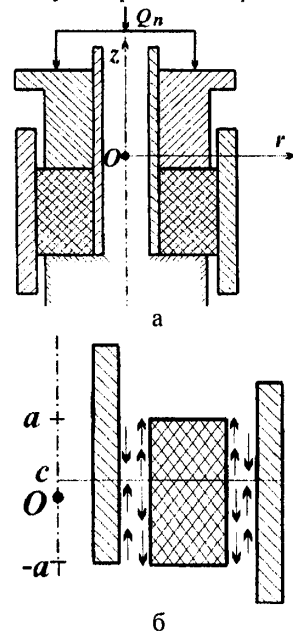


Рисунок 2 – Навантаження однієї секції (а) та напрямки сил тертя (б)



Принципово характер розподілу контактних напружень може бути досліджений при таких спрощуючих припущеннях. Оболонка і стовбур приймаються абсолютно жорсткими, причому стовбур нерухомий, а оболонка має можливість осьового переміщення як жорстке ціле. Пружна рівновага заповнювача описується одновимірною моделлю, побудованою в роботах [4, 5]:

а) усереднене рівняння рівноваги у проекції на вісь  $z$

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{2\pi}{S} (\tau_1 R_1 - \tau_2 R_2) = 0, \quad z \in [-a, a]; \quad (1)$$

б) зв'язки між напруженнями і деформаціями, що випливають із закону Гука

$$\sigma_r = \sigma_\beta = \sigma, \quad \sigma_z = \frac{1-\nu}{\nu} \sigma; \quad (2)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\beta = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E\nu} \sigma;$$

в) умови сухого тертя на контактуючих поверхнях

$$\tau_2 = f_2 \sigma, \quad r = R_2; \quad (3)$$

$$\tau_1 = -f_1 \sigma \operatorname{sgn}(z - c), \quad r = R_1;$$

г) крайові умови на торцях

$$\sigma_z(a) = -Q_n/S; \quad u_z(-a) = 0. \quad (4)$$

У формулах (1) – (4)  $\sigma_r, \sigma_\beta, \sigma_z$  – нормальні напруження,  $\varepsilon_r, \varepsilon_\beta, \varepsilon_z$  – відповідні їм деформації;  $u_z$  – осьове переміщення заповнювача;  $\sigma$  і  $\tau_1, \tau_2$  – нормальне і дотичні контактні напруження на поверхнях  $r = R_1$  і  $r = R_2$ ;  $f_1$  і  $f_2$  – коефіцієнти тертя пар заповнювач – оболонка і заповнювач – стовбур;  $S = \pi(R_1^2 - R_2^2)$  – площа поперечного перерізу заповнювача;  $E, \nu$  – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона його матеріалу.

Зазначимо, що точка зміни знака взаємного переміщення оболонки і заповнювача є наперед невідомою, тому її координата  $c$ , введена у формулу (3), повинна визначатися в процесі розв'язання задачі.

**Побудова розв'язання задачі.** Введемо безрозмірну координату  $\zeta = z/a$ . Виключимо за допомогою (2) осьове напруження і врахуємо умови фрикційного контакту (3). Із рівняння рівноваги (1) одержимо диференціальне рівняння для визначення контактного напруження

$$\frac{d\sigma}{d\zeta} - (t_2 + t_1 \operatorname{sgn}(\zeta - \eta)) \sigma = 0, \quad \zeta \in [-1, 1]. \quad (5)$$

Тут

$$\eta = c/a; \quad t_i = \frac{\nu f_i}{1-\nu} \frac{S_i}{2S}; \quad S_i = 4\pi R_i a, \quad i = 1, 2 \quad \text{– площі бічних поверхонь заповнювача.}$$

Розв'язок рівняння (5) з крайовою умовою

$$\sigma(1) = -\frac{\nu Q_n}{(1-\nu)S}$$

подається виразом

$$\sigma(\zeta) = -\frac{\nu Q_n}{(1-\nu)S} \exp\{t_2(\zeta - 1) + t_1(|\zeta - \eta| - 1 + \eta)\}. \quad (6)$$

Підставляючи результат (6) у формули (3), одержуємо розподіл сил тертя в контактах

$$\tau_2(\zeta) = -\frac{\nu Q_n f_2}{(1-\nu)S} \exp\{t_2(\zeta - 1) + t_1(|\zeta - \eta| - 1 + \eta)\}; \quad (7)$$

$$\tau_1(\zeta) = -\frac{\nu Q_n f_1}{(1-\nu)S} \operatorname{sgn}(\zeta - \eta) \exp\{t_2(\zeta - 1) + t_1(|\zeta - \eta| - 1 + \eta)\}.$$

Вимагаючи виконання умови рівноваги

$$\int_{-1}^1 \tau_1(\zeta) d\zeta = 0,$$

приходимо до трансцендентного рівняння для визначення параметра  $\eta$

$$\frac{1}{t_1 + t_2} + \frac{1}{t_2 - t_1} \exp(2(t_1 \eta - t_2)) - \left( \frac{1}{t_2 - t_1} + \right. \quad (8)$$

$$\left. + \frac{1}{t_1 + t_2} \right) \exp((t_1 + t_2)(\eta - 1)) = 0.$$

Неважко показати, що корінь цього рівняння не від'ємний, причому  $\eta = 0$  при  $t_2 = 0$  (відсутність тертя на стовбурі).

Визначимо величину навантаження, яке передається на наступний поршень

$$Q_{n+1} = -S \sigma_\zeta(-1) = -\frac{1-\nu}{\nu} S \sigma(-1).$$

З урахуванням виразу (6) маємо

$$Q_{n+1} = Q_n \exp(2(t_1 \eta - t_2)), \quad n = 1, \overline{N-1}. \quad (9)$$

Враховуючи, що  $Q_1 = Q$ , можемо зробити висновок, що контактні напруження в  $n$ -ій секції пружного елемента визначаються за допомогою формул (6)–(9).

Перейдемо до деформованого стану. Осьову деформацію заповнювача на підставі праці [5] можна подати як асимптотичну суму двох доданків: осьова деформація стисливого заповнювача в жорсткій об'ємній під дією сили  $Q_n$  і контактних напружень (6), (7) плюс осьова деформація нестисливого заповнювача, що виникає за рахунок збільшення об'єму при деформації оболонок під дією тих же контактних напружень. Крім того, слід врахувати, що в райо-



ні верхнього поршня у стовбурі діє стискаюче осьове зусилля

$$N_{\zeta}(1) = (Q_n - Q) / (2\pi R_2) = (Q_n - Q)a / S_2. \quad (10)$$

Інтегруючи осьову деформацію заповнювача, знаходимо осадку верхнього поршня в  $n$ -ій секції пружного елемента. Опускаючи громіздкі проміжні викладки, тут запишемо тільки остаточний результат

$$\begin{aligned} \delta_n = & -\frac{1}{S} \{ Q - Q_n \exp(-2(t_2 - t_1)\eta) \} \frac{2\nu_2 R_2 a}{E_2 h_2} + \\ & + \frac{2\nu Q_n}{(1-\nu)S} \left\{ \left( \frac{(1-2\nu)(1+\nu)a}{Ev} + \frac{S_1 R_1^2}{SE_1 h_1} + \right. \right. \\ & + \left. \frac{S_2 R_2^2}{SE_2 h_2} - \frac{f_2 \nu_2 R_2 S_2 a}{SE_2 h_2} \frac{1}{t_1 - t_2} + \frac{f_1 \nu_1 R_1 S_1 a}{SE_1 h_1} \right\} \times \\ & \times \frac{1 - \exp((t_1 + t_2)(\eta - 1))}{t_1 + t_2} + \\ & + \left. \frac{f_1 \nu_1 R_1 S_1 a \eta \exp((t_1 + t_2)(\eta - 1))}{SE_1 h_1 (t_1 - t_2)} \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

де  $E_1, \nu_1$  та  $E_2, \nu_2$  – пружні сталі матеріалів оболонки та стовбура відповідно.

Визначимо осадку  $N$  – секційного пружного елемента, який складається із послідовно встановлених на спільному стволі однакових секцій

$$\delta = \sum_{n=1}^N \delta_n. \quad (12)$$

Враховуючи, що згідно з (9) послідовність навантажень на поршні є геометричною прогресією із знаменником  $q = \exp(2(t_1\eta - t_2))$  і  $Q_1 = Q$ , одержуємо, що

$$\sum_{n=1}^N Q_n = Q \sum_{n=1}^N q^{n-1} = Q(1 - q^N) / (1 - q). \quad (13)$$

Тоді співвідношення (12) з урахуванням формул (11), (13) остаточно подається в розгорнутому вигляді

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{2Q}{S} \left\{ -\frac{\nu_2 R_2 a}{E_2 h_2} N + \left\{ \frac{\nu_2 R_2 a}{E_2 h_2} \exp(-2(t_2 - t_1)\eta) + \right. \right. \\ & + \frac{\nu}{1-\nu} \left\{ \left( \frac{(1-2\nu)(1+\nu)a}{Ev} + \frac{S_1 R_1^2}{SE_1 h_1} + \frac{S_2 R_2^2}{SE_2 h_2} - \right. \right. \\ & - \left. \frac{f_2 \nu_2 R_2 S_2 a}{SE_2 h_2} \frac{1}{t_1 - t_2} + \frac{f_1 \nu_1 R_1 S_1 a}{SE_1 h_1} \right\} \times \\ & \times \frac{1 - \exp((t_1 + t_2)(\eta - 1))}{t_1 + t_2} + \\ & + \left. \left. \frac{f_1 \nu_1 S_1 a \eta \exp((t_1 + t_2)(\eta - 1))}{SE_1 h_1 (t_1 - t_2)} \right\} \right\} \times \\ & \times \frac{1 - \exp(-2N(t_2 - t_1)\eta)}{1 - \exp(-2(t_2 - t_1)\eta)}. \quad (14) \end{aligned}$$

У частковому випадку  $t_2 = 0$  ( $\eta = 0$ ), що означає відсутність тертя на стовбурі, маємо

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{2\nu Q}{(1-\nu)S} \left( \frac{(1-2\nu)(1+\nu)a}{Ev} + \frac{S_1 R_1^2}{SE_1 h_1} + \right. \\ & + \left. \frac{S_2 R_2^2}{SE_2 h_2} + \frac{f_1 \nu_1 R_1 S_1 a}{SE_1 h_1} \right) \frac{1 - \exp(-t_1)}{t_1} N. \quad (15) \end{aligned}$$

Як впливає із виразу (14), осадка багатосекційного пружного елемента не пропорційна кількості секцій. Таким чином, його податливість не є адитивною функцією податливостей складових частин. Причина цього, як видно із порівняння формул (14) і (15), полягає у присутності тертя на стовбурі.

Більш компактні співвідношення для податливості можна одержати, нехтуючи ефектом Пуассона пружних оболонок ( $\nu_i \rightarrow 0, i = 1, 2$ ) і коректно враховуючи слабку стисливість заповнювача ( $\nu \rightarrow 0,5$ ).

Тоді із формули (14) маємо

$$\delta = \Lambda Q,$$

де

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{1}{S} \left( \frac{6(1-2\nu)a}{E} + \frac{S_1 R_1^2}{SE_1 h_1} + \frac{S_2 R_2^2}{SE_2 h_2} \right) \times \\ & \times \frac{1 - \exp((t_1^* + t_2^*)(\eta - 1))}{t_1^* + t_2^*} \times \\ & \times \frac{1 - \exp(-2N(t_2^* - t_1^*\eta))}{1 - \exp(-2(t_2^* - t_1^*\eta))}, \\ & t_i^* = \lim_{\nu \rightarrow 0,5} t_i = f_i S_i / 2S, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

**Приклад розрахунку.** Проілюструємо отримані аналітичні результати для конкретних параметрів багатосекційного пружного елемента. Нехай  $a = R_2, R_1 = 2R_2, \nu \approx 0,5$ . Тоді  $t_2 = 4f_2/3, t_1 = 8f_1/3$ .

На рис. 3 наведено графіки, що характеризують розподіл безрозмірного контактного тиску в довільній секції при різних значеннях коефіцієнтів тертя. Лінії 1 відповідають значенням  $f_2 = 0, f_1 = 0,25$  ( $\eta = 0$ ), лінії 2 – значенням  $f_2 = 0,25, f_1 = 0,25$  ( $\eta \approx 0,1338$ ). Видно, що наявність тертя на стволі порушує симетрію епюри контактного тиску відносно середини секції.

Вплив кількості секцій на безрозмірну податливість багатосекційного пружного елемента

$$\tilde{\Lambda} = \Lambda \left\{ \frac{2}{S} \left( \frac{3(1-2\nu)}{E} + \frac{S_1 R_1^2}{SE_1 h_1} + \frac{S_2 R_2^2}{SE_2 h_2} \right) \right\}^{-1},$$



наведено на рис. 4. Світлі точки відповідають значенням  $f_2 = 0, f_1 = 0,25$ , темні точки – значенням  $f_2 = 0,25, f_1 = 0,25$ .

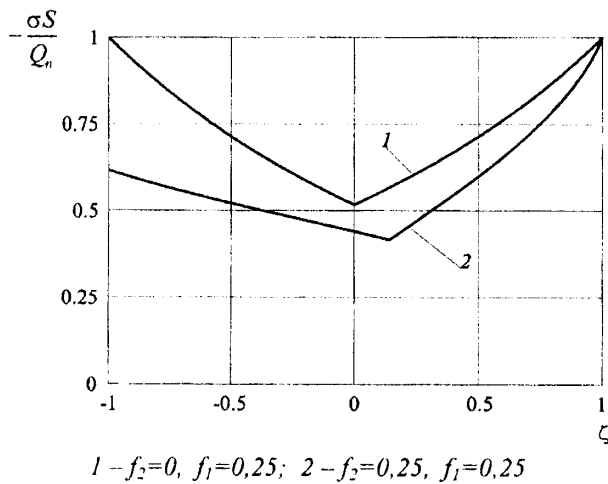


Рисунок 3 – Розподіл контактного тиску в секції

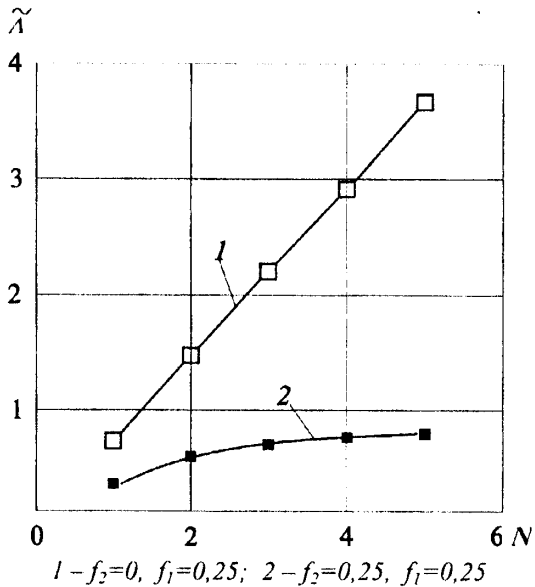


Рисунок 4 – Залежність податливості від числа секцій

**Висновки.** Таким чином, податливість багатосекційного пружного елемента, зібраного на спільному стовбурі, пропорційна кількості секцій тільки у разі відсутності тертя на стовбурі. При фрикційному контакті заповнювача зі стовбуром темп зростання податливості зменшується при збільшенні кількості секцій.

Із зростанням номера секції її напруженість зменшується (див. формулу (9)). Цей факт доцільно врахувати при оптимальному проектуванні розглянутої конструкції.

### Література

1. Величкович А.С., Величкович С.В., Шопа В.М. Комплекс засобів віброзахисту та регулювання динамічного режиму бурильної колони. – Івано-Франківськ: Сіверсія ЛТД, 2000. – 86 с.
2. Оболонкові пружини / В.М.Шопа, А.С.Величкович, С.В.Величкович та ін. – Івано-Франківськ: Факел, 2002. – 92 с.
3. Шопа В.М., Шацкий И.П., Попадюк И.И. Расчет податливости оболочечной пружины // Изв. вузов СССР: Машиностроение. – 1989. – № 5. – С. 18 – 21.
4. Попадюк И.И. Упругое равновесие коаксиальных цилиндрических оболочек и деформируемого заполнителя в условиях фрикционного контакта // В. кн.: Матер. 13 конф. мол. ученых Ин-та прикл. пробл. мех. и мат. АН УССР (Львов, 11–12 мая 1989 г.). – Львов: ИППММ АН УССР, 1989 – С. 110–114. – Деп. в ВИНТИ 06.12.1989 г., № 7242 – В89.
5. Шопа В.М. Попадюк І.Й., Бездір О.О. Змішані задачі фрикційного контакту коаксіальних циліндричних оболонок і деформівного заповнювача // – Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1998. – 41, №3. – С. 103–107.

## НОВИНИ НАФТОВОЇ ТА ГАЗОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

Де в СНД шукати нові родовища нафти і газу?

Виявлена кореляція місць локалізації нафтогазових родовищ з береговими лініями палеоморя дозволяє прогнозувати перспективні на нафту і газ нові ще не вивчені території. Це насамперед райони Нової Землі, ділянки в морі Лаптевих, Східно-Сибірському і Беринговому морях. Не виключається, що родовища газу присутні в глибоких горизонтах центральної європейської частини РФ і на сході України. Ці дані знаходяться у повній відповідності з давніми прогнозами корифеїв нафтової науки – українського геохіміка акад. В.І.Вернадського і російського геолога акад. І.М.Губкіна. Виявлені закономірності дають підстави розпочинати першочергові пошукові роботи на нафту і газ на згаданих вище нових територіях.

За матер. журн. “Нефтегазовая вертикаль”. – 2003. – №9-10.

